GRAĐEVINSKI KALENDAR — 1971.

GRAĐEVINSKI KALENDAR

1971.

Priručna literatura

Da bi se efikasno krenulo u pravcu organizovanja jednog biroa naučnotehničke dokumentacije, pored obezbeđenja prostorije, odgovarajućeg lica i kartotečnog ormana, veoma je korisno poslužiti se sledećom literaturom:

1) UDK-Dreisprachige-Kurzausgabe; nabavka preko uvoznih preduzeća;

2) UDK-prevod na srpskohrvatski jezik; izdanje Jugoslovenskog centra za naučnotehničku dokumentaciju, Beograd;

3) ABC-skraćena građevinska klasifikacija; izdanje Jugoslovenskog građevinskog centra, Beograd;

4) INFORMATIKA, časopis za pitanja naučnotehničke dokumentacije; izdanje Jugoslovenskog centra za naučnotehničku dokumentaciju, Beograd;

5) Mihailov, A. I., Černii, A. I., Giljarevski, R. S.: OSNOVI INFORMATIKI; izdanje AN SSSR, Moskva;

6) REFERATIVNI BILTEN „EI" (GRAĐEVINARSTVO I ARHITEKTURA); izdanje Jugoslov. centra za naučnotehničku dokumentaciju, Beograd;

7) DGA-DOKUMENTACIJA ZA GRAĐEVINARSTVO I ARHITEKTURU; izdanje Jugoslovenskog građevinskog centra, Beograd.

Navedena literatura poslužiće kao sigurna baza, pomoć i putokaz svim onima koji prilaze ili imaju nameru da priđu organizovanju biroa naučnotehničke dokumentacije u svojoj radnoj organizaciji.

A taj proces sve više postaje neminovnost, koja će zahvatiti sve građevinske radne organizacije, neku pre, neku posle. To je jedan od puteva uvođenja modernih i savremenih metoda rada i rukovođenja, koje diktira savremeni razvoj nauke, tehnike i ekonomike.

Prof. dr VLATKO BRČIĆ, dipl. inž.

II

MATEMATIKA

TEHNIKA

SADRŽAJ

Matematika

1. Pretvaranje anglosaksonskih mera u metričke 55

2. Tablice

Tablice posebnih vrednosti — — — — — 56
Trigonometrijski obrasci — — — — — 56
Stepeni, koreni, prirodni logaritmi, recipročne vrednosti, obim i površina kruga — — — 57
Mantise Brigsovih logaritama — — — — 60
Goniometrijske funkcije — — — — — 62
Matematičke tablice — — — — — — 66

3. Osnovi matrične algebre

Uvod — — — — — — — — — — 69
Osnovni pojmovi i definicije — — — — 70
Osnovne operacije s matricama — — — 72
Množenje matrica — — — — — — 73
Primena matričnog računa na rešavanje sistema algebarskih linearnih jednačina — — 75

2.1. PRETVARANJE ANGLOSAKSONSKIH MERA U METRIČKE

Dužine	oznaka	veličina	napomena
1 inč (inch)	in ili "	25,4 mm	
1 stopa (foot)	ft ili '	30,48 cm	12 palaca (inča)
1 jard (yard)	yd	91,44 cm	3 stope

Površine

1 kvadr. inč	sq. in.	6,45 cm^2
1 kvadr. stopa	sq. ft.	0,929 m^2
1 kvadr. jard	sq. yd.	0,8361 m^2

Zapremine

1 kubni inč	cu.in.	16,38 cm^3
1 kubna stopa	cu. ft.	0,0283 m^3
1 kubni jard	cu. yd.	0,7646 m^3

Težine

1 uncija (ounce, avdp)	oz	28,35 g
1 funta (pound, avdp)	lb	0,4536 kg (16 uncija)
1000 funti (kilopound)	kip	453,6 kg

Težine po jedinici dužine

funta/inč — pound/inch	lb/in	17,86 kg/m
funta/stopa — pound/foot	lb/ft	1,49 kg/m
funta/jard — pound/yard	lb/yb	0,50 kg/m

Površinska opterećenja i naponi

funta/kvadr. inč	lb/sq. in.	0,0703 kg/cm^2
funta/kvadr. stopa	lb/sq. ft.	4,883 kg/m^2

Zapreminska ili specifična težina

Uncija/kub. inč	oz/cu. in	1,513 g/cm^3
uncija/kub. stopa	oz/cu. ft	1,001 kg/m^3
funta/kub. stopa	lb/cu. ft.	16,02 kg/m^3

2.2 TABLICE

TABLICE POSEBNIH VREDNOSTI

Veličina	n	log n	Veličina	n	log n
π	3,1415927	0,49715	g	9,81	0,99167
2π	6,2831853	0,79818	g^2	96,2361	1,98334
$\pi : 4$	0,7853982	0,89509 – 1	$1 : 2g$	0,050968	0,70730 – 2
π^2	9,8696044	0,99430	$\sqrt{g}$	3,1320919	0,49583
$\sqrt[3]{\pi}$	1,7724539	0,24857	$\sqrt{2g}$	4,429447	0,64635
$\sqrt[4]{\pi}$	1,4645919	0,16572	$\pi : \sqrt{g}$	1,003033	0,00132
$4\pi^2$	39,478418	1,59636			
$\pi^2 : 4$	2,4674011	0,39224			
$1 : \pi$	0,3183009	0,50285 – 1	$\pi : \sqrt{2g}$	0,709252	0,85080 – 1
$1 : \pi^2$	0,101321	0,00570 – 1	e	2,718282	0,43429
$\pi\sqrt{2}$	4,4428829	0,64767	e^2	7,389056	0,86859
			$1 : e$	0,367879	0,56571 – 1
$\sqrt[3]{2\pi}$	2,506628	0,39909	$1 : e^2$	0,135335	0,13141 – 1
$\sqrt{2\pi}$	1,845,261	0,26606	$\sqrt{e}$	1,648721	0,21715

TRIGONOMETRIJSKE RELACIJE (OBRASCI)

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2. $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

3. $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$; $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$

4. $\sin(\alpha \pm \beta)$
$= \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$

5. $\cos(\alpha \pm \beta)$
$= \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$

6. $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$

7. $\cot(\alpha \pm \beta = \dfrac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$

8. $\sin\alpha + \sin\beta$
$= 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

9. $\sin\alpha - \sin\beta$
$= 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

10. $\cos\alpha + \cos\beta$
$= 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

11. $\cos\alpha - \cos\beta$
$= -2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

12. $\tan\alpha \pm \tan\beta = \dfrac{(\sin\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$

13. $\cot\alpha \pm \cot\beta = \dfrac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$

14. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

15. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

16. $\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

17. $\cot 2\alpha = \dfrac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}$

STEPENI, KORENI, PRIRODNI LOGARITMI, RECIPROČNE VREDNOSTI, OBIM I POVRŠINA KRUGA

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1	1	1	1,0000	1,0000	0,00000	1000,000	3,142	0,78 54	1
2	4	8	1,4142	1,2599	0,69315	500,000	6,283	3,14 16	2
3	9	27	1,7321	1,4422	1,09861	333,333	9,425	7,06 86	3
4	16	64	2,0000	1,5874	1,38629	250,000	12,566	12, 56 64	4
5	25	125	2,2361	1,7100	1,60944	200,000	15,708	19, 63 50	5
6	36	216	2,4495	1,8171	1,79176	166,667	18,850	28, 27 43	6
7	49	343	2,6458	1,9129	1,94591	142,857	21,991	38, 48 45	7
8	64	512	2,8284	2,0000	2,07944	125,000	25,133	50, 26 55	8
9	81	729	3,0000	2,0801	2,19722	111,111	28,274	63, 61 73	9
10	1 00	1 000	3,1623	2,1544	2,30259	100,000	31,416	78, 53 98	10
11	121	1 331	3,3166	2,2240	2,39790	90,9091	34,558	95, 03 32	11
12	1 44	1 728	3,4641	2,2894	2,48491	83,3333	37,699	1 13, 09 7	12
13	1 69	2 197	3,6056	2,3513	2,56495	76,9231	40,841	1 32, 73 2	13
14	1 96	2 744	3,7417	2,4101	2,63906	71,4286	43,982	1 53, 93 8	14
15	2 25	3 375	3,8730	2,4662	2,70805	66,6667	47,124	1 76, 71 5	15
16	2 56	4 096	4,0000	2,5198	2,77259	62,5000	50,265	2 01, 06 2	16
17	2 89	4 913	4,1231	2,5713	2,83321	58,8235	53,407	2 26, 98 0	17
18	3 24	5 832	4,2426	2,6207	2,89037	55,5556	56,549	2 54, 46 9	18
19	3 61	6 859	4,3589	2,6684	2,94444	52,6316	59,690	2 83, 52 9	19
20	4 00	8 000	4,4721	2,7144	2,99573	50,0000	62,832	3 14, 15 9	20
21	4 41	9 261	4,5826	2,7589	3,04452	47,6190	65,973	3 46, 36 1	21
22	4 84	10 648	4,6904	2,8020	3,09104	45,4545	69,115	3 80, 13 3	22
23	5 29	12 167	4,7958	2,8439	3,13549	43,4783	72,257	4 15, 47 6	23
24	5 76	13 824	4,8990	2,8845	3,17805	41,6667	75,398	4 52, 38 9	24
25	6 25	15 625	5,0000	2,9240	3,21888	40,0000	78,540	4 90, 87 4	25
26	6 76	17 576	5,0990	2,9625	3,25810	38,4615	81,681	5 30, 92 9	26
27	7 29	19 683	5,1962	3,0000	3,29584	37,0370	84,823	5 72, 55 5	27
28	7 84	21 952	5,2915	3,0366	3,33220	35,7143	87,965	6 15, 75 2	28
29	8 41	24 389	5,3852	3,0723	3,36730	34,4828	91,106	6 60, 52 0	29
30	9 00	27 000	5,4772	3,1072	3,40120	33,3333	94,248	7 06, 85 8	30
31	9 61	29 791	5,5678	3,1414	3,43399	32,2581	97,389	7 54, 76 8	31
32	10 24	32 768	5,6569	3,1748	3,46574	31,2500	100,531	8 04, 24 8	32
33	10 89	35 937	5,7446	3,2075	3,49651	30,3030	103,673	8 55, 29 9	33
34	11 56	39 304	5,8310	3,2396	3,52636	29,4118	106,814	9 07, 92 0	34

(nastavak)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}\cdot 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
35	12 25	42 875	5,9161	3,2711	3,55535	28,5714	109,956	9 62, 11 3	35
36	12 96	46 656	6,0000	3,3019	3,58352	27,7778	113,097	10 17, 88	36
37	13 69	50 653	6,0328	3,3322	3,61092	27,0270	116,239	10 75, 21	37
38	14 44	54 872	6,1644	3,3620	3,63759	26,3158	119,381	11 34, 11	38
39	15 21	59 319	6,2450	3,3912	3,66356	25,6410	122,522	11 94, 59	39
40	16 00	64 000	6,3246	3,4200	3,68888	25,0000	125,66	12 56, 64	**40**
41	16 81	68 921	6,4031	3,4482	3,71357	24,3902	128,81	13 20, 25	41
42	17 64	74 088	6,4807	3,4760	3,73767	23,8095	131,95	13 85, 44	42
43	18 49	79 507	6,5574	3,5034	3,76120	23,2558	135,09	14 52, 20	43
44	19 36	85 184	6,6332	3,5303	3,78419	22,7273	138,23	15 20, 53	44
45	20 25	91 125	6,7082	3,5569	3,80666	22,2222	141,37	15 90, 43	45
46	21 16	97 336	6,7823	3,5830	3,82864	21,7391	144,51	16 61, 90	46
47	22 09	103 823	6,8557	3,6088	3,85015	21,2766	147,65	17 34, 94	47
48	23 04	110 592	6,9282	3,6342	3,87120	20,8333	150,80	18 09, 56	48
49	24 01	117 649	7,0000	3,6593	3,89182	20,4082	153,94	18 85, 74	49
50	25 00	125 000	7,0711	3,6840	3,91202	20,0000	157,08	19 63, 50	**50**
51	26 01	132 651	7,1414	3,7084	3,93183	19,6078	160,22	20 42, 82	51
52	27 04	140 608	7,2111	3,7325	3,95124	19,2308	163,36	21 23, 72	52
53	28 09	148 877	7,2801	3,7563	3,97029	18,8679	166,50	22 06, 18	53
54	29 16	157 464	7,3485	3,7798	3,98898	18,5185	169,65	22 90, 22	54
55	30 25	166 375	7,4162	3,8030	4,00733	18,1818	172,79	23 75, 83	55
56	31 36	175 616	7,4833	3,8259	4,02535	17,8571	175,93	24 63, 01	56
57	32 49	185 193	7,5498	3,8485	4,04305	17,5439	179,07	25 51, 76	57
58	33 64	195 112	7,6158	3,8709	4,06044	17,2414	182,21	26 42, 08	58
59	34 81	205 379	7,6811	3,8930	4,07754	16,9492	185,35	27 33, 97	59
60	36 00	216 000	7,7460	3,9149	4,09434	16,6667	188,50	28 27, 43	**60**
61	37 21	226 981	7,8102	3,9365	4,11087	16,3934	191,64	29 22, 47	61
62	38 44	238 328	7,8740	3,9579	4,12713	16,1290	194,78	30 19, 07	62
63	39 69	250 047	7,9373	3,9791	4,14313	15,8730	197,92	31 17, 25	63
64	40 96	262 144	8,0000	4,0000	4,15888	15,6250	201,06	32 16, 99	64
65	42 25	274 625	8,0623	4,0207	4,17439	15,3846	204,20	33 18, 31	65
66	43 56	287 496	8,1240	4,0412	4,18965	15,1515	207,35	34 21, 19	66
67	44 89	300 763	8,1854	4,0615	4,20469	14,9254	210,49	35 25, 65	67
68	46 24	314 432	8,2462	4,0817	4,21951	14,7059	213,63	36 31, 68	68
69	47 61	328 509	8,3066	4,1016	4,23411	14,4928	216,77	37 39, 28	69
70	49 00	343 000	8,3666	4,1213	4,24850	14,2857	219,91	38 48, 45	**70**

(nastavak)

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\ln n$	$\frac{1}{n}\cdot 10^3$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
70	49 00	343 000	8,3666	4,1213	4,24850	14,2857	219,91	38 48, 45	**70**
71	50 41	357 911	8,4261	4,1408	4,26268	14,0845	223,05	39 59, 19	71
72	51 84	373 248	8,4853	4,1602	4,27667	13,8889	226,19	40 71, 50	72
73	53 29	389 017	8,5440	4,1793	4,29046	13,6986	229,34	41 85, 39	73
74	54 76	405 224	8,6023	4,1983	4,30407	13,5135	232,48	43 00, 84	74
75	56 25	421 875	8,6603	4,2172	4,31749	13,3333	235,62	44 17, 86	75
76	57 76	438 976	8,7178	4,2358	4,33073	13,1579	238,76	45 36, 46	76
77	59 29	456 533	8,7750	4,2543	4,34381	12,9870	241,90	46 56, 63	77
78	60 84	474 552	8,8318	4,2727	4,35671	12,8205	245,04	47 78, 36	78
79	62 41	493 039	8,8882	4,2908	4,36945	12,6582	248,19	49 01, 67	79
80	64 00	512 000	8,9443	4,3089	4,38203	12,5000	251,33	50 26, 55	**80**
81	65 61	531 441	9,0000	4,3267	4,39445	12,3457	254,47	51 53, 00	81
82	67 24	551 368	9,0554	4,3445	4,40672	12,1951	257,61	52 81, 02	82
83	68 89	571 787	9,1104	4,3621	4,41884	12,0482	260,75	54 10, 61	83
84	70 56	592 704	9,1652	4,3795	4,43082	11,9048	263,89	55 41, 77	84
85	72 25	614 125	9,2195	4,3968	4,44265	11,7647	267,04	56 74, 50	85
86	73 96	636 056	9,2736	4,4140	4,45435	11,6279	270,18	58 08, 80	86
87	75 69	658 503	9,3274	4,4310	4,46591	11,4933	273,32	59 44, 68	87
88	77 44	681 472	9,3808	4,4480	4,47734	11,3636	276,46	60 82, 12	88
89	79 21	704 969	9,4340	4,4647	4,48864	11,2360	279,60	62 21, 14	89
90	81 00	729 000	9,4868	4,4814	4,49981	11,1111	282,74	63 61, 73	**90**
91	82 81	753 571	9,5394	4,4979	4,51086	10,9890	285,88	65 03, 88	91
92	84 64	778 688	9,5917	4,5144	4,52179	10,8696	289,03	66 47, 61	92
93	86 49	804 357	9,6437	4,5307	4,53260	10,7527	292,17	67 92, 91	93
94	88 36	830 584	9,6954	4,5468	4,54329	10,6383	295,31	69 39, 78	94
95	90 25	857 375	9,7468	4,5629	4,55389	10,5263	298,45	70 88, 22	95
96	92 16	884 736	9,7980	4,5789	4,56435	10,4167	301,59	72 38, 23	96
97	94 09	912 673	9,8489	4,5947	4,57471	10,3093	304,73	73 89, 81	97
98	96 04	941 192	9,8995	4,6104	4,58497	10,2041	307,88	75 42, 96	98
99	98 01	970 299	9,9499	4,6261	4,59512	10,1010	311,02	76 97, 69	99
100	1 00 00	1000 000	10,0000	4,6416	4,60517	10,0000	314,16	78 53, 98	**100**

→	—	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	**3010**	**3032**	**3054**	**3075**	**3096**	**3118**	**3139**	**3160**	**3181**	**3202**
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3503	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3748	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4233	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4684	4698	4713	4728	4742	4757
30	**4771**	**4786**	**4800**	**4814**	**4829**	**4843**	**4857**	**4871**	**4886**	**4900**
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5052	5065	5079	5092	5106	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5238	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5659	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	**6021**	**6031**	**6042**	**6053**	**6064**	**6075**	**6085**	**6096**	**6107**	**6117**
41	6128	6138	6149	6160	6170	6181	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6523
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6703	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6822	6831	6840	6849	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6929	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	**6990**	**6998**	**7007**	**7016**	**7024**	**7033**	**7042**	**7050**	**7059**	**7067**
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7127	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396

→	—	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7521	7528	7536	7544	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7661	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	**7782**	**7789**	**7796**	**7803**	**7810**	**7818**	**7825**	**7932**	**7839**	**7846**
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8143	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8332	8338	8344	8357	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	**8451**	**8457**	**8463**	**8470**	**8476**	**8482**	**8488**	**8494**	**8500**	**8507**
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	**9031**	**9036**	**9042**	**9047**	**9053**	**9058**	**9063**	**9069**	**9074**	**9080**
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9310	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	**9542**	**9547**	**9552**	**9557**	**9562**	**9567**	**9571**	**9576**	**9581**	**9586**
91	9590	9595	9600	9605	9610	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9676	9680
93	9685	9690	9694	9699	9704	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9796	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9895	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9970	9974	9978	9983	9987	9991	9996

Sinus

°	0,0 0′	0,1 6′	0,2 12′	0,3 18′	0,4 24′	0,5 30′	0,6 36′	0,7 42′	0,8 48′	0,9 54′	1,0 60′	
0	**0,0000**	**0017**	**0035**	**0052**	**0070**	**0087**	**0105**	**0122**	**0140**	**0157**	**0175**	**89**
1	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88
2	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87
3	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86
4	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0872	85
5	0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	1045	84
6	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	1219	83
7	1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	1392	82
8	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	1564	81
9	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	1736	80
10	**0,1736**	**1754**	**1771**	**1788**	**1805**	**1822**	**1840**	**1874**	**1857**	**1891**	**1908**	**79**
11	1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	2079	78
12	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	2250	77
13	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	2419	76
14	2149	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	2588	75
15	2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740	2756	74
16	2756	2773	2790	2807	2823	2840	2857	2874	2890	2907	2924	73
17	2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074	3090	72
18	3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239	3256	71
19	3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404	3420	70
20	**0,3420**	**3437**	**3453**	**3469**	**3486**	**3502**	**3518**	**3535**	**3581**	**3567**	**3584**	**69**
21	3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730	3746	68
22	3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891	3907	67
23	3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051	4067	66
24	4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210	4226	65
25	4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	3337	4352	4368	4384	64
26	4384	4399	4415	4431	4462	4462	4478	4493	4509	4524	4540	63
27	4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679	4695	62
28	4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833	4848	61
29	4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985	5000	60
30	**0,5000**	**5015**	**5030**	**5045**	**5060**	**5075**	**5090**	**5105**	**5120**	**5135**	**5150**	**59**
31	5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	5299	58
32	5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	5446	57
33	5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	5592	56
34	5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721	5736	55
35	5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864	5878	54
36	5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004	6018	53
37	6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143	6157	52
38	6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280	6293	51
39	6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414	6428	50
40	**0,6428**	**6441**	**6455**	**6468**	**6481**	**6494**	**6508**	**6521**	**6534**	**6547**	**6561**	**49**
41	6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678	6691	48
42	6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6607	6820	47
43	6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934	6947	46
44	0,6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7034	7046	7059	7071	45
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	°
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	

Cosinus

Cosinus

°	0,0 0′	0,1 6′	0,2 12′	0,3 18′	0,4 24′	0,5 30′	0,6 36′	0,7 42′	0,8 48′	0,9 54′	1,0 60′	
0	**1,0000**	**1,0000**	**1,0000**	**1,0000**	**1,0000**	**1,0000**	**0,9999**	**0,9999**	**0,9999**	**0,9999**	**0,9999**	**89**
1	0,9998	9998	9998	9997	9997	9997	9996	9996	9995	9995	9994	88
2	9994	9993	9993	9992	9991	9990	9990	9980	9988	9987	9986	87
3	9986	9985	9984	9983	9982	9981	9980	9979	9978	9977	9976	86
4	9976	9974	9973	9972	9971	9969	9968	9966	9965	9963	9962	85
5	9962	9960	9959	9957	9956	9954	9952	9951	9949	9947	9945	84
6	9945	9943	9942	9940	9938	9936	9934	9932	9930	9928	9925	83
7	9925	9923	9921	9919	9917	9914	9912	9910	9907	9905	9903	82
8	9903	9900	9808	9895	9893	9890	9888	9885	9882	9880	9877	81
9	9877	9874	9871	9869	9866	9863	9860	9857	9854	9851	9848	80
10	**0,9848**	**9845**	**9842**	**9839**	**9836**	**9833**	**9829**	**9826**	**9823**	**9820**	**9816**	**79**
11	9816	9813	9810	9806	9803	9799	9796	9792	9789	9785	9781	78
12	9781	9778	9774	9770	9767	9763	9759	9755	9751	9748	9744	77
13	9744	9740	9736	9732	9728	9724	9720	9715	9711	9707	9703	76
14	9703	9699	9694	9690	9686	9681	9677	9673	9668	9664	9659	75
15	9659	9655	9650	9646	9641	9636	9632	9627	9622	9617	9613	74
16	9613	9808	9603	9598	9593	9588	9583	9578	9573	9568	9563	73
17	9563	9558	9553	9548	9542	9537	9532	9527	9521	9516	9511	72
18	9511	9505	9500	9494	9489	9483	9478	9472	9466	9461	9455	71
19	9455	9449	9444	9438	9432	9426	9421	9415	9409	9403	9397	70
20	**0,9397**	**9391**	**9385**	**9397**	**9373**	**9367**	**9361**	**9354**	**9343**	**9342**	**9336**	**69**
21	9336	9330	9323	9317	9311	9304	9298	9291	9285	9278	9272	68
22	9272	9265	9259	9252	9245	9239	9232	9225	9219	9212	9205	67
23	9205	9198	9191	9184	9178	9171	9164	9157	9150	9143	9135	66
24	9135	9128	9121	9114	9107	9100	9092	9085	9078	9070	9063	65
25	9063	9056	9048	9041	9033	9026	9018	9011	9003	8996	8988	64
26	8988	8980	8973	8965	8957	8949	8942	8934	8926	8918	8910	63
27	8910	8902	8894	8886	8878	8870	8862	8854	8846	8838	8829	62
28	8829	8821	8813	8805	8796	8788	8780	8771	8763	8755	8746	61
29	8746	8738	8729	8721	8712	8704	8695	8686	8678	8669	8660	60
30	**0,8660**	**8652**	**8643**	**8634**	**8625**	**8616**	**8607**	**8539**	**8590**	**8581**	**8572**	**59**
31	8572	8663	8554	8545	8536	8526	8517	8508	8499	8490	8480	58
32	8480	8471	8462	8453	8443	8434	8425	8415	8406	8396	8387	57
33	8387	8377	8368	8358	8348	8339	8329	8320	8310	8300	8290	56
34	8290	8281	8271	8261	8251	8241	8231	8221	8211	8202	8192	55
35	8192	8181	8171	8161	8151	1841	1831	1821	8111	8100	8090	54
36	8090	8080	8070	8059	8049	8039	8028	8018	8007	7997	7986	53
37	7986	7976	7965	7955	7944	7934	7923	7912	7902	7891	7880	52
38	7880	7869	7859	7848	7837	7826	7815	7804	7793	7782	7771	51
39	7771	7760	7749	7738	7727	7716	7705	7694	7683	7672	7660	50
40	**0,7660**	**7649**	**7638**	**7627**	**7615**	**7604**	**7593**	**7581**	**7570**	**7559**	**7547**	**49**
41	7547	7536	7524	7513	7501	7490	7478	7466	7455	7443	7431	48
42	7431	7420	7408	7396	7385	7373	7361	7349	7337	7325	7314	47
43	7314	7302	7290	7278	7266	7254	7242	7230	7218	7206	7193	46
44	0,7193	7181	7169	7157	7145	7133	7120	7108	7096	7083	7071	45
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	°
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	

Sinus

	Tangens											
	0,0 0′	0,1 6′	0,2 12′	0,3 18′	0,4 24′	0,5 30′	0,6 36′	0,7 42′	0,8 48′	0,9 54′	1,0 60′	
0	**0,0000**	**0017**	**0035**	**0052**	**0070**	**0087**	**0105**	**0122**	**0140**	**0157**	**0175**	**89**
	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88
2	0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	0524	87
3	0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	0699	86
4	0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	0875	85
5	0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	1051	84
6	1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	1228	83
7	1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	1405	82
8	1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	1584	81
9	1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	1763	80
10	**0,1763**	**1781**	**1799**	**1817**	**1835**	**1853**	**1871**	**1890**	**1908**	**1926**	**1944**	**79**
11	1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107	2126	78
12	2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290	2309	77
13	2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475	2493	76
14	2493	2512	2530	2549	2568	2586	2605	2623	2642	2661	2679	75
15	2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849	2867	74
16	2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038	3057	73
17	3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230	3249	72
18	3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424	3443	71
19	3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620	3640	70
20	**0,3640**	**3659**	**3679**	**3699**	**3719**	**3739**	**3759**	**3779**	**3799**	**3819**	**3839**	**69**
21	3839	3859	3879	3899	3919	3939	3959	3979	4000	4020	4040	68
22	4040	4061	4081	4101	4122	4142	4163	4183	4204	4224	4245	67
23	4245	4265	4286	4307	4327	4348	4369	4390	4411	4431	4452	66
24	4452	4473	4494	4515	4536	4557	4578	4599	4621	4642	4663	65
25	4663	4684	4706	4727	4748	4770	4791	4813	4834	4856	4877	64
26	4877	4899	4921	4942	4964	4986	5008	5029	5051	5073	5095	63
27	5095	5117	5139	5161	5184	5206	5228	5250	5272	5295	5317	62
28	5317	5340	5362	5384	5407	5430	5452	5475	5498	5520	5543	61
29	5543	5566	5589	5612	5635	5658	5681	5704	5727	5750	5774	60
30	**0,5774**	**5797**	**5820**	**5844**	**5867**	**5890**	**5914**	**5938**	**5961**	**5985**	**6009**	**59**
31	6009	6032	6056	6080	6104	6128	6152	6176	6200	6224	6249	58
32	6249	6273	6297	6322	6346	6371	6395	6420	6445	6469	6494	57
33	6494	6519	6544	6569	6594	6619	6644	6669	6694	6720	6745	56
34	6745	6771	6795	6822	6847	6873	6899	6924	6950	6976	7002	55
35	7002	7028	7054	7080	7107	7133	7159	7186	7212	7239	7265	54
36	7265	7292	7319	7346	7373	7400	7427	7454	7481	7508	7536	53
37	7536	7563	7590	7618	7646	7673	7701	7729	7757	7785	7813	52
38	7813	7841	7869	7898	7926	7954	7983	8012	8040	8069	9098	51
39	8098	8127	8156	8185	8214	8243	8273	8302	8332	8361	8391	50
40	**0,8391**	**8421**	**8451**	**8481**	**8511**	**8541**	**8571**	**8601**	**8632**	**8662**	**8693**	**49**
41	8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972	9004	48
42	9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293	9325	47
43	9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623	9657	46
44	0,9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9896	9930	9965	1,0000	45
	60′ 1,0	54′ 0,9	48′ 0,8	42′ 0,7	36′ 0,6	30′ 0,5	24′ 0,4	18′ 0,3	12′ 0,2	6′ 0,1	0′ 0,0	
	Cotangens											

	Cotangens											
	0,0 0′	0,1 6′	0,2 12′	0,3 18′	0,4 24′	0,5 30′	0,6 36′	0,7 42′	0,8 48′	0,9 54′	1,0 60′	
0	∞	**573,0**	**286,5**	**191,0**	**143,2**	**114,6**	**95,49**	**81,85**	**71,62**	**63,66**	**57,29**	**89**
1	57,29	52,08	47,74	44,07	40,92	38,19	35,80	33,69	31,82	30,14	28,64	88
2	28,64	27,27	26,03	24,90	23,86	22,90	22,02	21,20	20,45	19,74	19,08	87
3	19,08	18,46	17,89	17,34	16,83	16,35	15,89	15,46	15,06	14,67	14,30	86
4	14,30	13,95	13,62	13,30	13,00	12,71	12,43	12,16	11,91	11,66	11,43	85
5	11,43	11,20	10,99	10,78	10,58	10,39	10,20	10,02	9,845	9,677	9,514	84
6	9,514	9,357	9,205	9,058	8,915	8,777	8,643	8,513	8,386	8,264	8,144	83
7	8,144	8,028	7,916	7,806	7,700	7,596	7,495	7,396	7,300	7,207	7,115	82
8	7,115	7,026	6,940	6,855	6,772	6,691	6,612	6,535	6,460	6,386	6,314	81
9	6,314	6,243	6,174	6,107	6,041	5,976	5,912	5,850	5,789	5,730	5,671	80
10	**5,671**	**5,614**	**5,558**	**5,503**	**5,449**	**5,396**	**5,343**	**5,292**	**5,242**	**5,193**	**5,145**	**79**
11	5,145	5,097	5,050	5,005	4,959	4,915	4,872	4,829	4,787	4,745	4,705	78
12	4,705	4,665	4,625	4,586	4,548	4,511	4,474	4,437	4,402	4,366	4,331	77
13	4,331	4,297	4,264	4,230	4,198	4,165	4,134	4,102	4,071	4,041	4,011	76
14	4,011	3,981	3,952	3,923	3,895	3,867	3,839	3,812	3,785	3,758	3,732	75
15	3,732	3,706	3,681	3,655	3,630	3,606	3,582	3,558	3,534	3,511	3,487	74
16	3,487	3,465	3,442	3,420	3,398	3,376	3,354	3,333	3,312	3,291	3,271	73
17	3,271	3,251	3,230	3,211	3,191	3,172	3,152	3,133	3,115	3,096	3,078	72
18	3,078	3,060	3,042	3,024	3,006	2,989	2,971	2,954	2,937	2,921	2,904	71
19	2,904	2,888	2,872	2,856	2,840	2,824	2,808	2,793	2,778	2,762	2,747	70
20	**2,747**	**2,733**	**2,718**	**2,703**	**2,689**	**2,675**	**2,660**	**2,646**	**2,633**	**2,619**	**2,605**	**69**
21	2,605	2,592	2,578	2,565	2,552	2,539	2,526	2,513	2,500	2,488	2,475	68
22	2,475	2,463	2,450	2,438	2,426	2,414	2,402	2,391	2,379	2,367	2,356	67
23	2,356	2,344	2,333	2,322	2,311	2,300	2,289	2,278	2,267	2,257	2,246	66
24	2,246	2,236	2,225	2,215	2,204	2,194	2,184	2,174	2,164	2,154	2,145	65
25	2,145	2,135	2,125	2,116	2,106	2,097	2,087	2,078	2,069	2,059	2,050	64
26	2,050	2,041	2,032	2,023	2,014	2,006	1,997	1,988	1,980	1,971	1,963	63
27	1,963	1,954	1,946	1,937	1,929	1,921	1,913	1,905	1,897	1,889	1,881	62
28	1,881	1,873	1,865	1,857	1,849	1,842	1,834	1,827	1,819	1,811	1,804	61
29	1,804	1,797	1,789	1,782	1,775	1,767	1,760	1,753	1,746	1,739	1,732	60
30	**1,732**	**1,725**	**1,718**	**1,711**	**1,704**	**1,698**	**1,691**	**1,684**	**1,678**	**1,671**	**1,664**	**59**
31	1,664	1,658	1,651	1,645	1,638	1,632	1,625	1,619	1,613	1,607	1,600	58
32	1,600	1,594	1,588	1,582	1,576	1,570	1,564	1,558	1,552	1,546	1,540	57
33	1,540	1,534	1,528	1,522	1,517	1,511	1,505	1,499	1,494	1,488	1,483	56
34	1,483	1,477	1,471	1,466	1,460	1,455	1,450	1,444	1,439	1,433	1,428	55
35	1,428	1,423	1,418	1,412	1,407	1,402	1,397	1,392	1,387	1,381	1,376	54
36	1,376	1,371	1,366	1,361	1,356	1,351	1,347	1,342	1,337	1,332	1,327	53
37	1,327	1,322	1,317	1,313	1,308	1,303	1,299	1,294	1,289	1,285	1,280	52
38	1,280	1,275	1,271	1,266	1,262	1,257	1,253	1,248	1,244	1,239	1,235	51
39	1,235	1,230	1,226	1,222	1,217	1,213	1,209	1,205	1,200	1,196	1,192	50
40	**1,192**	**1,188**	**1,183**	**1,183**	**1,179**	**1,171**	**1,167**	**1,163**	**1,159**	**1,154**	**1,150**	**49**
41	1,150	1,146	1,142	1,138	1,134	1,130	1,126	1,122	1,118	1,115	1,111	48
42	1,111	1,107	1,103	1,099	1,095	1,091	1,087	1,084	1,080	1,076	1,072	47
43	1,072	1,069	1,065	1,061	1,057	1,054	1,050	1,046	1,043	1,039	1,036	46
44	1,036	1,032	1,028	1,025	1,021	1,018	1,014	1,011	1,007	1,003	1,000	45
	60′ 1,0	54′ 0,9	48′ 0,8	42′ 0,7	36′ 0,6	30′ 0,5	24′ 0,4	18′ 0,3	12′ 0,2	6′ 0,1	0′ 0,0	
	Tangens											

e^x, e^{-x}, $1 - e^{-x}$, $\sinh x$, $\cosh x$, $\sin x$, $\cos x$

x	e^x	e^{-x}	$1-e^{-x}$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\sin x$	$\cos x$	x u stepen.
0	1	1	0	0	1	0	1	0
0,01	1,0101	0,9901	0,0099	0,0100	1,0001	0,0001	0,9999	0,57
0,02	1,0202	0,9802	0,0198	0,0200	1,0002	0,0200	0,9998	1,15
0,03	1,0305	0,9705	0,0295	0,0300	1,0005	0,0300	0,9996	1,72
0,04	1,0408	0,9608	0,0392	0,0400	1,0008	0,0399	0,9992	2,29
0,05	**1,0513**	**0,9513**	**0,0487**	**0,0500**	**1,0013**	**0,0499**	**0,9988**	**2,86**
0,06	1,0618	0,9418	0,0582	0,0600	1,0018	0,0599	0,9982	3,44
0,07	1,0725	0,9324	0,0676	0,0701	1,0025	0,0699	0,9976	4,01
0,08	1,0833	0,9231	0,0769	0,0801	1,0032	0,0799	0,9968	4,58
0,09	1,0942	0,9139	0,0861	0,0901	1,0041	0,0899	0,9959	5,16
0,10	**1,1052**	**0,9048**	**0,0952**	**0,1002**	**1,0050**	**0,0998**	**0,9950**	**5,73**
0,11	1,1163	0,8958	0,1042	0,1102	1,0061	0,1098	0,9940	6,30
0,12	1,1275	0,8869	0,1131	0,1203	1,0072	0,1197	0,9928	6,88
0,13	1,1388	0,8781	0,1219	0,1304	1,0085	0,1296	0,9916	7,45
0,14	1,1503	0,8694	0,1306	0,1405	1,0098	0,1395	0,9902	8,02
0,15	**1,1618**	**0,8607**	**0,1393**	**0,1506**	**1,0113**	**0,1494**	**0,9888**	**8,59**
0,16	1,1735	0,8521	0,1479	0,1607	1,0128	0,1593	0,9872	9,17
0,17	1,1853	0,8437	0,1563	0,1708	1,0145	0,1692	0,9856	9,74
0,18	1,1972	0,8353	0,1647	0,1810	1,0162	0,1790	0,9838	10,31
0,19	1,2093	0,8270	0,1730	0,1912	1,0181	0,1889	0,9820	10,89
0,20	**1,2214**	**0,8187**	**0,1813**	**0,2013**	**1,0201**	**0,1987**	**0,9801**	**11,46**
0,21	1,2337	0,8106	0,1894	0,2116	1,0221	0,2085	0,9780	12 03
0,22	1,2461	0,8025	0,1975	0,2218	1,0243	0,2182	0,9759	12,61
0,23	1,2586	0,7945	0,2055	0,2320	1,0266	0,2280	0,9737	13,18
0,24	1,2713	0,7866	0,2134	0,2423	1,0289	0,2377	0,9713	13,75
0,25	**1,2840**	**0,7788**	**0,2212**	**0,2526**	**1,0314**	**0,2474**	**0,9689**	**14,32**
0,26	1,2969	0,7711	0,2289	0,2629	1,0340	0,2571	0,9664	14,90
0,27	1,2100	0,7634	0,2366	0,2733	1,0367	0,2667	0,9638	15,47
0,28	1,3231	0,7558	0,2442	0,2837	1,0395	0,2764	0,9611	16,04
0,29	1,3364	0,7483	0,2517	0,2941	1,0424	0,2860	0,9582	16,62
0,30	**1,3499**	**0,7408**	**0,2592**	**0,3045**	**1,0453**	**0,2955**	**0,9553**	**17,19**
0,31	1,3634	0,7335	0,2665	0,3150	1,0484	0,3051	0,9523	17,76
0,32	1,3771	0,7262	0,2738	0,3255	1,0516	0,3146	0,9492	18,33
0,33	1,3910	0,7189	0,2811	0,3360	1,0550	0,3240	0,9460	18,91
0,34	1,4050	0,7118	0,2882	0,3466	1,0584	0,3335	0,9428	19,48
0,35	**1,4191**	**0,7047**	**0,2953**	**0,3572**	**1,0619**	**0,3429**	**0,9394**	**20,05**
0,36	1,4333	0,6977	0,3023	0,3678	1,0655	0,3523	0,9359	20,63
0,37	1,4477	0,6907	0,3093	0,3785	1,0692	0,3616	0,9323	21,20
0 38	1,4623	0,6839	0,3161	0,3892	1,0731	0,3709	0,9287	21,77
0,39	1,4770	0,6771	0,3229	0,4000	1,0770	0,3802	0,9249	23,35
0,40	**1,4918**	**0,6703**	**0,3297**	**0,4108**	**1,0811**	**0,3894**	**0,9211**	**23,92**
0,41	1,5068	0,6637	0,3363	0,4216	1,0852	0,3986	0,9171	23,49
0,42	1,5220	0,6571	0,3429	0,4325	1,0895	0,4078	0,9131	24,06
0,43	1,5373	0,6505	0,3495	0,4434	1,0939	0,4169	0,9090	24,64
0,44	1,5527	0,6440	0,3560	0,4543	1,0984	0,4259	0,9048	25,21
0,45	**1,5683**	**0,6776**	**0,3624**	**0,4653**	**1,1030**	**0,4350**	**0,9005**	**25,78**

x	e^x	e^{-x}	$1-e^{-x}$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\sin x$	$\cos x$	x u stepen.
0,45	**1,6683**	**0,6376**	**0,3624**	**0,4653**	**1,1030**	**0,4350**	**0,9005**	**25,78**
0,46	1,5841	0,6313	0,3687	0,4764	1,1077	0,4440	0,8961	26,36
0,47	1,6000	0,6250	0,3750	0,4875	1,1125	0,4529	0,8916	26,93
0,48	1,6161	0,6188	0,3812	0,4987	1,1174	0,4618	0,8870	27,50
0,49	1,6323	0,6126	0,3874	0,5098	1,1225	0,4706	0,8823	28,05
0,50	**1,6487**	**0,6065**	**0,3935**	**0,5211**	**1,1276**	**0,4794**	**0,8776**	**28'65**
0,52	1,6820	0,5945	0,4055	0,5438	1,1383	0,4969	0,8678	29,79
0,54	1,7160	0,5828	0,4172	0,5666	1,1494	0,5141	0,8577	30,94
0,56	1,7507	0,5712	0,4288	0,5897	1,1609	0,5312	0,8473	32,09
0,58	1,7860	0,5590	0,4410	0,6131	1,1703	0,5480	0,8365	33,23
0,60	**1,8221**	**0,5488**	**0,4512**	**0,6367**	**1,1855**	**0,5646**	**0,8323**	**34,38**
0,62	1,8589	0,5379	0,4621	0,6605	1,1984	0,5810	0,8139	35,52
0,64	1,8965	0,5273	0,4727	0,6846	1,2119	0,5972	0,8021	36,67
0,66	1,9348	0,5169	0,4831	0,7090	1,2258	0,6131	0,7900	37,82
0,68	1,9739	0,5066	0,4934	0,7336	1,2403	0,6288	0,7776	39,96
0,70	**2,0138**	**0,4966**	**0,5034**	**0,7586**	**2,2552**	**0,6442**	**0,7648**	**40,11**
0,72	2,0544	0,4868	0,5132	0,7838	1,2706	0,6594	0,7518	41,25
0,74	2,0959	0,4771	0,5229	0,8094	1,2865	0,6743	0,7385	42,40
0,76	2,1383	0,4677	0,5323	0,8353	1,3030	0,6889	0,7248	43,54
0,78	2,1815	0,4584	0,5416	0,8615	1,3199	0,7033	0,7109	44,69
0,80	**2,2255**	**0,4493**	**0,5507**	**1,8881**	**1,3374**	**0,7174**	**0,6967**	**45,84**
0,82	2,2705	0,4404	0,5596	0,9150	1,3555	0,7312	0,6822	46,98
0,84	2,3164	0,4317	0,5683	0,9423	1,3740	0,7446	0,6675	48,13
0,86	2,3632	0,4232	0,5768	0,9700	1,3932	0,7578	0,6524	49,27
0,88	2,4109	0,4148	0,5852	0,9981	1,4128	0,7707	0,6372	50,42
0,90	**2,4596**	**0,4066**	**0,5934**	**1,0265**	**1,4331**	**0,7833**	**0,6216**	**51,57**
0,92	2,5093	0,3985	0,6015	1,0554	1,4539	0,7956	0,6138	52,71
0,94	2,5600	0,3906	0,6094	1,0874	1,4753	0,8076	0,5898	53,86
0,96	2,6117	0,3828	0,6172	1,1144	1,4973	0,8192	0,5735	55,00
0,98	2,6645	0,3753	0,6247	1,1466	1,5199	0,8305	0,5570	56,15
1,00	**2,7183**	**0,3679**	**0,6372**	**1 1752**	**1,5431**	**0,8415**	**0,5403**	**57,30**
1,02	**2,7732**	**0,3606**	**0,6394**	**1,2063**	**1,5669**	**0,8521**	**0,5234**	**58,44**
1,04	2,8292	0,3535	0,6465	1,2379	1,5913	0,8624	0,5062	59,59
1,06	2,8864	0,3465	0,6535	1,2700	1,6164	0,8724	0,4889	60,73
1,08	2,9447	0,3396	0,6604	1,3025	1,6553	0,8820	0,4713	61,88
1,10	**3,0042**	**0,3329**	**0,6671**	**1,3357**	**1,6685**	**0,8912**	**0,4536**	**63,03**
1,12	3,0649	0,3260	0,6737	1,3694	1,6956	0,9001	0,4357	64,17
1,14	3,1268	0,3198	0,6802	1,4035	1,7233	0,9086	0,4176	65,32
1,16	3,1899	0,3135	0,6865	1,4382	1,7517	0,9168	0,3993	66,46
1,18	3,2544	0,3073	0,6927	1,4736	1,7808	0,9246	0,3809	67,71
1,20	**3,3201**	**0,3012**	**0,6988**	**1,5095**	**1,8107**	**0,9320**	**0,3624**	**68,75**
1,22	3,3872	0,2952	0,7048	1,5460	1,8412	0,9391	0,3437	69,90
1,24	3,4556	0,2894	0,7106	1,5831	1,8725	0,9458	0,3248	71,05
1,26	3,5254	0,2837	0,7163	1,6209	1,9045	0,9521	0,3058	72,19
1,28	3,5966	0,2780	0,7220	1,6593	1,9373	0,9580	0,2867	73,34
1,30	**3,6693**	**0,2725**	**0,7275**	**1,6984**	**1,9709**	**0,9636**	**0,2675**	**74,48**
1,32	3,7434	0,2671	0,8229	1,7381	2,0053	0,9687	0,2482	75,63
1,34	3,8190	0,2618	0,7382	1,7786	2,0404	0,9735	0,2288	76,78
1,36	3,8962	0,2567	0,7433	1,8198	2,0764	0,9779	0,2092	77,92
1,38	3,9742	0,2516	0,7484	1,8617	2,1132	0,9819	0,1896	79,07
1,40	4,0552	0,2466	0,7534	1,9043	2,1509	0,9855	0,1700	80,21

x	e^x	e^{-x}	$1-x-e$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\sin x$	$\cos x$	x u stepen.
1,40	4,0552	0,2466	0,7534	1,9043	2,1509	0,9855	0,1700	80,21
1,45	4,2631	0,2346	0,7654	2,0143	2,2488	0,9927	0,1205	83,01
1,50	**4,4817**	**0,2231**	**0,7769**	**2,1293**	**2,3524**	**0,9975**	**0,0707**	**85,94**
1,55	4,7115	0,2123	0,7873	2,2496	2,4619	0,9998	0,0208	88,21
1,60	4,9530	0,2019	0,7981	2,3756	2,5775	0,9996	—0,0292	91,67
1,65	5,2070	0,1921	0,8079	2,5075	2,6995	0,9969	—0,0791	94,54
1,70	5,4740	0,1827	0,8173	2,6456	2,8283	0,9917	—0,1288	97,40
1,75	**5,7546**	**0,1738**	**0,8262**	**2,7904**	**2,9642**	**0,9840**	**—0,1783**	**100,27**
1,80	6,0497	0,1653	0,8347	2,9422	3,1075	0,9739	—0,2272	103,13
1,85	6,3598	0,1572	0,8428	3,1013	3,2885	0,9613	—0,2756	106,00
1,90	6,6859	0,1496	0,8504	3,2682	3,4177	0,9463	—0,3233	180,86
1,95	7,0287	0,1423	0,8577	3,4432	3,5855	0,9290	—0,3702	111.73
2,00	**7,3891**	**0,1353**	**0,8647**	**3,6269**	**3,7622**	**0,9093**	**—0,4162**	**114.59**
2,10	8,1662	0,1225	0,8775	4,0219	4,1443	0,8632	—0.5049	120·32
2,20	9,0250	0,1108	0,8892	4,4571	4,5679	0,8085	—0.5885	125.05
2,30	9,9742	0,1003	0,8997	4,9370	5,0372	0,7457	—0.6663	131.78
2.40	11,023	0,09072	0,90928	5,4662	5,5570	0,6755	—0.7374	137.51
2,50	**12,182**	**0,08208**	**0,91792**	**6,0502**	**6,1323**	**0,5985**	**—0.8011**	**143.24**
2,60	13,464	0,07427	0,92573	6,6947	6,7690	0,5155	—0.8569	148.97
2.70	14,880	0,06721	0,93279	7,4063	7,4735	0,4274	—0,9041	154,70
2.80	16,445	0,06081	0,93919	8,1919	8,2527	0.3350	—0,9422	160,43
2,90	18,174	0,05502	0,94498	8,0596	9,1146	0.2393	—0,9710	166,16
3,00	**20,086**	**0,04970**	**0,95021**	**10,018**	**10,068**	**0,1411**	**—0,9900**	**171,89**
3,25	25,790	0,03877	0,96123	12,876	12,915	—0,1082	—0,9941	186,21
3,50	33,115	0,03020	0,96980	16,543	16,573	—0.3508	—0,9365	200,54
3,75	42,521	0,02351	0,97649	21,249	21,272	—0.5716	—0,8026	214,86
4,00	**54,598**	**0,01832**	**0,98168**	**27,290**	**27.308**	**—0,7568**	**—0,6536**	**229,18**
4,25	70,105	0,01426	0,98574	35,046	35,060	—0,8950	—0,4461	243,51
4,50	90,017	0,01111	0,98889	45,003	45.014	—0.9775	—.02108	257,83
4,75	115,58	0,00865	0,99135	57,788	57.796	—0,9993	+0.0376	272,16
5,00	**148,41**	**0,00674**	**0,99326**	**74,203**	**74,210**	**—0.9590**	**0,2837**	**286,48**
5,25	190,57	0,00525	0,99475	95,281	95,286	—0,8589	0,5121	300 80
5,50	244,69	0,00409	0,99591	122,35	122,35	—0,7055	0,7087	315,13
5,75	313,19	0,00318	0,99682	157,09	157.10	—0,5083	0,8612	329,45
6,00	**403,43**	**0,00248**	**0,99752**	**201,71**	**201.72**	**—0,2794**	**0,9602**	**343,77**
6,25	518,01	0,00193	0,99807		259,01	—0,0332	0,9995	358,10
6,50	665,14	0,00150	0,99850		332.57	+0,2151	0,9766	372,42
6,75	854,06	0,00117	0,99883		427,03	0,4500	0,8930	386,75
7,00	**1096,6**	**0,00091**	**0,99909**		**548,32**	**0,6570**	**0,7539**	**401,07**
7,25	1408,1	0,00071	0,99929		704,05	0,8231	0,5679	415,39
7,50	1808,0	0,00055	0,99945		904,02	0,9380	0,3466	429,72
7,75	2321,6	0,00043	0,99957		1160,5	0,9946	0,1038	444,04
8,00	**2981,0**	**0,00034**	**0,99966**		**1490,5**	**0,9894**	**—0,1455**	**458,37**
8,25	3827,6	0,00026	0,99974		1913,8	0,9226	—0,3858	472,69
8,50	4914,8	0,00020	0,99980		2457,4	0,7985	—0,6020	487,01
8,75	6310,7	0,00016	0,99984		3155,3	0,6247	—0,7809	501,34
9,00	**8103,1**	**0,00012**	**0,99988**		**4051,5**	**0,4121**	**—0,9111**	**515,66**
9,25	10405	0,00010	0,99990		5202,3	0,1739	—0,9848	529,99
9,50	13360	0,00007	0,99993		6679,9	—0,0752	—0,9972	544,31
9,75	17154	0,00006	0,99994		8577,1	—0,5195	—0,9476	558,63
10,00	**22026**	**0,00005**	**0,99995**		**11013**	**—0,5440**	**—0,8391**	**572.96**

U okvirima tačnosti ove tablice, pri $x \geq 6{,}25$ $\sinh x = \cosh x$

2.3. OSNOVI MATRIČNE ALGEBRE

Uvod

Poslednjih godina naglo prodire primena cifarskih (digitalnih) elektronskih računara u razne oblasti nauke, tehnike, ekonomike, administracije i dr., pa ta pojava unosi novu situaciju i postavlja nove zahteve u disciplinama gde se ukazuje intenzivna potreba i mogućnost programiranja postojećih matematičkih operacija.

I građevinarstvo spada u takve oblasti gde je primena elektronskih računara svakim danom sve jača, sa perspektivom (još) jačeg razvoja u narednom vremenskom periodu. U tom smislu nameće se potreba da se računski oblik raznih obrazaca i matematičkih postupaka (algoritama) svede na oblik pogodan za programiranje i obradu na elektronskim računarima. Jedna od takvih izrazitih mogućnosti je i dosledna primena matričnog računa gde god je to moguće, jer su matrične operacije koje su najčešće, a to je množenje i inverzija matrica, tipičan primer operacija koje su veoma pogodne za programiranje. Matrični oblik predstavlja pored toga i mnogo pregledniji i koncizniji način ispisivanja mnogih obrazaca, naročito iz oblasti Teorije konstrukcija, pa smatramo da bi i najširem krugu stručnjaka iz oblasti građevinarstva trebalo dati priliku da se upozna sa najosnovni-

jim elementima, matrične algebre, uključujući pored osnovnih definicija i obrazaca, tehniku množenja matrica i primenu na rešavanje sistema linearnih algebarskih jednačina.

Osnovni pojmovi i definicije

Matrica reda (m, n) je pravougaona shema elemenata (brojeva) sa m vrsta i n kolona:

$$[a]=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Primer: $\begin{bmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} m=2 \\ n=3 \end{matrix}$

Svaki član matrice α_{ik} obeležen je sa dva indeksa, od kojih prvi označava vrstu, a drugi kolonu.

Matrica je *kvadranta*, ako je broj vrsta jednak broju kolona. Matrica je *simetrična*, ako su elementi, simetrični u odnosu na glavnu dijagonalu, međusobno jednaki. Tada je $\alpha_{ik}=\alpha_{ki}$. Svaka simetrična matrica ujedno je i kvadratna. Primer simetrične matrice reda (3,3):

$$\begin{bmatrix} -5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 7 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrica je dijagonalna, ako su joj svi elementi osim dijagonalnih jednaki nuli:

$$[D]=\begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & d_{22} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

Jedinična matrica je ona dijagonalna matrica kojoj su svi dijagonalni elementi jednaki jedinici:

$$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix}$$

Trougaona matrica je takva kvadratna matrica kojoj su svi elementi, bilo ispod, bilo iznad glavne dijagonale jednaki nuli.

Primeri:

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

Matrica vrsta (ili vektor vrsta) je matrica koja se sastoji samo od jedne vrste:

$$[a]=[a_1 \; a_2 \; \ldots \; a_n]$$

Matrica kolona (ili vektor kolona) je matrica koja se sastoji samo od jedne kolone:

$$\{b\}=\begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}$$

Transponovana matrica $[a]'$ matrice $[a]$ dobija se zamenom kolona i vrsta. Primer:

$$[a]=\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 7 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \qquad [a]'=\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

Simetrična matrica jednaka je svojoj transponovanoj matrici.

Matrica nema nikakve neposredne veze sa determinantom. Determinantom je definisan jedan odre-

đen broj, dok je matrica samo simbolična shema svojih elemenata, tj. ne predstavlja nikakav broj.

U narednom tekstu biće date informacije o nekim najosnovnijim računskim operacijama sa matricama.

Osnovne operacije sa matricama

1. Dve matrice $[a]$ i $[b]$ su jednake ako se podudaraju u svim elementima, tj. ako je $a_{ik}=b_{ik}$ za sve i, i za sve k.

2. Matrica $[a]$ se naziva nul-matrica, ako su joj svi elementi jednaki nuli.

Zbir (razlika) dve matrice $[a]$ i $[b]$, od kojih obe moraju biti istog reda (m, n), je nova matrica $[c]=[a]\pm[b]$ sa elementima $c_{ik}=a_{ik}+b_{ik}$. Primer:

$$\begin{bmatrix}6 & 7 & 4\\ 3 & 2 & -1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-5 & 1 & 10\\ 2 & -4 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 8 & 14\\ 5 & -2 & 2\end{bmatrix}$$

4. Proizvod matrice sa skalarom (brojem) k:

$$k\,[a]=[a]\,k=\begin{bmatrix}k\,a_{11} & k\,a_{12} & \dots & k\,a_{1n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ k\,a_{m1} & k\,a_{m2} & \dots & k\,a_{mn}\end{bmatrix}$$

Ovde postoji bitna razlika sa determinantama, jer se determinanta množi sa skalarom tako da se članovi samo jedne vrste ili samo jedne kolone množe sa skalarom. Primer:

Matrica: $$3\begin{bmatrix}4 & -2\\ 5 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & -6\\ 15 & 21\end{bmatrix}$$

Determinanta: $$3\begin{vmatrix}4 & -2\\ 5 & 7\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}12 & -6\\ 5 & 7\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}4 & -2\\ 15 & 21\end{vmatrix}$$

Množenje matrice sa matricom

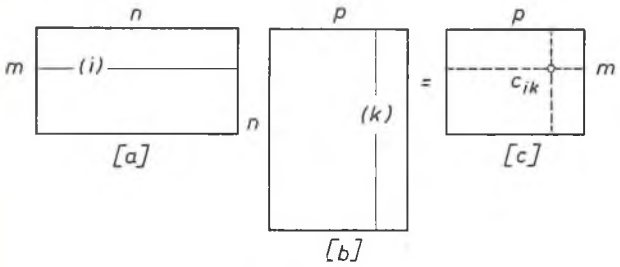
Množenje matrica predstavlja centralni deo matričnog računa. Definicija za množenje matrica ima svoju posebnu primenu pri rešavanju sistema linearnih sistema linearnih jednačina.

Množenje dve matrice je mogućno samo ako su one *konformne*, tj. ako je broj kolona prve matrice jednak broju vrsta druge matrice, ili, ako je „širina" prve matrice jednaka „visini" druge matrice.

Definicija: Pod proizvodom jedne (m, n) matrice $[a]$ sa jednom (n, p) matricom $[b]$ u redosledu $[a]$ $[b]$ podrazumevamo (m, p) matricu $[c]=[a]\,[b]$ čiji se elemenat c_{ik} dobija kao skalarni proizvod i-te vrste matrice $[a]$ sa k-tom kolonom matrice $[b]$:

$$c_{ik}=a_{i1}\,b_{1k}+a_{i2}\,b_{2k}+\dots+a_{in}\,b_{nk}$$

Na sl. 1 shematski je prikazano množenje dve **matrice**



Sl. 1

Primer:

$$[a]=\begin{bmatrix}2 & 4 & -3\\ 1 & 5 & 6\end{bmatrix};\qquad [b]=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 1 & 0\\ 5 & 6\end{bmatrix}$$

$$[c]=\begin{bmatrix}2 & 4 & -3\\ 1 & 5 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 1 & 0\\ 5 & 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-19 & -16\\ 31 & 37\end{bmatrix}$$

Proizvod $[c]=[a]\,[b]$ je matrica reda (2,2) sa sledećim elementima:

$$C_{11}=2\cdot(-4)+4\cdot 1+(-3)\cdot 5=-19$$
$$C_{12}=2\cdot 1+4\cdot 0+(-3)\cdot 6=-16$$
$$C_{21}=1\cdot(-4)+5\cdot 1+6\cdot 5=31$$
$$C_{22}=1\cdot 1+5\cdot 0+6\cdot 6=37$$

Kontrola rezultata pri množenju matrica sprovodi se pomoću sledećih proba:

a. Proba suma po kolonama: članovi pojedinih kolona matrice $[a]$ se saberu tako da se obrazuje jedna dodatna vrsta koja se zatim na isti način množi sa $[b]$ i na taj način dobije se u matrici $[b]$ jedna dodatna vrsta. Članovi ove vrste moraju biti jednaki zbirovima odgovarajućih kolona matrice $[b]$.

b. Analogno se sprovodi i proba po vrstama, pa se dobiju dodatne kolone u $[a]$ i $[b]$.

Primeri:

(1)
$$\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\\ \hdashline 3 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & -4 & 1\\ 2 & 6 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}18 & 16 & 14\\ 11 & 14 & 10\\ \hdashline 29 & 30 & 24\end{bmatrix}$$

(2)
$$\begin{bmatrix}1 & -3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7 & 5\\ -1 & 2\end{bmatrix}\begin{matrix}12\\ 1\end{matrix}=\begin{bmatrix}10 & -1\\ 23 & 30\end{bmatrix}\begin{matrix}9\\ 53\end{matrix}$$

Neka pravila o množenju matrica:

1. Pri množenju matrica važi zakon asocijacije:

$$([a]\,[b])\,[c]=[a]\,([b]\,[c])=[a]\,[b]\,[c]$$

2. Pri množenju matrica ne važi zakon komutacije, tj.

$$[a]\,[b]\neq[b]\,[a]$$

3. Pravilo o transponovanju proizvoda:

$$([a]\,[b])'=[b]'\,[a]'$$

4. Množenje sa jediničnom matricom:

$$[I]\,[a]=[a]\,[I]=[a]$$

Jednačina matrica u matričnom računu ima ulogu sličnu kao i broj jedan kod računanja sa običnim brojevima.

Primena matičnog računa na rešavanje sistema linearnih algebarskih jednačina

Sistem linearnih jednačina

$$\left.\begin{aligned}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n&=a_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n&=a_2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots&\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n&=a_n\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

može se pisati i u matričnom obliku:

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}a_1\\ a_2\\ \vdots\\ a_n\end{Bmatrix}$$

ili kraće:

$$[a]\,\{x\}=\{a\}$$

Poznato je da sistemi linearnih jednačina sa većim brojem nepoznatih dolaze u građevinarstvu veoma često, pri rešavanju statički mnogostruko neodređenih sistema. Za njihovo rešavanje razrađen je niz postupaka, od kojih je većina zasnovana na tzv. Gausovom algoritmu, gde se postupnim eliminacijama od origi-

nalnog sistema jednačina (1) dolazi do redukovanog sistema jednačina od kojih prva sadrži svih n nepoznatih, druga (n-1) nepoznatu, treća (n-2), itd., dok poslednja ima svega jednu nepoznatu. Redukovani sistem jednačina ima oblik

$$\left.\begin{aligned} b_{11}x_1+b_{12}x_2+\cdots+b_{1,n-1}\quad & x_{n-1}+b_{1n}\quad x_n=b_1\\ b_{22}x_2+\cdots+b_{2,n-1}\quad & x_{n-1}+b_{2n}\quad x_n=b_2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ b_{n-1,n-1}x_{n-1}+b_{n-1,n}\quad & x_n=b_{n-1}\\ b_{nn}\quad & x_n=b_n \end{aligned}\right\}\quad(2)$$

Iz poslednje jednačine tada nalazimo $x_n=b_n:b_{nn}$, zatim iz pretposlednje x_{n-1}, itd., i na kraju iz prve nađemo x_1. Problem je samo kako doći do matrice $[b]$ redukovanog sistema jednačina. Gausovim postupkom (algoritmom) taj se posao sprovodi u tabličnom obliku, a može se pokazati da je ovakav postupak eliminacije ekvivalentan matričnom množenju prema jednačini

$$[a]=-[c]\,[b]$$

gde je $[a]$ matrica polaznog sistema, $[b]$ dijagonalna matrica redukovanog sistema, a $[c]$ dijagonalna matrica koja samo služi kao pomoćna pri izračunavanju elemenata matrice $[b]$ redukovanog sistema:

$$[b]=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n}\\ 0 & b_{22} & \cdots & b_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}\quad;\quad [c]=\begin{bmatrix} -1 & 0 & \cdots & 0\\ c_{21} & -1 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Problem rešavanja sistema jednačina sastoji se u izračunavanju elemenata matrica $[b]$ i $[c]$, odakle se posle nalaze koreni. Pri radu se koriste probe po sumama kolona i sumama vrsta, kao i kod matričnog množenja.

Shema pisanja za sistem od tri jednačine:

σ_1	σ_2	σ_3	σ	Σ	0
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_1	s_1	0
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_2	s_2	0
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_3	s_3	0
b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_1	t_1	0
c_{21}	b_{22}	b_{23}	b_2	t_2	0
c_{31}	c_{32}	b_{33}	b_3	t_3	0
τ_1	τ_2	-1	0	0	
x_1	x_2	x_3	-1	0	

Ovo je zbijeni način pisanja, jer su u matrici $[c]$ izostavljeni dijagonalni članovi veličine -1. Kod početne matrice $[a]$ uvode se kontrolne sume s po vrstama i sume σ po kolonama:

$$\begin{aligned} s_i&=a_{i1}+a_{i2}+a_{i3}+a_i \qquad (i=1,\ 2,\ 3)\\ \sigma_k&=a_{1k}+a_{2k}+a_{3k} \qquad (k=1,\ 2,\ 3)\\ \sigma&=a_1+a_2+a_3 \end{aligned}$$

Kao kontrola ovde mora biti:

$$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma=s_1+s_2+s_3=\Sigma$$

Izračunavanje članova matrica $[b]$ i $[c]$:

$$b_{ik}=a_{ik}+c_{i1}\,b_{1k}+c_{i2}\,b_{2k}+\cdots+c_{i,i-1}\,b_{i-1,k} \qquad (i\leqslant k)$$

$$c_{ik}=[a_{ik}+c_{i1}\,b_{1k}+c_{i2}\,b_{2k}+\cdots+c_{i,k-1}\,b_{k-1,i}]:(-b_{kk}) \qquad (i>k)$$

Isto je i za članove b_i na desnoj strani:

$$b_i=a_i+c_{i1}\,b_1+c_{i2}\,b_2+\cdots+c_{i,i-1}\,b_{i-1} \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

Prema tome, elemenat b_{ik} dobije se tako da se jednako položenom elementu a_{ik} početne matrice [a] doda skalarni proizvod i-te vrste matrice [c] sa k-tom kolonom matrice [b].

Elementi matrice [b] i [c] računaju se naizmenično, kod matrice [b] po vrstama, a kod matrice [c] po kolonama.

Kontrole dobijenih rezultata sprovode se pomoću proba sa sumama vrsta (t — proba) ili sa sumama kolona (τ — proba).

t-proba:

$$\begin{cases} t_i = s_i + c_{i1}\,t_1 + c_{i2}\,t_2 + \cdots + c_{i,i-1}\,t_{i-1} & (i = 1, 2, \cdots, n) \\ t_i = b_{ii} + b_{i,\,i+1} + \cdots + b_{in} + b_i \end{cases}$$

τ-proba:

$$\begin{cases} \tau_k = [\sigma_k + \tau_1\,b_{1k} + \tau_2\,b_{2k} + \cdots + \tau_{k-1} b_{k-1,\,k}] : (-b_{kk}) \\ \tau_k = (-1) + C_{k+1,\,k} + C_{k+2,\,k} + \cdots + C_{nk} \end{cases} \qquad (k = 1, 2, \cdots, n-1)$$

Izračunavanje nepoznatih:

$$X_n = b_n : b_{nn}$$
$$X_{n-1} = [-b_{n-1} + b_{n-1,\,n}\,X_n] : (-b_{n-1,\,n-1})$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$
$$X_i = [-b_i + b_{in}\,X_n + b_{i,\,n-1}\,X_{n-1} + \cdots + b_{i,\,i+1}\,X_{i+1}] = (-b_{ii}) \qquad (i = n, n-1, \cdots, 2, 1)$$

Druga kolona matrice [c] :

$$C_{32} = [a_{32} + C_{31}\,b_{12}] : (-b_{22}) = [1 - 3 \cdot 5] : 12 = -1{,}167$$
$$\tau_2 = [\sigma_2 + \tau_1\,b_{12}] : (-b_{22}) = [4 - 6 \cdot 5] : 12 = -2{,}167$$

τ-proba:

$C_{32} - 1 = \tau_2$; $\quad -1{,}167 - 1{,}000 = -2{,}167$ (slaže se)

Treća vrsta matrice [b] :

$$b_{33} = a_{33} + c_{31}\,b_{13} + c_{32}\,b_{23} = 5 - 3 \cdot 1 - 1{,}167 \cdot 1 = 0{,}833$$
$$b_3 = a_3 + c_{31}\,b_1 + c_{32}\,b_2 = 10 - 3 \cdot 18 + 1{,}167 \cdot 37 = -0{,}832$$
$$t_3 = s_3 + c_{31}\,t_1 + c_{32}\,t_2 = 22 - 3 \cdot 26 + 1{,}167 \cdot 18 = 0{,}002$$

t-proba:

$b_{33} + b_3 = t_3$; $\quad 0{,}833 - 0{,}832 = 0{,}001$ (slaže se)

Kontrola za član τ_3 :

$$\tau_3 = [\sigma_3 + \tau_1\,b_{13} + \tau_2\,b_{23}] : (-b_{33}) =$$
$$= [a - 6 \cdot 1 - 2{,}167 \cdot 1] : (-0{,}833) = 0{,}833 : (-0{,}833) = -1$$

(slaže se)

Izračunavanje nepoznatih:

$$x_3 = b_3 : b_{33} = -0{,}832 : 0{,}833 = -0{,}998 \approx -1{,}000$$
$$x_2 = [-b_2 + b_{23}\,x_3] : (-b_{22}) = [37 + 1 \cdot (-1)] : 12 = 3{,}000$$
$$x_1 = [-b_1 + b_{13}\,x_3 + b_{12}\,x_2] : (-b_{11}) = (-18 - 1 \cdot 1 + 5 \cdot 3) : (-2) = 2{,}000$$

Konačnu probu sprovedemo uvrštavajući nađene vrednosti korena x_i u početni sistem jednačina:

$$2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) = 18$$
$$4 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = -1$$
$$6 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 5 \cdot (-1) = 10$$

Sve su probe zadovoljene (greške su jednake nuli) i u poslednjim kolonama gore upisujemo nule.

Kao što se vidi, sve operacije svode se uglavnom na matrična množenja (skalarni proizvodi), i ceo taj proces može se veoma lako programirati za elektronske računare.

Često je potrebno, na pr. u Teoriji konstrukcija, da se vrši *inverzija* matrice. Ako je zadan sistem linearnih jednačina

$$[a]\{x\} = \{y\}$$

tj. sistem gde je skup elemenata y izražen pomoću elemenata x preko matrice $[a]$, tada je mogućno izraziti i obrnuto, elemente x pomoću elemenata y, opet sistemom linearnih jednačina koji se u matričnom obliku piše:

$$[k]\{y\}=\{x\}$$

Matrica $[k]$ naziva se tada *inverzna* ili *recipročna* matrica matrice $[a]$:

$$[k]=[a]^{-1}$$

Njeno izračunavanje sprovodi se slično rešavanju sistema linearnih jednačina pa se i ono može lako programirati za računar.

Prof dr VLATKO BRČIĆ

III

OTPORNOST MATERIJALA

TEHNIKA

SADRŽAJ

3. **Otpornost materijala**

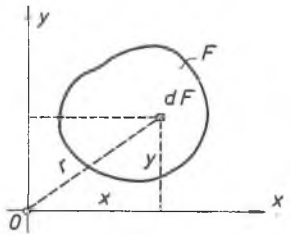
1. Momenti inercije ravnih površina — — — 83
2. Naprezanje grednog nosača — — — — — 89
   2.1. Definicija presečnih sila — — — — 89
   2.2. Aksijalno naprezanje (zatezanje ili pritisak) — — — — — — — — 91
   2.3. Čisto pravo savijanje — — — — — 92
   2.4. Čisto koso savijanje — — — — — 93
   2.5. Ekscentričan pritisak (ili zatezanje) — 94
   2.6. Savijanje silama — — — — — — 96
   2.7. Torzija (uvijanje) — — — — — — 98
   2.8. Čisto smicanje — — — — — — — 101
   2.9. Složena naprezanja grednog nosača — — 102
   2.10. Izvijanje vitkih štapova — — — — 103

3. OTPORNOST MATERIJALA

U poglavlju o Otpornosti materijala daju se osnovni podaci o karakterističnim slučajevima naprezanja grednog nosača, a s time u vezi kao uvod i potrebne informacije o momentima inercije ravnih površina i presečenim silama kod grednog nosača.

3.1. MOMENTI INERCIJE RAVNIH POVRŠINA

Ako je F neka posmatrana površina, momenti inercije definisani su obrascima (sl. 1):



Slika 1

Aksijalni momenti inercije:

$$I_x = \int_F y^2 dF \quad ; \qquad I_y = \int_F x^2 dF$$

Polarni moment inercije:

$$I_o = \int_F r^2 dF = I_x + I_y$$

Centrifugalni (devijacioni) moment:

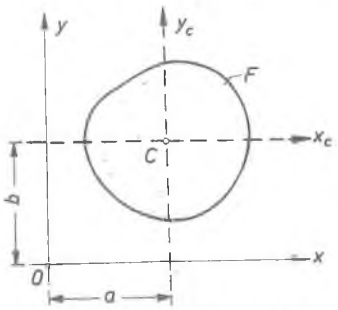
$$I_{xy} = \int_F xy dF$$

Aksijalni momenti inercije uvek su pozitivni, dok centrifugalni mogu biti i negativni, pa i jednaki nuli. Ako je jedna koordinatna osa ujedno i osa simetrije površine, centrifugalni moment je obavezno jednak nuli. Dimenzija momenata inercije je dužina.

Promena momenata inercije pri transformaciji koordinata:

a. Translacija koordinatnog sistema (Štajnerova teorema)

Ako je C težište površine F (sl. 2), tada važi:



Slika 2

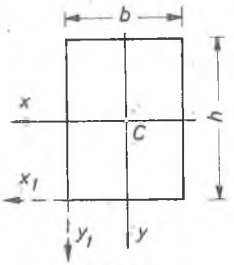
$I_x = I_{x_c} + b^2 F$; $I_y = I_{y_c} + a^2 F$; $I_{xy} = I_{x_c y_c} + a\,b\,F$

Momenti inercije I_{x_c}, I_{y_c}, $I_{x_c y_c}$ (u odnosu na težišne ose) se nazivaju sopstveni momenti inercije, a izrazi

$b^2 F$, $a^2 F$ i $a\,b\,F$ položajni momenti inercije, tako da sledi da su momenti inercije za proizvoljne ose jednaki zbiru sopstvenih i položajnih momenata inercije.

Primeri:

Pravougaonik (sl. 3)

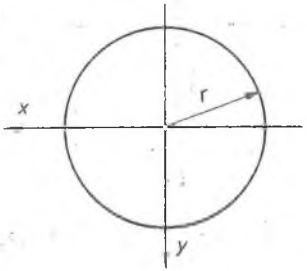


Slika 3

$$I_{xc} = \frac{1}{12} bh^3 \; ; \qquad I_{yc} = \frac{1}{12} b^3 h \; ; \qquad I_{xcyc} = 0$$

$$I_{x_1} = \frac{1}{3} bh^3 \; ; \qquad I_{y_1} = \frac{1}{3} b^3 h \; ; \qquad I_{x_1 y_1} = \frac{1}{4} b^2 h^2$$

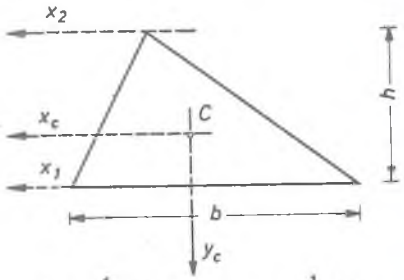
Krug (sl. 4)



Slika 4

$I_x = I_y = \frac{1}{4} r^4\pi$; $I_{xy} = 0$; $I_o = \frac{1}{2} r^4\pi$

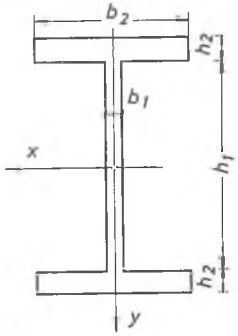
Trougao (sl. 5)



Slika 5

$I_{xc} = \frac{1}{36} bh^3$; $I_{x_1} = \frac{1}{12} bh^3$; $I_{x_2} = \frac{1}{4} bh^3$

„I" presek (sl. 6)

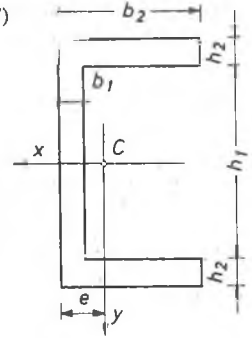


Slika 6

$$I_x = \frac{1}{12} b_1 h_1^3 + 2\left[\frac{1}{12} b_2 h_2^3 + \frac{1}{4}(h_1+h_2)^2 b_2 h_2\right]$$

$$I_y = \frac{1}{12}\left[b_1^3 h_1 + 2 b_2^3 h_2\right]$$

„⊔" presek (sl. 7)



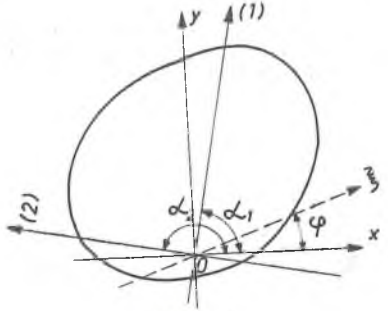
Slika 7

$$I_x = \frac{1}{12} b_1 h_1^3 + 2\left[\frac{1}{12} b_2 h_2^3 + \frac{1}{4}(h_1+h_2)^2 b_2 h_2\right]$$

$$I_y = \frac{1}{12} b_1^3 h_1 + (e - \frac{1}{2} b_1)^2 b_1 h_1 + 2\left[\frac{1}{12} b_2^3 h_2 + \left(\frac{1}{2} b_2 - e\right)^2 b_2 h_2\right]$$

$$e = \frac{1}{2}\,\frac{b_1^2 h_1 + 2 b_2^2 h_2}{b_1 h_1 + 2 b_2 h_2}$$

b. Rotacija koordinatnog sistema (sl. 8)



Slika 8

Ako su poznati momenti inercije I_x, I_y i I_{xy} u odnosu na ose sistema Oxy, tada je za rotiranu osu $\xi(\varphi)$:

$$= \frac{1}{2}\left(I_x + I_y\right) + \frac{1}{2}\left(I_x - I_y\right)\cos 2\varphi - I_{xy} \sin 2\varphi$$

Glavni momenti inercije: Vrednost momenta inercije I_ξ zavisi od ugla φ, pa će njegova ekstremna vrednost da se dobije iz jednačine $dI_\xi/d\varphi = 0$. Tako nalazimo glavne momente inercije, a njihove ose su glavne ose inercije. U odnosu na ove ose centrifugalni moment je jednak nuli. Obrasci za veličinu i pravac glavnih momenata inercije:

$$I_{1,2} = \frac{1}{2}\left(I_x + I_y\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I^2_{xy}}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha_{1,2} = \frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y}$$

$$I_1 = I_{max}; \quad I_2 = I_{min}; \quad I_1 + I_2 = I_x + I_y.$$

Ako se koordinatni početak nalazi u težištu, momenti inercije nazivaju se centralni momenti inercije, pa tako dolazimo i do pojma glavnih centralnih momenata i glavnih centralnih osa inercije.

Ako je neka površina simetrična, tada je osa simetrije ujedno i jedna od glavnih centralnih osa inercije.

Poluprečnik inercije u odnosu na neku osu je veličina jednaka drugom korenu iz momenta inercije u odnosu na istu osu podeljenog sa površinom F:

$$i_n = \sqrt{\frac{I_n}{F}}$$

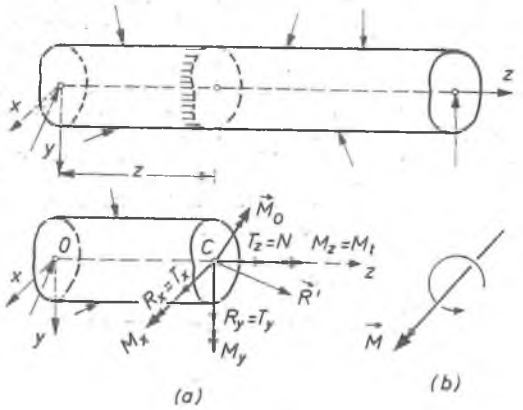
Glavni poluprečnici inercije:

$$i_1 = \sqrt{\frac{I_1}{F}} \quad ; \quad i_2 = \sqrt{\frac{I_2}{F}}$$

3.2. NAPREZANJE GREDNOG NOSAČA

Pod grednim nosačem ili gredom podrazumevamo linijski nosač koji može da preuzme opterećenje proizvoljnog pravca i oblika. Dalji tekst odnosi se na pravolinijske nosače konstantnog poprečnog preseka. Koordinatni sistem biramo tako da se osa z poklapa sa težišnom osom nosača, a ose x i y sa glavnim centralnim osama inercije poprečnog preseka.

3. 2. 1. **Definicija presečnih sila** (sl. 9)



Slika 9

Zamišljamo da je na proizvoljnom posmatranom mestu z jedan deo nosača uklonjen, a njegovo dejstvo na preostali deo nosača zamenjeno glavnim vektorom $\vec{R}'$ i glavnim momentom $\vec{M}_o$, sila sa uklonjenog dela nosača. Ove veličine razlažemo u komponente (vidi sl. 9a). Na slici su spregovi obeleženi kao vektori sa

dvostrukom strelicom, pri čemu je prema konvenciji njihov smer obrtanja određen pravilom desnog zavrtnja (sl. 9b). Tada imamo:

$R_x = T_x$, $R_y = T_y$, poprečne ili transverzalne sile

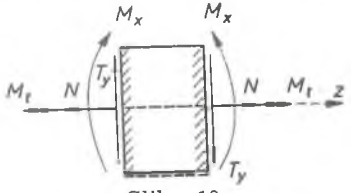
$R_z = N$, normalna ili aksijalna sila

M_x, M_y, napadni momenti ili momenti savijanja oko osa x i y

$M_z = M_t$, moment torzije (uvijanja)

Svaka od ovih presečenih sila jednaka je na proizvoljnom preseku z zbiru odgovarajućih komponenata spoljnih sila (uključujući i reakcije), računajući bilo od levog, bilo od desnog krila nosača pa do posmatranog preseka. Na taj način mogu se presečene sile duž nosača lako izračunati i citirati njihovi dijagrami. Dijagrami presečenih sila igraju važnu ulogu u analizi stanja napona i deformacije u gredi. Na mestima gde presečene sile imaju svoje ekstremne vrednosti treba tražiti i ekstremne vrednosti napona.

Konvencija o znaku presečenih sila: Ako je tačkastom linijom obeleženo proizvoljno odabrano *donje* vlakno nosača (sl. 10), tada su pozitivne vrednosti



Slika 10

presečenih sila orijentisane tako kako je prikazano na elementu isečenom iz nosača: normalna sila je pozitivna ako zateže svoju presečnu ravan; transverzalna sila je pozitivna ako ima tendenciju da obrne elemenat nosača u smeru obrtanja kazaljke na satu; napadni moment je pozitivan ako zateže donje vlakno nosača; moment torzije je pozitivan ako njegov vektor zateže svoju presečnu ravan.

3. 2. 2. **Aksijalno naprezanje** (zatezanje ili pritisak)

Aksijalno naprezanje nastupa ako je spoljno opterećenje ekvivalentno dejstvu aksijalne sile (sl. 11).

Slika 11

Naponi:

$$\sigma_z = \sigma_{max} = \frac{P}{F} \quad ; \qquad \tau_{max} = \frac{1}{2}\frac{P}{F}$$

Deformacija:

Dilatacije: $\varepsilon_z = \frac{1}{E}\frac{P}{F}$; $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E}\frac{P}{F}$

Ovde je E moduo elastičnosti, a ν Poasonov koeficijent. Izduženje štapa:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF}$$

Veličina EF se naziva krutost štapa u odnosu na aksijalno naprezanje.

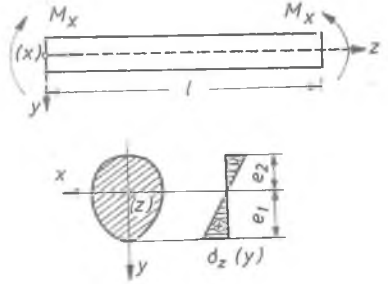
Dimenzionisanje pri aksijalnom naprezanju:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} \leqslant \sigma_{dozv}$$

gde veličina σ_{dozv} zavisi od vrste materijala, a daje se tehničkim propisima.

3. 2. 3. Čisto pravo savijanje

Čisto pravo savijanje nastupa ako je greda izložena dejstvu jednakih spregova na krajevima s tim da oni deluju u jednoj od glavnih centralnih ravni inercije (sl. 12).



Slika 12

Ravan yz je ravan savijanja S-S, ravan xz je neutralna ravan, osa x duž koje j napon σ_z jednak nuli, naziva se neutralna osa, a deformisani oblik težišne linije naziva se elastična linija.

Deformacija:

$$\frac{1}{\rho}=\frac{M_x}{EI_x}$$

Ovde je ρ poluprečnik krivine, pa kako je on konstantan, elastična linija je kružnica.

Napon:

$$\sigma_z=\frac{M_x}{I_x}y \qquad \text{(vidi dijagram na sl. 12)}$$

Ekstremne vrednosti napona:

$$\sigma_{max}=\frac{M_x}{I_x}e_1=\frac{M_x}{W^1_x} \quad ; \quad \sigma_{min}=-\frac{M_x}{I_x}e_2=-\frac{M_x}{W^2_x}$$

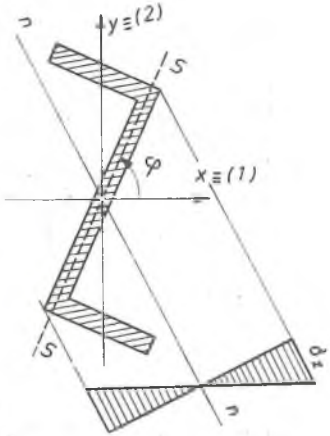
gde su e_1 i e_2 odstojanja težišta od krajnjih vlakana štapa. Izraz $W^1_x=I_x/e_1$ je veličina koja se naziva *otporni moment* preseka, a ima dimenziju dužina. Ako je presek simetričan u odnosu na osu x, tada je $e_1=e_2$, tj. $W_x{}^1=W_x{}^2=W_x$.

Pravougaonik: $$W_x=\frac{1}{6}bh^2$$

Krug: $$W_x=\frac{1}{4}r^3\pi$$

3. 2. 4. Čisto koso savijanje

Čisto koso savijanje nastupa ako je greda izložena dejstvu spregova na krajevima tako da se ravan savijanja $S-S$ ne poklapa ni sa jednom od glavnih ravni inercije (1) i (2), vidi sl. 13.



Slika 13

Normalni napon:

$$\sigma_z = M\left(\frac{\cos\varphi}{I_x}x + \frac{\sin\varphi}{I_y}y\right)$$

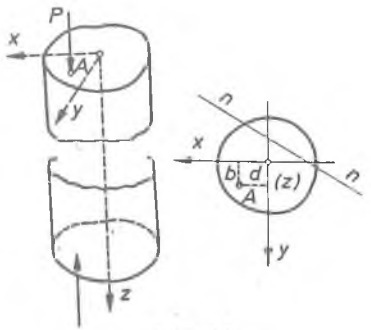
Neutralna osa:

$$\sigma_z = 0 \quad ; \qquad \text{tj:} \qquad \frac{\cos\varphi}{I_y}x + \frac{\sin\varphi}{I_x}y = 0$$

Prema tome, neutralna osa je prava koja prolazi težištem preseka. Deformacija nosača zbiva se sada u pravcu upravnom na neutralnu osu.

3. 2. 5. **Ekscentričan pritisak (ili zatezanje)**

Ekscentričan pritisak ili zatezanje može se tretirati kao kombinacija aksijalnog naprezanja i čistog savijanja (sl. 14).



Slika 14

Normalni napon:

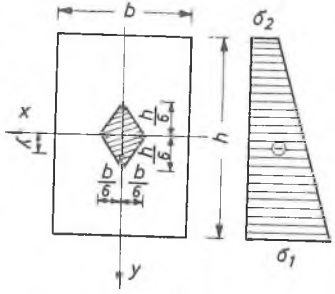
$$\sigma_z = -\frac{P}{F}\left(1 + \frac{a}{i_y^2}x + \frac{b}{i_x^2}y\right)$$

Jednačina neutralne ose:

$$1 + \frac{a}{i_y^2}x + \frac{b}{i_x^2}y = 0$$

(tj. prava koja ne prolazi težištem preseka).

Jezgro preseka je deo površine preseka u okolini težišta sa svojstvom da tačke na njegovoj periferiji, shvaćene kao napadne tačke ekscentričnih sila, imaju kao neutralne ose prave koje tangiraju dati presek. Ako je napadna tačka ekscentrične sile unutar jezgra, cela površina preseka je ili pritisnuta, ili zategnuta. U praksi je često poželjno da presek ne trpi zatezanje, pa se dimenzije preseka moraju kombinovati tako da napadna tačka rezultante spoljnih sila padne unutar jezgra. Uzmimo kao primer pravougaonik prikazan na sl. 15:



Slika 15

Normalni napon na proizvoljnom mestu:

$$\sigma_z = -\frac{P}{F} - \frac{P_c}{I_x}y$$

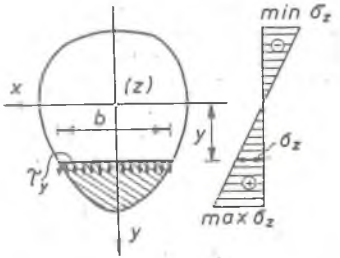
Ivični naponi:

$$\sigma_{1/2} = -\frac{P}{F}\left(1 \pm \frac{6c}{h}\right)$$

Jezgro pravougaonika je romb sa dijagonalama dužina $h/3$ i $b/3$.

3. 2. 6. Savijanje silama

Gredni nosač je savijen silama, ako pored napadnih momenata $M_x(z)$ deluju i transverzalne sile T_y. Tada pored normalnog napona σ_z imamo i tangencijalni napon τ (sl. 16).



Slika 16

Normalni napon:

$$\sigma_z = \frac{M_x(z)}{i_x} y$$

Ovde je napadni moment promenljiv duž ose z nosača, pa će normalni napon biti najveći u preseku gde napadni moment ima svoju najveću vrednost. Maksimalne vrednosti normalnog napona u tom preseku su na krajnjim vlaknima:

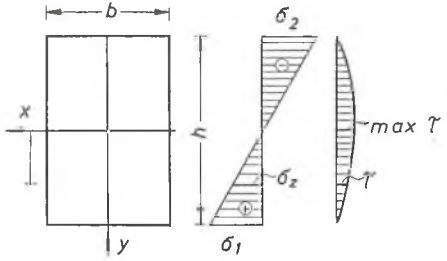
$$max\ \sigma_z = \frac{max\ M_x(z)}{W_x}$$

Tangencijalni napon usvaja se u tehničkoj praksi da je paralelan osi y, a konstantan duž prava paralelnih osi x.

$$\tau = \frac{T_y \cdot S}{b \cdot I_x}$$

Ovde je S statički moment šrafiranog dela površine (vidi sl. 16) u odnosu na neutralnu osu, a b je širina preseka na posmatranom mestu na rastojanju y od neutralne ose.

Pravougaonik (sl. 17):



Slika 17

$$\sigma_z = \frac{12\, M_x(z)}{b\, h^3} y\ ; \qquad max\ \sigma_z = \frac{6\, max\, M_x(z)}{b\, h^2}$$

$$\tau = \frac{6\, T_y}{b\, h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)\ ; \qquad max\ \tau = \frac{3}{2}\frac{T_y}{F}$$

Deformacija grede pri savijanju silama karakterisana je elastičnom linijom savijene grede (sl. 18).

Slika 18

Njene ordinate $v(z)$, koje nazivamo ugibom grede, definisane su diferencijalnom jednačinom. Ugao $\varphi = dv/dz$, kojim je dat pravac tangente na elastičnu liniju, naziva se nagib grede u toj tački. Ako je opterećenje nosača poznato, možemo naći i izraz za napadni moment $M(z)$ kao poznatu funkciju apscise z, pa se diferencijalna jednačina elastične linije može integraliti i dobiti u konačnom obliku. Veličina EI_x naziva se *krutost savijanja* (fleksiona krutost) grede.

Dimenzionisanje pri savijanju:

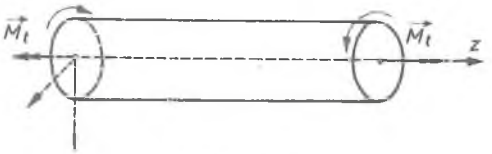
$$max\ \sigma_z \leqslant \sigma_{dozv}$$

Vrednost σ_{dozv} zavisi od vrste materijala, a daje se tehničkim propisima. Ponekad se kao uslov za dimenzionisanje postavlja zahtev da ugib ne sme prekoračiti neku određenu vrednost:

$$max\ v \leqslant v_{dozv}$$

3. 2. 7. **Torzija (uvijanje)**

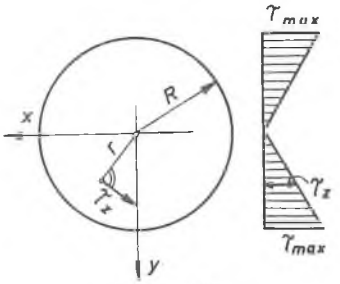
Gredni nosač opterećen je torzijom ako je napadnut spregovima koji obrću oko uzdužne ose nosača (sl. 19).



Slika 19

Naprezanje pri torziji određeno je *tangencijalnim naponom* τ_z, a deformacija *uglom torzije* ϑ (tj. relativnim obrtanjem dva poprečna preseka na jedinačnom rastojanju).

Torzija grede *kružnog* poprečnog preseka (sl. 20)



Slika 20

Zbog simetrije sledi da je napon τ_z upravan u svakoj tački na svoj poteg r (vidi sl. 20), a ima vrednost:

$$\tau_z = \frac{M_z}{I_o} r = \frac{2 M_t}{r^4 \pi} r$$

gde je I_0 polarni moment preseka, tj. $I_0 = \frac{1}{2} R^4 \pi$.

Maksimalni napon je na periferiji:

$$max\ \tau_z = \frac{M_t}{W_t} = \frac{2 M_t}{R^3 \pi}$$

Izraz $W_t = I_0/R$ nazivamo moment pri torziji (kod kruga).

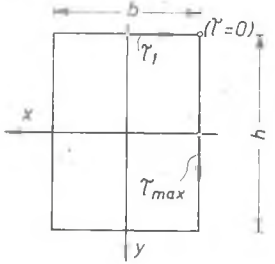
Ugao torzije:

$$\vartheta = \frac{M_t}{G I_o} = \frac{2 M_t}{G R^4 \pi}$$

Ovde je G konstanta materijala koja se naziva moduo smicanja, a jednaka je: $G = E/2(+\nu)$. Proizvod GI_0 je *torzalna krutost* štapa. Obrtanje preseka na rastojanju z:

$$\varphi(z) = \frac{M_t}{G I_o} z = \frac{2 M_t}{G R^4 \pi} z$$

Torzija grede *pravougaonog* poprečnog preseka (sl. 21)



Slika 21

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t}; \qquad \vartheta = \frac{M_t}{G I_t}$$

gde je

$$I_t = \alpha b^4; \qquad W_t = \beta b^3; \qquad \tau_1 = \gamma \tau_{max}$$

Koeficijente α, β i γ nalazimo za razne odnose strana $h : b$ iz tablice: $(b < h)$.

h/b	α	β	γ
1,0	0,140	0,208	1,000
1,5	0,294	0,346	0,859
2,0	0,457	0,493	0,795
3,0	0,790	0,801	0,753
4,0	1,123	1,150	0,745

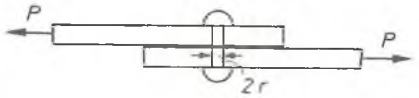
Dimenzionisanje pri torziji:

$$max\ \tau_z \leqslant \tau_{dozv} \quad ; \quad max\ \varphi \leqslant \varphi_{dozv}.$$

Vrednosti τ_{dozv} i φ_{dozv} date su za posebne slučajeve tehničkim propisima.

3. 2. 8. **Čisto smicanje**

Gredni nosač je izložen čistom smicanju ako spoljne sile izazivaju u njemu samo smičuće napone u karakterističnim presečnim ravnima. To je, npr., slučaj kod veoma kratke grede izložene poprečnim silama bez napadnog momenta. Takav slučaj nastupa kod spojeva zakivcima, zavrtnjima, drvenim spojevima i sl. Na sl. 22 prikazan je spoj dve ploče spojene zakivkom.



Slika 22

Zakivak ovde igra ulogu veoma kratke grede izložene smicanju na preseku između dve ploče.

Napon:

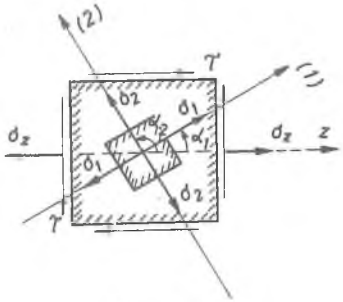
$$\tau = \frac{P}{F} = \frac{P}{r^2 \pi}$$

Dimenzionisanje pri čistom smicanju:

$$\tau_{max} \leqslant \tau_{dozv.}$$

3. 2. 9. **Složena naprezanja grednog nosača**

Gredni nosač može biti izložen raznim kombinacijama osnovnih naprezanja (aksijalnog naprezanja, čistog savijanja, savijanja silama, torzijom, čistim smicanjem), pa se rezultujuće vrednosti napona kod ovakvih složenih naprezanja dobijaju superpozicijom komponenata napona od osnovih uticaja. Stanje napona je u svim ovim slučajevima ravno, a osnovne komponente napona su normalni napon σ_z i tangencijalni napon τ (vidi shemu naponskog stanja na sl. 23). Veličina i



Slika 23

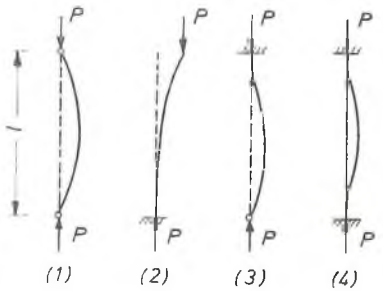
pravac glavnih napona su u ovom slučaju određeni obrascima:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}\sigma_z \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau^2} \quad ; \qquad \operatorname{tg} 2\alpha_{1,2} = \frac{2\tau}{\sigma_z}$$

Dimenzionisanje se sprovodi uz kriterij da maksimalna vrednost normalnog ili tangencijalnog napona ne prekorači vrednost određenu tehničkim propisima.

3. 2. 10. **Izvijanje vitkih štapova**

U slučaju izvijanja vitkih štapova usled dejstva aksijalnih sila ne postavlja se problem kritičnih napona, već problem stabilnosti ravnoteže unutrašnjih i spoljnih sila. Akisalna sila P pri kojoj ta ravnoteža prelazi iz stabilne u labilnu, odnosno, pri kojoj je podjednako moguć prav i izvijen oblik štapa, naziva se *kritična sila*. Njena vrednost zavisi od načina oslanjanja štapa. Postoje četiri poznata karakteristična Ojlerova slučaja (sl. 24), gde se kritična sila može izraziti jednim jedinstvenim obrascem



Slika 24

$$P_{krit} = \pi^2 \frac{E\, I_{min}}{l_o^2}$$

Ovde je l_o slobodna dužina izvijanja. Za slučaj (1) je ta dužina jednaka dužini štapa l, za slučaj (2) $2l$, za slučaj (3) $l/\sqrt{2}$, a za slučaj (4) $l/2$.

Kritični napon je vrednost napona u trenutku kada sila dostigne vrednost kritične sile:

$$\sigma_{krit} = \frac{P_{krit}}{F} = \pi^2 \frac{E\, I_{min}}{l_o^2\, F} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2}$$

Izraz $$\lambda = \sqrt{\frac{l_o}{i_{min}}}$$

se naziva *vitkost štapa.*

Dimenzionisanje pri izvijanju:

$$\sigma_z \leqslant \frac{1}{n} \sigma_{krit}$$

gde je n stepen sigurnosti.

U elastičnoj oblasti $\sigma_{krit} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2}$ (Ojlerova hiperbola)

U plastičnoj oblasti: $\sigma_{krit} = A - B\lambda$ (Tetmajerova prava) Veličina A i B su konstante koje zavise od vrste materijala. Za čelik Č-37 važi elastična oblast za $\lambda > 100$, a plastična za $60 < \lambda < 100$. Za vrednost $\lambda < 60$ dimenzioniše se štap kao da nema izvijanja.

„ω" postupak: U tehničkoj praksi se dimenzionisanje pri izvijanju najčešće sprovodi pomoću „ω" postupka prema obrascu:

$$\omega\, \sigma_z = \omega \frac{P}{F} \leqslant \sigma_{dozv}$$

Veličina koeficijenta ω zavisi od vitkosti štapa λ i od vrste materijala, a daje se tehničkim propisima.

IV
STATIKA

SADRŽAJ

4.1. Kontinualni nosači — — — — — — 107
4.1.1. Momenti i transverzalne sile kontinuiranih nosača jednakih raspona — Vinklerove tablice — — — — — — — — — 107
4.1.2. Momenti savijanja transverzalne sile i reakcije kontinualnih greda jednakih raspona preko 3 do 9 oslonaca opterećenih jednako podeljenim teretom — — — — 110
4.1.3. Tablice oslonačkih momenata kontinuiranih nosača preko 2, 3 i 4 polja nejednakih veličina raspona pri jednako raspodeljenom opterećenju polja — — — — — — 112
4.2. Okviri — — — — — — — — — 118
4.3. Krstasto armirana ploča oslonjena na sve četiri strane opterećena jednako pod opterećenjem $p=Q\cdot lx\cdot ly$ — — — — — 126
4.4. Nosač na elastičnoj podlozi — — — — 144

4.1. KONTINUALNI NOSAČI

4.1.1. MOMENTI I TRANSVERZALNE SILE KONTINUIRANIH NOSAČA JEDNAKIH RASPONA — VINKLEROVE TABLICE —

(Greda sa dva polja (tri oslonca))

$\frac{x}{l}$	Momenti				$\frac{x}{l}$	Transverzalne sile			
	Uticaj g	Uticaj p				Uticaj g	Uticaj p		
	α	β		γ		a	b		c
		+		—			+		—
0	0	0		0	0	+0,375	0,4375		0,0625
0,1	+0,0325	0,0387		0,0062	0,1	+0,275	0,3437		0,0687
0,2	+0,0550	0,0675		0,0125	0,2	+0,175	0,2624		0,0874
0,3	+0,0675	0,0862		0,0187	0,3	+0,075	0,1932		0,1162
0,4	**+0,0700**	**0,0950**		0,0250	0,375	+0,0	0,1491		0,1491
0,5	+0,0625	0,0937		0,0312	0,4	—0,025	0,1359		0,1609
0,6	+0,0450	0,0825		0,0375	0,5	—0,125	0,0898		0,2148
0,7	+0,0175	0,0612		0,0437	0,6	—0,225	0,0544		0,2794
0,75	0	0,0469		0,0469	0,7	—0,325	0,0287		0,3537
0,8	—0,0200	0,0300		0,0500	0,8	—0,425	0,0119		0,4369
0,85	—0,0425	0,0152		0,0577	0,9	—0,525	0,0027		0,5277
0,90	—0,0675	0,0061		0,0736	1,0	—0,625	0		0,6250
0,95	—0,0950	0,0014		0,0964	Reakcije: max $A=0{,}3750g/+0{,}4375p/$				
1,00	**—0,1250**	0		**0,1250**	max $B = 1{,}25\,(g+p)l$				

Greda sa tri polja (četiri oslonca)

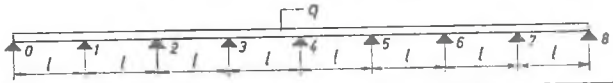
$\frac{x}{l}$	Momenti			$\frac{x}{l}$	Transverzalne sile		
	Uticaj g	Uticaj p			Uticaj g	Uticaj p	
	α	β	γ		a	b	c
I polje		+	—	I polje		+	—
0	0	0	0	0	+0,4	0,4500	0,0500
0,1	+0,035	0,040	0,005	0,1	+0,3	0,3560	0,0563
0,2	+0,060	0,070	0,010	0,2	+0,2	0,2752	0,0752
0,3	+0,075	0,090	0,015	0,3	+0,1	0,2065	0,1065
0,4	**+0,080**	**0,100**	0,020	0,4	0	0,1496	0,1496
0,5	+0,075	0,100	0,025	0,5	—0,1	0,1042	0,2042
0,6	+0,060	0,090	0,030	0,6	—0,2	0,0694	0,2694
0,7	+0,035	0,070	0,035	0,7	—0,3	0,0443	0,3443
0,8	0	0,0402	0,0402	0,8	—0,4	0,0280	0,4280
0,85	—0,0212	0,0277	0,0490	0,9	—0,5	0,0193	0,5191
0,9	—0,0450	0,0204	0,0654	0,0	—0,6	0,0167	0,6167
0,95	—0,0712	0,0171	0,0883				
1,0	**—0,1000**	**0,0167**	**0,1167**				

x/l	α	β	γ	x/l	a	b	c
II polje				II polje			
1,05	—0,0762	0,0141	0,0903	1,0	0,5	0,5833	0,0833
1,1	—0,0550	0,0151	0,0701	1,1	0,4	0,4870	0,0870
1,15	—0,0362	0,0205	0,0568	1,2	0,3	0,3991	0,0991
1,2	—0,0200	0,030	0,050	1,3	0,2	0,3210	0,1210
1,276	0,0	0,050	0,050	1,4	0,1	0,2537	0,1537
1,3	+0,005	0,055	0,050	1,5	0	0,1979	0,1979
1,4	+0,020	0,070	0,050	Reakcije: max $A = 0{,}40gl + 0{,}45\,pl$			
1,5	+0,025	0,075	0,050	max $B = 1{,}1\,gl + 1{,}2\,pl$			

Oznake: g — stalno jednako podeljeno opterećenje
p — pokretno podeljeno opterećenje
l — raspon
x — udaljenost preseka od levog oslonca

$Mmax = (\alpha g + \beta p)l^2$ $\qquad$ $Mmin = (\alpha g + \gamma p)l^2$
$Qmax = (ag + bp)l$ $\qquad$ $Tmin = (ag + cp)l^2$

4.1.2 MOMENTI SAVIJANJA, TRANSVERZALNE SILE I REAKCIJE KONTINUALNIH GREDA JEDNAKIH RASPONA PREKO 3 DO 9 OSLONACA OPTEREĆENIH JEDNAKO PODELJENIM TERETOM



Vrednost	Broj oslonaca							Jedinica
	3	4	5	6	7	8	9	
M_1	—0,125	—0,100	—0,107	—0,105	—0,106	—0,106	—0,106	gl^2
M_2			—0,071	—0,079	—0,077	—0,078	—0,077	
M_3					—0,087	—0,085	—0,085	
M_4							—0,083	
max M_{01}	0,070	0,080	0,077	0,078	0,078	0,078	0,078	
max M_{12}		0,025	0,036	0,033	0,034	0,034	0,034	
max M_{23}				0,046	0,043	0,044	0,044	
max M_{34}						0,041	0,041	
${}_1Q_1$	—0,625	—0,600	—0,607	—0,605	—0,606	—0,606	—0,606	gl
${}_dQ_1$	0,625	0,500	0,536	0,526	0,529	0,528	0,528	
${}_1Q_2$			—0,464	—0,474	—0,471	—0,472	—0,472	
${}_dQ_2$			0,464	0,500	0,490	0,493	0,492	
${}_1Q_3$					—0,510	—0,507	—0,508	
${}_dQ_3$					0,510	0,500	0,503	
${}_1Q_4$							—0,497	
${}_dQ_4$							0,497	

	3	4	5	6	7	8	9
R_0	0,375	0,400	0,393	0,395	0,394	0,394	0,394
R_1	1,250	1,100	1,143	1,132	1,135	1,134	1,134
R_2			0,927	0,974	0,962	0,965	0 964
R_3					1,019	1,007	1,010
R_4							0,955
x_0	0 375	0,400	0,393	0,395	0,394	0,394	0,394
x_1		0,500	0,536	0,526	0,529	0,528	0,528
x_2					0,490	0,493	0,492
x_3						0,500	0,503
ζ_0	0 750	0,800	0,786	0,889	0,788	0,789	0,789
		0,276	0,266	0,268	0,268	0,268	0,268
ζ_1		0,724	0,806	0,783	0,790	0,788	0,789
				0,196	0,196	0,196	0,196
ζ_2				0,804	0,785	0,790	0,788
						0,215	0,215
ζ_3						0,785	0,790

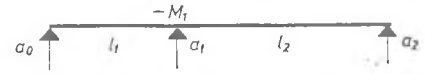
x_0 x_1 ... udaljenost mesta max M_{01} ... od levog oslonca dotičnog polja

ζ_0 ζ_1 ... udaljenost prevojnih tačaka elastične linije od levog oslonca dotičnog polja

Kako je sve simetrično u odnosu na sredinu nosača, vrednosti su date samo do polovine.

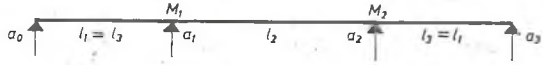
4.1. TABLICE OSLONAČKIH MOMENATA
KOD KONTINUIRANIH NOSAČA PREKO 2, 3 I 4 POLJA NEJEDNAKIH VELIČINA RASPONA PRI JEDNAKO RASPODELJENOM OPTEREĆENJU POLJA

Nosač preko dva polja



Odnos l_1/l_2	Oslonački momenat			
	Od sopstvene težine g	Opterećeno polje p		
		l_1	l_2	$l_1 + l_2$
1 : 1	—0,1250	—0,0625	—0,0625	—0,1250
1 : 1,1	—0,1389	—0,0596	—0,0793	—0,1389
1 : 1,2	—0,1550	—0,0568	—0,0982	—0,1550
1 : 1,3	—0,1737	—0,0544	—0,1192	—0,1737
1 : 1,4	—0,1951	—0,0521	—0,1430	—0,1951
1 : 1,5	—0,2187	—0,0500	—0,1687	—0,2187
1 : 1,6	—0,2450	—0,0481	—0,1969	—0,2450
1 : 1,7	—0,2739	—0,0463	—0,2277	—0,2739
1 : 1,8	—0,3051	—0,0447	—0,2604	—0,3051
1 : 1,9	—0,3388	—0,0431	—0,2958	—0,3388
1 : 2	—0,3750	—0,0417	—0,3333	—0,3750
	$\cdot gl_1^2$	$\cdot pl_1^2$	$\cdot pl_1^2$	$\cdot pl_1^2$

Nosač preko tri polja



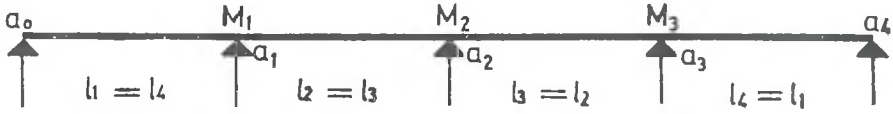
Odnos $l_1 : l_2$	sopstv. težina	Oslonački momenat M_1			
		Opterećeno polje			
		l_1	l_2	l_3	$l_1 + l_2$
1 : 1	—0,1000	—0,0667	—0,0500	+0,0167	—0,1167
1 : 1,1	—0,1099	—0,0639	—0,0627	+0,0167	—0,1266
1 : 1,2	—0,1218	—0,0614	—0,0772	+0,0167	—0,1386
1 : 1,3	—0,1355	—0,0591	—0,0931	+0,0167	—0,1522
1 : 1,4	—0,1510	—0,0569	—0,1107	+0,0166	—0,1676
1 : 1,5	—0,1685	—0,0549	—0,1300	+0,0165	—0,1849
1 : 1,6	—0,1873	—0,0530	—0,1506	+0,0163	—0,2036
1 : 1,7	—0,2080	—0,0513	—0,1728	+0,0162	—0,2241
1 : 1,8	—0,2310	—0,0498	—0,1972	+0,0160	—0,2470
1 : 1,9	—0,2552	—0,0483	—0,2228	+0,0158	—0,2711
1 : 2	—0,2813	—0,0469	—0,2500	+0,0156	—0,2969
	$\cdot gl_1^2$	$\cdot pl_1^2$			

Nosač preko tri polja

(nastavak)

Odnos $l_1:l_2$	sopstvena težina	Oslonački momenat M_2			
		Opterećeno polje			
		l_1	l_2	l_3	$l_2 + l_3$
1:1	—0,1000	+0,0167	—0,0500	—0,0667	—0,1167
1:1,1	—0,1099	+0,0167	—0,0627	—0,0639	—0,1266
1:1,2	—0,1218	+0,0167	—0,0772	—0,0614	—0,1386
1:1,3	—0,1355	+0,0167	—0,0931	—0,0591	—0,1522
1:1,4	—0,1510	+0,0166	—0,1107	—0,0569	—0,1676
1:1,5	—0,1685	+0,0165	—0,1300	—0,0549	—0,1849
1:1,6	—0,1873	+0,0163	—0,1506	—0,0530	—0,2036
1:1,7	—0,2080	+0,0162	—0,1728	—0,0513	—0,2241
1:1,8	—0,2310	+0,0160	—0,1972	—0,0498	—0,2470
1:1,9	—0,2552	+0,0158	—0,2228	—0,0483	—0,2711
1:2	—0 2813	+0,0156	—0,2500	—0,0469	—0,2969
	$\cdot gl_1^2$			$\cdot pl_1^2$	

Nosač preko četiri polja



Odnos $l_1 : l_2$	Sopstvena težina	Oslonački momenat M_1					
		Opterećeno polje					
		l_1	l_2	l_3	l_4	$l_1 + l_2$	$l_3 + l_4$
1:1	—0,1072	—0,0670	—0,0491	+0,0134	—0,0045	—0,1161	+0,0089
1:1,1	—0,1140	—0,0640	—0,0624	+0,0168	—0,0045	—0,1264	+0,0123
1:1,2	—0,1225	—0,0613	—0,0776	+0,0207	—0,0045	—0,1389	+0,0162
1:1,3	—0,1328	—0,0588	—0,0945	+0,0250	—0,0045	—0,1533	+0,0205
1:1,4	—0,1446	—0,0565	—0,1133	+0,0297	—0,0044	—0,1698	+0,0253
1:1,5	—0,1581	—0,0544	—0,1340	+0,0347	—0,0044	—0,1884	+0,0303
1:1,6	—0,1730	—0,0524	—0,1566	+0,0403	—0,0044	—0,2090	+0,0359
1:1,7	—0,1896	—0,0506	—0,1811	+0,0464	—0,0043	—0,2317	+0,0421
1:1,8	—0,2085	—0,0489	—0,2080	+0,0527	—0,0043	—0,2369	+0,0484
1:1,9	—0,2283	—0,0473	—0,2362	+0,0594	—0,0042	—0,2835	+0,0552
1:2	—0,2500	—0,0458	—0,2666	+0,0667	—0,0042	—0,3124	+0,0625

Nosač preko četiri polja

nastavak

Odnos $l_1 : l_2$	Sopstvena težina	Oslonački momenat M_2					
		Opterećeno polje					
		l_1	l_2	l_3	l_4	$l_2 + l_3$	$l_1 + l_4$
1 : 1	—0,0714	+0,0179	—0,0536	—0,0536	+0,0179	—0,1072	+0,0358
1 : 1,1	—0,0943	+0,0171	—0,0643	—0,0643	+0,0171	—0,1286	+0,0342
1 : 1,2	—0,1186	+0,0164	—0,0757	—0,0757	+0,0164	—0,1514	+0,0328
1 : 1,3	—0,1449	+0,0158	—0,0883	—0,0883	+0,0158	—0,1766	+0,0316
1 : 1,4	—0,1729	+0,0152	—0,1017	—0,1017	+0,0152	—0,2034	+0,0304
1 : 1,5	—0,2022	+0,0147	—0,1158	—0,1158	+0,0147	—0,2316	+0,0294
1 : 1,6	—0,2339	+0,0142	—0,1312	—0,1312	+0,0142	—0,2624	+0,0284
1 : 1,7	—0,2673	+0,0137	—0,1474	—0,1474	+0,0137	—0,2948	+0,0274
1 : 1,8	—0,3010	+0,0133	—0,1638	—0,1638	+0,0133	—0,3276	+0,0266
1 : 1,9	—0,3368	+0,0128	—0,1813	—0,1813	+0,0128	—0,3626	+0,0256
1 : 2	—0,3750	+0,0125	—0,2000	—0,2000	+0,0125	—0,4000	+0,0250

Nosač preko četiri polja

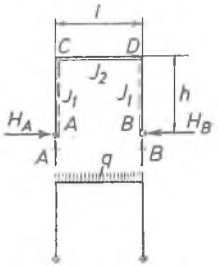
(nastavak)

Odnos $l_1 : l_2$	Sopstvena težina	Oslonački momenat M_3					
		Opterećeno polje					
		l_1	l_2	l_3	l_4	$l_3 + l_4$	$l_1 + l_2$
1 : 1	—0,1072	—0,0045	+0,0134	—0,0491	—0,0670	—0,1161	+0,0089
1 : 1,1	—0,1140	—0,0045	+0,0168	—0,0624	—0,0640	—0,1264	+0,0123
1 : 1,2	—0,1225	—0,0045	+0,0207	—0,0776	—0,0613	—0,1389	+0,0162
1 : 1,3	—0,1328	—0,0045	+0,0250	—0,0945	—0,0588	—0,1533	+0,0205
1 : 1,4	—0,1446	—0,0044	+0,0297	—0,1133	—0,0565	—0,1698	+0,0253
1 : 1,5	—0,1581	—0,0044	+0,0347	—0,1340	—0,0544	—0,1884	+0,0303
1 : 1,6	—0,1730	—0,0044	+0,0403	—0,1566	—0,0524	—0,2090	+0,0359
1 : 1,7	—0,1896	—0,0043	+0,0464	—0,1811	—0,0506	—0,2317	+0,0421
1 : 1,8	—0,2085	—0,0043	+0,0527	—0,2080	—0,0489	—0,2569	+0,0484
1 : 1,9	—0,2283	—0,0042	+0,0594	—0,2362	—0,0473	—0,2835	+0,0532
1 : 2	—0,2500	—0,0042	+0,0667	—0,2666	—0,0458	—0,3124	+0,0625
	$\cdot gl_1^2$	$\cdot pl_1^2$					

Poslednja rubrika ($\cdot gl_1^2$ i $\cdot pl_1^2$) odnosi se i na prethodne dve strane.

OKVIRI

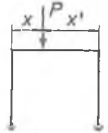
Okvir na dva zgloba



$$K=\frac{I_1}{I_2}\cdot\frac{h}{l}$$

$$H_A=H_B=\frac{q\cdot l^2}{4h(2k+3)}$$

$$A=B=\frac{q\cdot l}{2}$$

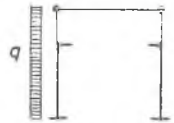


$$H_A=H_B=\frac{3P\cdot x\cdot x^1}{2lh(2k+3)}$$

$$A=P\frac{x}{l}\qquad B=P\frac{x^1}{l}$$

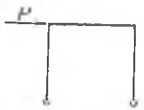
$$H_A=-\frac{qh}{8}\cdot\frac{11k+18}{2k+3}$$

$$H_B=+\frac{qh}{8}\cdot\frac{5k+6}{2k+3}$$



$$A=-B=-\frac{qh^2}{2l}$$

$$M_B=-H_A\cdot h-0{,}5\,qh^2$$

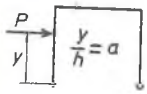


$$H_A=-H_B=-\frac{P}{2}$$

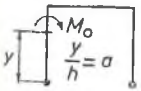
$$A=-B=-\frac{P\cdot h}{l}$$

$$H_A=\frac{P}{2}\left[\frac{2-a\cdot K(3-a^2)+3}{2k+3}\right]$$

$$A=-B=-\frac{P\cdot y}{l}$$

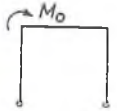


$$H_B=\frac{P}{2}a\cdot\frac{K(3-a^2)+3}{2k+3}$$

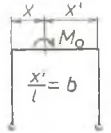


$$H_A=H_B=\frac{3}{2}\frac{M_o}{h}\cdot\frac{1+K(1-a^2)}{2k+3}$$

$$A=-B=\frac{M_o}{l}$$



$$H_A=H_B=\frac{3M_o}{2(2k+3)h}\qquad A=B=-\frac{M_o}{l}$$



$$H_A = H_B = \frac{3\,M_o}{2\,(2k+3)\,h}\,(2_b - 1)$$

$$A = -B = -\frac{M_o}{l}$$

$$H_A = H_B = \frac{q \cdot d}{8\,lh\,(2h+3)}\,(3l^2 - d^2)$$

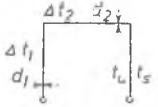
$$A = B = \frac{q \cdot d}{2}$$

Jednako zagrevanje t_o

$$H_A = H_B = \alpha_t \cdot to\,\frac{EI_2}{h^2} \cdot \frac{3}{2k+3} \qquad A = B = O$$

Nejednako zagrevanje $\Delta\, t = t_u - t_s$

$$H_A = H_B = \alpha_t \left(\frac{\Delta\, t_1 \cdot h}{d_1} + \frac{\Delta\, t_2 \cdot l}{d_2} \right)$$



$$\frac{E\,I_2}{h \cdot l} \cdot \frac{3}{2k+3}$$

$$A = B = O$$

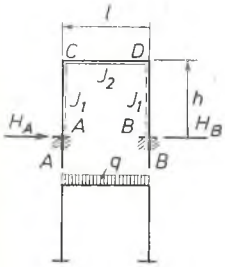
Pomeranje oslonca δ

$$H_A = H_B = \frac{3\delta \cdot E \cdot I_2}{h^2 \cdot l\,(2k+3)} \qquad A = B = O$$

Ukliješten okvir

$$H = H_A = H_B = \frac{ql^2}{4h\,(k+2)}$$

$$M_A = M_B = \frac{ql^2}{12\,(k+2)} = H \cdot \frac{h}{3}$$



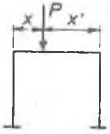
$$K = \frac{I_2}{I^1} \cdot \frac{h}{l}$$

$$A = B = \frac{ql}{2}$$

$$H = H_A = H_B = \frac{3\,P \cdot x \cdot x'}{2h \cdot l\,(k+2)}$$

$$A_V = \frac{P \cdot x'}{l}\left[1 + \frac{x\,(x' - x)}{l^2\,(6k+1)}\right]$$

$$B = P - A$$



$$M_A = \frac{P \cdot x \cdot x'}{2l^2} \cdot \frac{5k \cdot l - l + 2 \cdot x\,(k+2)}{(k+2)\,(6k+1)}$$

$$M_B = \frac{P \cdot x \cdot x'}{2l^2} \cdot \frac{7k \cdot l + 3l - 2 \cdot x\,(k+2)}{(k+2)\,(6k+1)}$$

$$H_B=\frac{q\cdot h}{8}\cdot\frac{2k+3}{k+2}\qquad H_A=H_B-q\cdot h$$

$$A=-B=-\frac{q\cdot h^2\cdot k}{l\,(6k+1)}$$

$$M_A=-\frac{qh^2}{24}\left(12-\frac{5k+9}{k+2}-\frac{12k}{6k+1}\right)$$

$$M_B=\frac{qh^2}{24}\left(\frac{5k+9}{k+2}-\frac{12k}{6k+1}\right)$$

$$H_A=H_B=-\frac{P}{2}$$

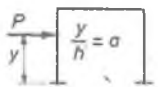
$$A=-B=-\frac{3\,P\cdot h\cdot k}{l\,(6\,k+1)}$$

$$M_A=-M_B=-\frac{P\cdot h}{2}\cdot\frac{3k+1}{6k+1}$$

$$H_B=\frac{Pa^2}{2(k+2)}\,[3\,(k+1)-a\,(2k+1)]$$

$$H_A=P-H_B\qquad A=-B=-\frac{3\,P\cdot y^2\cdot k}{h\cdot l\,(6k+1)}$$

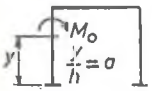
$$M_A=-\frac{P\cdot y\cdot a}{2}\left[\frac{2}{a}-\right.$$



$$\left.-\frac{3+2k-a\,(k+1)}{k+2}-\frac{3k}{6k+1}\right]$$

$$M_B=\frac{P\cdot y\cdot a}{2}\left[\frac{3+2k-a\,(k+1)}{k+2}-\frac{3}{6k+1}\right]\longrightarrow$$

$$H_A=H_B=\frac{3}{4}\,M_0\cdot a\cdot\frac{1}{h}\left[(2-a)+\right.$$



$$\left.+k\left(\frac{2-3a}{2+k}\right)\right]\qquad A=-B=-\frac{6M_0\cdot k\cdot a}{l\,(6k+1)}$$

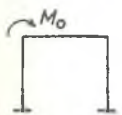
$$M_A=\frac{M_0}{2}\left[\frac{3}{2}a\,(2-a)-1+\frac{1}{2}\,k\cdot a\left(\frac{2-3a}{2+k}\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{6\,k\cdot a}{1+6\,k}-1\right)\right]$$

$$M_B=\frac{M_0}{2}\left[\frac{3}{2}\,a\,(2-a)-1+\frac{1}{2}\,k\cdot a\left(\frac{2-3a}{2+k}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{6\,k\cdot a}{1+6\,k}-1\right)\right]$$

$$H_A=H_B=\frac{3\,M_0}{2(k+2)h}\qquad A=-B=-\frac{6\,M_0\cdot k}{l(6k+1)}$$

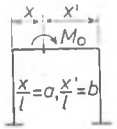


$$M_A=\frac{M_0}{2(k+2)}-\frac{M_0}{2(6k+1)}$$

$$M_B=\frac{M_0}{2(k+2)}+\frac{M_0}{2(6k+1)}$$

$$H_A = H_B = \frac{3\,M_o}{2\,(k+2)\,h}\ (\text{b}-a) \qquad A = -B =$$

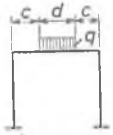
$$= \frac{6\,M_o}{l\,(6\,k+1)}\left(k + \frac{a \cdot b}{l^2}\right)$$



$$M_A = \frac{M_o}{2}\left[\frac{b-a}{k+2} - \frac{l^2 - 6 \cdot a \cdot b}{(6\,k+1)\,l^2}\right]$$

$$M_B = \frac{M_o}{2}\left[\frac{b-a}{k+2} + \frac{l^2 - 6 \cdot a \cdot b}{(6\,k+1)\,l^2}\right]$$

$$H_A = H_B = \frac{1}{4}\,\frac{q\,l^2}{h} \cdot \frac{1}{k+2}\left(3\,\frac{d}{l} - \frac{d^3}{l^3}\right)$$

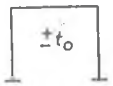


$$A = B = \frac{q\,b}{2}$$

$$M_A = M_B = \frac{q\,l^2}{12} \cdot \frac{1}{k+2}\left(3\,\frac{d}{l} - \frac{d^3}{l^3}\right)$$

Jednako zagrevanje t_o

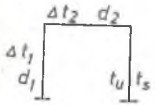
$$H = H_A = H_B = 3 \cdot \alpha_t \cdot t_o \frac{E I_2}{h^2}\,\frac{2k+1}{k\,(k+2)}$$



$$A = B = O$$

$$M_A = M_B = H\,\frac{h\,(k+1)}{2k+1}$$

Nejednako zagrevanje $\Delta t = t_u - t_s$



$$H = H_A = H_B = -\alpha_t \frac{E I_2}{h \cdot l}\left[\frac{\Delta t_2}{d_2}\,k \cdot l - \frac{\Delta t_1}{d_1}\,h\right]\frac{3}{k\,(k+2)} \qquad A = B = O$$

$$M_A = M_B = \alpha\,t \frac{E I_2}{h \cdot l}\left[\frac{\Delta t_1}{d_1}\,h\,(k+3) - \frac{\Delta\,t_2}{d_2}\,l\right]\frac{1}{k\,(k+2)}$$

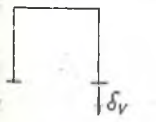
Horizontalno pomeranje oslonca

$$H = H_A = H_B = -3\,\delta_H \frac{E I_2}{h^2 \cdot l}\,\frac{2\,k+1}{k\,(k+2)}$$

$$A = B = O$$

$$M_A = M_B = H \cdot h\,\frac{1+k}{2+k}$$

Vertikalno pomeranje oslonca



$$H_A = H_B = O \qquad A = -B =$$

$$= 6\,\delta_v \frac{E I_2}{l^2}\,\frac{1}{6k+1}$$

$$M_A = -M_B = M_C = -M_D = -3\,\delta_v$$

4. 3. KRST. ARM. PLOČA OSLONJENA NA SVE ČETIRI STRANE

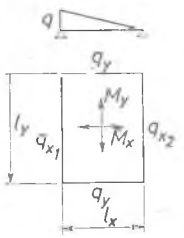
$l_x : l_y$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Mx = P.	0,044	0,047	0,049	0,051	0,052	**0,052**
My = P.	0,044	0,041	0,038	0,034	0,032	**0,029**
Mx = P.	0,021	0,023	0,023	0,024	0,020	**0,020**
My = P.	0,021	0,019	0,017	0,015	0,013	**0,011**
—x = P.	0,052	0,054	0,053	0,053	0,052	**0,051**
—y = P.	0,052	0,049	0,047	0,044	0,041	**0,038**
Mx = P.	0,028	0,030	0,032	0,032	0,032	**0,032**
My = P.	0,028	0,025	0,023	0,021	0,019	**0,017**
—x = P.	0,068	0,070	0,071	0,071	0,070	**0,069**
—y = P.	0,068	0,065	0,062	0,059	0,055	**0,051**
Mx = P.	0,022	0,026	0,028	0,032	0,035	**0,037**
My = P.	0,032	0,032	0,031	0,030	0,029	**0 027**
—y = P.	0,070	0,072	0,073	0,072	0,072	**0,070**
Mx = P.	0,032	0,031	0,030	0,029	0,028	**0,027**
My = P.	0,022	0,018	0,015	0,013	0,011	**0,009**
—x = P.	0,070	0,067	0,064	0,061	0,058	**0,055**
Mx = P.	0,031	0,035	0,038	0,041	0,043	**0,044**
My = P.	0,037	0,036	0,034	0,032	0,030	**0,028**
—y = P.	0,084	0,084	0,083	0,080	0,078	**0,075**
Mx = P.	0,037	0,037	0,038	0,037	0,037	**0,035**
My = P.	0,031	0,027	0,023	0,021	0,018	**0,016**
—x = P.	0,084	0,084	0,082	0,079	0,077	**0,074**
Mx = P.	0,021	0,024	0,026	0,028	0,029	**0,029**
My = P.	0,026	0,025	0,023	0,022	0,019	**0,017**
—x = P.	0,055	0,059	0,062	0,063	0,064	**0,063**
—y = P.	0,060	0,059	0,058	0,055	0,053	**0,051**
Mx = P.	0,026	0,026	0,027	0,027	0,026	**0,025**
My = P.	0,021	0,018	0,016	0,014	0,012	**0,010**
—x = P.	0,060	0,060	0,059	0,057	0,055	**0,053**
—y = P.	0,055	0,052	0,048	0,044	0,041	**0,038**

OPTEREĆENA JEDNAKO POD. OPTEREĆENJEM $P = q \cdot l_x \cdot l_y$

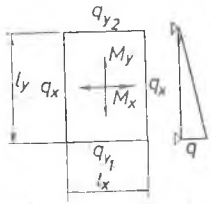
1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
0,053	0,052	0,052	0,051	**0,050**	0,049	0,048	0,047	0,046	**0,045**
0,026	0,024	0,022	0,020	**0,019**	0,017	0,016	0,015	0,014	**0,013**
0,023	0,022	0,022	0,021	**0,021**	0,020	0,019	0,018	0,018	**0,017**
0,010	0,008	0,007	0,006	**0,006**	0,005	0,005	0,005	0,004	**0,004**
0,049	0,048	0,046	0,044	**0,042**	0,040	0,038	0,036	0,035	**0,033**
0,036	0,034	0,032	0,030	**0,029**	0,027	0,026	0,025	0,024	**0,023**
0,032	0,031	0,031	0,030	**0,029**	0,028	0,024	0,026	0,025	**0,024**
0,014	0,014	0,012	0,011	**0,010**	0,009	0,008	0,007	0,007	**0,006**
0,067	0,065	0,063	0,061	**0,059**	0,057	0,055	0,053	0,051	**0,049**
0,049	0,046	0,043	0,041	**0,040**	0,038	0,036	0,034	0,033	**0,032**
0,039	0,040	0,041	0,042	**0,043**	0,042	0,042	0,042	0,042	**0,041**
0,026	0,024	0,023	0,021	**0,020**	0,018	0,017	0,016	0,015	**0,014**
0,068	0,066	0,064	0,062	**0,060**	0,057	0,055	0,053	0,051	**0,049**
0,026	0,024	0,023	0,022	**0,021**	0,020	0,019	0,018	0,018	**0,017**
0,008	0,007	0,006	0,005	**0,005**	0,005	0,004	0,004	0,004	**0,004**
0,052	0,050	0,047	0,044	**0,042**	0,040	0,038	0,036	0,035	**0,033**
0,045	0,046	0,046	0,046	**0,046**	0,046	0,045	0,044	0,044	0,043
0,026	0,024	0,022	0,021	**0,019**	0,018	0,016	0,015	0,014	**0,013**
0,072	0,069	0,066	0,064	**0,061**	0,058	0,056	0,054	0,052	**0,050**
0,034	0,033	0,032	0,031	**0,030**	0,029	0,027	0,027	0,025	**0,025**
0,014	0,012	0,011	0,010	**0,009**	0,008	0,008	0,007	0,007	**0,006**
0,071	0,069	0,066	0,063	**0,061**	0,058	0,056	0,054	0,051	**0,050**
0,029	0,029	0,028	0,028	**0,028**	0,027	0,026	0,025	0,025	**0,024**
0,016	0,014	0,012	0,011	**0,011**	0,010	0,009	0,008	0,008	**0,007**
0,062	0,061	0,059	0,058	**0,057**	0,055	0,053	0,051	0,050	**0,048**
0,048	0,046	0,043	0,041	**0,039**	0,037	0,036	0,034	0,033	**0,032**
0,024	0,024	0,022	0,022	**0,021**	0,020	0,019	0,018	0,018	**0,017**
0,009	0,008	0,007	0,006	**0,006**	0,005	0,005	0,004	0,004	**0,004**
0,050	0,048	0,046	0,044	**0,042**	0,040	0,038	0,036	0,035	**0,033**
0,036	0,034	0,032	0,030	**0,029**	0,027	0,026	0,025	0,024	**0,023**

Pravougaone ploče oslonjene na četiri strane — trouglasto opterećenje. Momenti i reakcije za razne slučajeve oslanjanja (—— slobodno oslanjanje; ═══ ukliještenje)

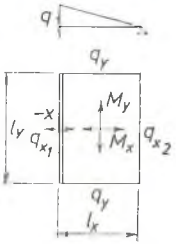
l_y/l_x	M_x	M_y	q_{x1}	q_{x2}	q_y
1,0	0,022	0,018	0,248	0,090	0,191
1,1	0,026	0,018	0,260	0,100	0,195
1,2	0,029	0,017	0,271	0,109	0,197
1,3	0,033	0,016	0,280	0,117	0,199
1,4	0,036	0,015	0,288	0,124	0,200
1,5	0,039	0,014	0,295	0,130	0,201
2,0	0,051	0,012	0,316	0,143	0,204
	$\cdot ql^2_x$			$\cdot ql_x$	



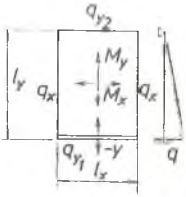
l_y/l_x	M_x	M_y	q_x	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,018	0,022	0,191	0,248	0,090
1,1	0,022	0,023	0,205	0,258	0,088
1,2	0,026	0,023	0,218	0,268	0,086
1,3	0,030	0,023	0,230	0,276	0,083
1,4	0,033	0,023	0,241	0,282	0,079
1,5	0,036	0,023	0,251	0,288	0,076
2,0	0,048	0,023	0,288	0,308	0,061
	$\cdot ql^2_x$			$\cdot ql_x$	



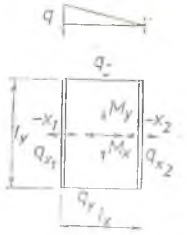
l_y/l_x	—x	M_x	M_y	q_{x1}	q_{x2}	q_y
1,0	0,048	0,016	0,011	0,383	0,076	0,140
1,1	0,052	0,018	0,010	0,394	0,081	0,140
1,2	0,052	0,020	0,009	0,397	0,086	0,139
1,3	0,057	0,021	0,009	0,402	0,090	0,139
1,4	0,060	0,023	0,009	0,403	0,093	0,138
1,5	0,061	0,024	0,008	0,405	0,093	0,138
2,0	0,065	0,028	0,008	0,407	0,100	0,137
	$\cdot ql^2_x$			$\cdot ql_x$		



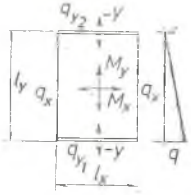
l_y/l_x	—y	M_x	M_y	q_x	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,048	0,011	0,016	0,140	0,383	0,076
1,1	0,054	0,014	0,017	0,154	0,411	0,077
1,2	0,059	0,018	0,017	0,167	0,437	0,076
1,3	0,063	0,021	0,017	0,180	0,457	0,076
1,4	0,068	0,025	0,018	0,192	0,476	0,074
1,5	0,071	0,026	0,018	0,203	0,493	0,072
2,0	0,085	0,042	0,018	0,246	0,555	0,060
	$\cdot ql^2_x$			$\cdot ql_x$		



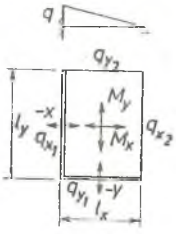
l_y/l_x	$-x_1$	$-x_2$	M_x	M_y	q_{x1}	q_{x2}	q_y
1,0	0,043	0,027	0,015	0,006	0,362	0,155	0,133
1,1	0,045	0,029	0,017	0,008	0,362	0,161	0,132
1,2	0,047	0,030	0,018	0,007	0,364	0,164	0,131
1,3	0,048	0,031	0,019	0,007	0,364	0,164	0,131
1,4	0,049	0,032	0,020	0,007	0,362	0,164	0,130
1,5	0,050	0,033	0,020	0,007	0,361	0,164	0,130
2,0	0,050	0,033	0,021	0,007	0,351	0,159	0,130
		$\cdot ql^2_x$				$\cdot ql_x$	



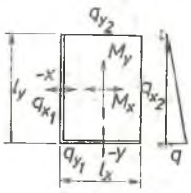
l_y/l_x	$-y_1$	$-y_2$	M_x	M_y	q_x	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,043	0,027	0,008	0,015	0,133	0,362	0,155
1,1	0,049	0,030	0,011	0,016	0,147	0,389	0,168
1,2	0,055	0,032	0,014	0,017	0,160	0,417	0,175
1,3	0,060	0,034	0,018	0,018	0,174	0,441	0,181
1,4	0,065	0,035	0,021	0,018	0,186	0,463	0,183
1,5	0,069	0,036	0,025	0,018	0,198	0,463	0,184
2,0	0,084	0,035	0,040	0,018	0,245	0,552	0,189
		$\cdot ql^2_x$				$\cdot ql_x$	



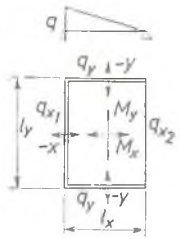
l_y/l_x	$-x$	$-y$	M_x	M_y	p_{x1}	q_{x2}	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,042	0,032	0,012	0,012	0,362	0,063	0,254	0,139
1,1	0,046	0,034	0,014	0,011	0,376	0,070	0,259	0,139
1,2	0,050	0,035	0,016	0,010	0,384	0,076	0,264	0,139
1,3	0,053	0,036	0,018	0,010	0,394	0,081	0,267	0,139
1,4	0,056	0,037	0,020	0,009	0,398	0,086	0,268	0,139
1,5	0,058	0,037	0,022	0,009	0,403	0,089	0,269	0,139
2,0	0,064	0,037	0,027	0,008	0,412	0,098	0,270	0,140
			$\cdot ql^2_x$				$\cdot ql_x$	



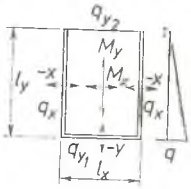
l_y/l_x	$-x$	$-y$	M_x	M_y	q_{x1}	q_{x2}	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,032	0,042	0,012	0,012	0,254	0,139	0,361	0,063
1,1	0,037	0,045	0,014	0,012	0,273	0,151	0,382	0,060
1,2	0,041	0,048	0,017	0,012	0,293	0,161	0,398	0,057
1,3	0,045	0,051	0,019	0,012	0,312	0,170	0,412	0,054
1,4	0,048	0,053	0,022	0,012	0,331	0,180	0,423	0,051
1,5	0,052	0,055	0,023	0,012	0,347	0,187	0,435	0,048
2,0	0,065	0,065	0,030	0,012	0,405	0,222	0,472	0,036
			$\cdot ql^2_x$				$\cdot ql_x$	



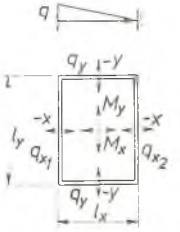
l_y/l_x	—x	— y	M_x	M_y	q_{x1}	q_{x2}	q_y
1,0	0,035	0,029	0,010	0,011	0,323	0,047	0,244
1,1	0,040	0,031	0,012	0,011	0,342	0,055	0,250
1,2	0,044	0,033	0,013	0,010	0,355	0,063	0,254
1,3	0,047	0,034	0,015	0,010	0,366	0,070	0,260
1,4	0,051	0,035	0,017	0,009	0,375	0,076	0,264
1,5	0,053	0,036	0,019	0,008	0,382	0,081	0,267
2,0	0,062	0,037	0,025	0,006	0,397	0,096	0,270
		$\cdot q l_x^2$				$\cdot q l_x$	



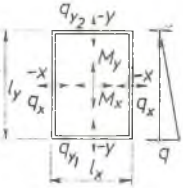
l_y/l_x	—x	—y	M_x	M_y	q_x	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,029	0,035	0,011	0,010	0,244	0,322	0,047
1,1	0,032	0,037	0,012	0,010	0,263	0,335	0,043
1,2	0,035	0,039	0,014	0,010	0,281	0,345	0,039
1,3	0,038	0,040	0,015	0,010	0,296	0,353	0,035
1,4	0,040	0,042	0,017	0,010	0,308	0,361	0,032
1,5	0,042	0,042	0,018	0,010	0,320	0,367	0,029
2,0	0,050	0,046	0,020	0,010	0,355	0,385	0,021
		$\cdot q l_x^2$				$\cdot q l_x$	



l_y/l_x	—x_1	—x_2	—y	M_x	M_y	q_{x1}	q_{x2}	q_y
1,0	0,033	0,018	0,027	0,010	0,009	0,326	0,121	0,242
1,1	0,038	0,021	0,028	0,012	0,008	0,341	0,136	0,243
1,2	0,040	0,024	0,029	0,014	0,008	0,350	0,150	0,246
1,3	0,043	0,026	0,029	0,015	0,007	0,350	0,150	0,246
1,4	0,045	0,028	0,029	0,017	0,006	0,350	0,150	0,247
1,5	0,046	0,030	0,030	0,018	0,006	0,350	0,150	0,247
2,0	0,050	0,033	0,030	0,021	0,005	0,350	0,150	0,246
			$\cdot q l^2_x$				$\cdot q l_x$	

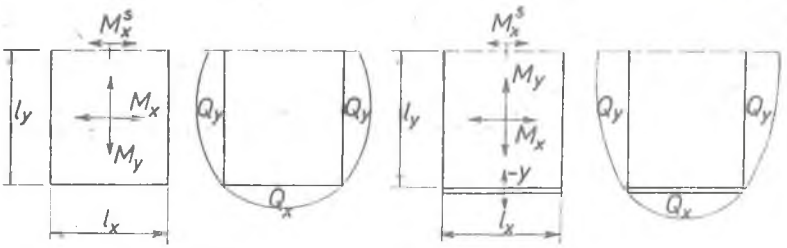


l_y/l_x	—x	—y_1	—y_2	M_x	M_y	q_x	q_{y1}	q_{y2}
1,0	0,027	0,033	0,019	0,009	0,010	0,242	0,326	0,121
1,1	0,030	0,036	0,018	0,011	0,010	0,259	0,345	0,119
1,2	0,034	0,038	0,018	0,013	0,010	0,279	0,357	0,114
1,3	0,036	0,040	0,017	0,014	0,010	0,295	0,364	0,106
1,4	0,039	0,042	0,016	0,016	0,010	0,308	0,370	0,101
1,5	0,042	0,042	0,015	0,017	0,010	0,320	0,379	0,093
2,0	0,050	0,046	0,011	0,020	0,010	0,353	0,402	0,070
			$\cdot q l^2_x$				$\cdot q l_x$	



Trostrano slobodno oslonjena pravougaona ploča — jednako podeljeno opterećenje

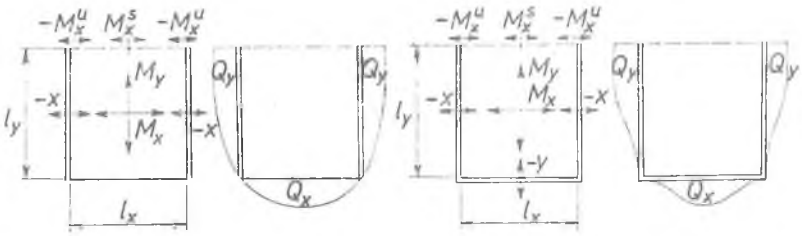
Trostrano oslonjena pravougaona ploča — donja ivica ukliještena, susedna slobodno oslonjena — jednako podeljeno opterećenje



l_y/l_x	M_x	M_y	M_x^s	Q_x	Q_y	l_y/l_x	—y	M_x	M_y	M_x^s	Q_x	Q_y
0,30	0,037	0,033	0,073	0,800	0,160	0,30	0,124	0,005	-0,018	0,017	0,700	0,150
0,35	0,043	0,036	0,083	0,760	0,190	0,35	0,134	0,007	-0,012	0,025	0,680	0,160
0,40	0,049	0,038	0,091	0,720	0,220	0,40	0,140	0,011	-0,007	0,033	0,660	0,170
0,45	0,054	0,039	0,097	0,680	0,250	0,45	0,144	0,016	-0,004	0,042	0,640	0,180
0,50	0,059	0,038	0,102	0,640	0,280	0,50	0,147	0,021	0	0,051	0,620	0,190
0,55	0,063	0,037	0,106	0,615	0,295	0,55	0,148	0,025	0,004	0,059	0,600	0,200
0,60	0,066	0,036	0,108	0,590	0,310	0,60	0,146	0,029	0,007	0,066	0,580	0,210
0,65	0,069	0,035	0,110	0,565	0,325	0,65	0,144	0,033	0,010	0,072	0,570	0,215
0,70	0,070	0,033	0,111	0,540	0,340	0,70	0,142	0,037	0,012	0,076	0,550	0,225
0,75	0,072	0,031	0,111	0,515	0,355	0,75	0,138	0,040	0,014	0,081	0,530	0,235
0,80	0,073	0,029	0,109	0,490	0,370	0,80	0,135	0,043	0,015	0,085	0,520	0,240
0,85	0,073	0,027	0,108	0,465	0,380	0,85	0,131	0,046	0,016	0,087	0,500	0,250
0,90	0,073	0,025	0,106	0,440	0,390	0,90	0,127	0,048	0,016	0,087	0,490	0,255
0,95	0,073	0,024	0,105	0,420	0,400	0,95	0,122	0,050	0,017	0,088	0,470	0,265
1,00	0,073	0,022	0,103	0,400	0,410	1,00	0,118	0,051	0,017	0,088	0,460	0,270
1,10	0,073	0,019	0,098	0,360	0,420	1,10	0,109	0,053	0,016	0,087	0,430	0,285
1,20	0,071	0,016	0,093	0,340	0,430	1,20	0,102	0,054	0,015	0,085	0,400	0,300
1,30	0,069	0,013	0,088	0,320	0,440	1,30	0,095	0,055	0,014	0,083	0,370	0,315
1,40	0,067	0,012	0,084	0,300	0,450	1,40	0,088	0,055	0,013	0,080	0,340	0,330
1,50	0,065	0,010	0,079	0,280	0,450	1,50	0,083	0,055	0,011	0,077	0,310	0,345
1,75	0,060	0,007	0,069	0,260	0,450	1,75	0,071	0,054	0,009	0,068	0,250	0,375
2,00	0,055	0,004	0,062	0,240	0,450	2,00	0,063	0,051	0,006	0,061	0,200	0,400

Trostrano oslonjena pravougaona ploča opterećena jednako podeljenim opterećenjem

— donja ivica slobodno oslonjena, susedne dve ivice ukliještene — sve tri oslonjene ivice ukliještene —



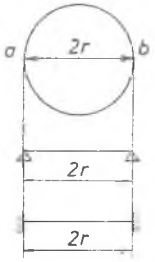
l_y/l_x	$-x$	M^u_x	M_y	M_y	M^s_x	Q_x	Q_y	$-x$	$-y$	$-M^u_x$	M_y	M_y	M^s_x	Q_x	Q_y
0,30	0,118	0,242	0,034	0,030	0,063	0,42	0,29	0,044	0,109	0,127	0,009	−0,013	0,026	0,62	0,19
0,35	0,116	0,224	0,037	0,027	0,069	0,39	0,31	0,047	0,113	0,135	0,013	−0,007	0,036	0,58	0,21
0,40	0,113	0,209	0,040	0,026	0,070	0,36	0,32	0,052	0,113	0,141	0,017	−0,002	0,043	0,54	0,23
0,45	0,110	0,195	0,041	0,024	0,070	0,33	0,335	0,058	0,108	0,146	0,019	0,003	0,047	0,50	0,25
0,50	0,107	0,179	0,042	0,023	0,068	0,30	0,35	0,064	0,102	0,148	0,022	0,006	0,049	0,46	0,27
0,55	0,104	0,164	0,042	0,022	0,066	0,28	0,36	0,067	0,096	0,143	0,024	0,008	0,051	0,43	0,285
0,60	0,101	0,150	0,042	0,020	0,064	0,26	0,37	0,069	0,090	0,136	0,026	0,009	0,052	0,40	0,30
0,65	0,098	0,138	0,042	0,018	0,061	0,25	0,375	0,071	0,084	0,129	0,027	0,010	0,052	0,38	0,31
0,70	0,095	0,128	0,041	0,016	0,058	0,24	0,38	0,071	0,079	0,123	0,028	0,011	0,051	0,36	0,32
0,75	0,091	0,119	0,040	0,015	0,055	0,23	0,385	0,070	0,075	0,116	0,028	0,011	0,050	0,34	0,33
0,80	0,088	0,111	0,039	0,013	0,052	0,22	0,39	0,070	0,070	0,109	0,029	0,011	0,048	0,32	0,34
0,85	0,085	0,103	0,039	0,012	0,049	0,21	0,395	0,069	0,066	0,103	0,029	0,011	0,047	0,30	0,35
0,90	0,082	0,096	0,037	0,010	0,046	0,21	0,395	0,069	0,062	0,097	0,029	0,010	0,045	0,28	0,36
0,95	0,079	0,089	0,036	0,009	0,044	0,20	0,40	0,068	0,059	0,092	0,029	0,010	0,043	0,28	0,36
1,00	0,077	0,084	0,035	0,009	0,042	0,20	0,40	0,068	0,056	0,087	0,028	0,009	0,041	0,26	0,37
1,10	0,072	0,076	0,035	0,007	0,038	0,19	0,405	0,064	0,051	0,078	0,028	0,008	0,038	0,24	0,38
1,20	0,066	0,070	0,030	0,005	0,035	0,18	0,41	0,061	0,047	0,071	0,027	0,006	0,035	0,22	0,39
1,30	0,063	0,064	0,029	0,004	0,032	0,17	0,415	0,059	0,043	0,065	0,026	0,005	0,032	0,20	0,40
1,40	0,059	0,060	0,027	0,003	0,030	0,16	0,42	0,056	0,040	0,060	0,025	0,004	0,030	0,18	0,41
1,50	0,055	0,056	0,026	0,002	0,028	0,15	0,425	0,054	0,037	0,056	0,024	0,003	0,028	0,17	0,415
1,75	0,047	0,048	0,023	0,001	0,024	0,12	0,44	0,047	0,032	0,048	0,022	0,002	0,024	0,14	0,43
2,00	0,042	0,042	0,021	0,0004	0,021	0,10	0,45	0,042	0,028	0,042	0,020	0,001	0,021	0,12	0,44

KRUŽNE PLOČE

I. Slobodno oslonjena ploča

a) jednako podeljen teret q na jedinicu širine u preseku a—b

$$M_{ab} = 0{,}1528 \cdot q \cdot r^2 \text{ kgm/m'}$$



b) koncentrisan teret P u sredini ploče

$$M_{ab} = 0{,}159 \cdot P \text{ kg/m'}$$

II. Ploča uklještena po obimu

a) jednako podeljen teret q na jedinicu širine

$$+ M_{ab} = 0{,}0588 \cdot q \cdot r^2 \text{ kgm/m'}$$

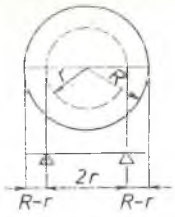
$$- M_{ab} = -0{,}1172 \cdot q \cdot r^2 \text{ kgm/m'}$$

b) koncentrisan teret P u sredini ploče

$$+ M_{ab} = - M_{ab} = 0{,}0833 \cdot P \text{ kg/m'}$$

III. Ploča sa prepustom

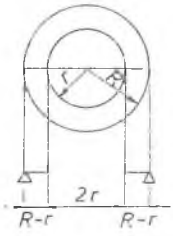
a) jednako podeljen teret q na jedinicu širine



$$+ M_{ab} = 0{,}4575 \, qR^2 \left(1 - \frac{2}{3}\frac{R}{r}\right) \text{ kgm/m'}$$

$$- M_{ab} = -q \frac{(R-r)^2}{2} \text{ kgm/m'}$$

IV. Ploča sa otvorom u sredini



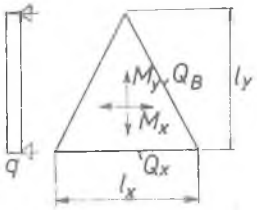
a) jednako podeljeno opterećenje q na delu R — r, a po obodu malog kruga opterećenje p kg/m'

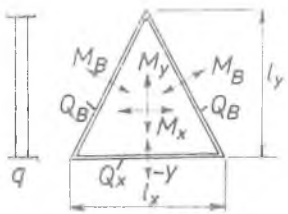
Ukupan momenat za osovinu ab

$$M_{ab} = q\left(\frac{R^3}{3} - R \cdot r^2 + \frac{2r^3}{3}\right) + p\,(2\,R \cdot r - 2r^2)$$

Momenat na jedinicu širine za dimenzionisanje

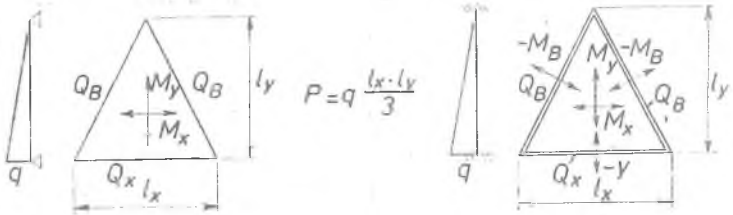
$$M = 0{,}45 \frac{M_{ab}}{R - r} \text{ kgm/m'}$$





$$P = q\,\frac{l_x \cdot l_y}{2}$$

l_x/l_y	M_x	M_y	Q_x	Q_B	l_x/l_y	$-M_B$	$-Y$	M_x	M_y	Q_x	Q_B
0,50	0,040	0,021	0,222	0,389	**0,50**	0,038	0,021	0,019	0,009	0,182	0,409
0,55	0,040	0,022	0,236	0,383	**0,55**	0,039	0,024	0,020	0·010	0,196	0,402
0,60	0,041	0,024	0,247	0,377	**0,60**	0,040	0,026	0,020	0,012	0,210	0,395
0,65	0,042	0,025	0,256	0,372	**0,65**	0,041	0,029	0,021	0,013	0,224	0,389
0,70	0,042	0,026	0,266	0,368	**0,70**	0,042	0,031	0,021	0,014	0,236	0,382
0,75	0,043	0,027	0,274	0,363	**0,75**	0,042	0,033	0,021	0,015	0,249	0,375
0,80	0,043	0,029	0,282	0,360	**0,80**	0,042	0,035	0,021	0,015	0,261	0,370
0,85	0,043	0,030	0,289	0,355	**0,85**	0,042	0,036	0,021	0,016	0,272	0,364
0,90	0,043	0,031	0,297	0,351	**0,90**	0,042	0,037	0,021	0,016	0,283	0,358
0,95	0,043	0 032	0,306	0,348	**0,95**	0,042	0,038	0,020	0,016	0,294	0,353
1,00	0,043	0,033	0,304	0,344	**1,00**	0,041	0,039	0,020	0,016	0,304	0,348
1,10	0,042	0,035	0,326	0,339	**1,10**	0,040	0,041	0,019	0,017	0,321	0,341
1,20	0,041	0,037	0,336	0,334	**1,20**	0,039	0,042	0,019	0,017	0,336	0,331
1,30	0,040	0,038	0,348	0,328	**1,30**	0,038	0,042	0,018	0,017	0,351	0,325
1,40	0,039	0,038	0,358	0,322	**1,40**	0,037	0,043	0,017	0,018	0,364	0,320
1,50	0,038	0,038	0,369	0,315	**1,50**	0,036	0,043	0,017	0,018	0,375	0,312
1,60	0,038	0,038	0,378	0,310	**1,60**	0,036	0,044	0,016	0,018	0,387	0,304
1,70	0,037	0,038	0,384	0,306	**1,70**	0,035	0,044	0,015	0,018	0,398	0,299
1,80	0,036	0,038	0,389	0,303	**1,80**	0,035	0,043	0,014	0,018	0,407	0,295
1,90	0,034	0,038	0,395	0,300	**1,90**	0,035	0,043	0,013	0,018	0,417	0,293
2,00	0,033	0,038	0,400	0,300	**2,00**	0,035	0,0411	0,012	0,018	0,424	0,288
			·P							·P	



l_x/l_y	M_x	M_y	Q_x	Q_B	l_x/l_y	$-M_B$	$-Y$	M_x	M_y	Q_x	Q_B
0,50	0,041	0,027	0,300	0,349	0,50	0,044	0,026	0,021	0,012	0,256	0,372
0,55	0,041	0,029	0,315	0,342	0,55	0,045	0,029	0,021	0,013	0,274	0,363
0,60	0,041	0,030	0,330	0,335	0,60	0,045	0,032	0,021	0,014	0,292	0,353
0,65	0,041	0,031	0,341	0,328	0,65	0,044	0,035	0,021	0,014	0,308	0,345
0,70	0,041	0,032	0,351	0,324	0,70	0,042	0,037	0,020	0,015	0,323	0,338

0,75	0,041	0,033	0,360	0,319	0,75	0,043	0,039	0,020	0,016	0,338	0,331
0,80	0,041	0,034	0,370	0,314	0,80	0,043	0,041	0,020	0,016	0,350	0,324
0,85	0,041	0,035	0,378	0,311	0,85	0,042	0,042	0,020	0,017	0,362	0,319
0,90	0,041	0,036	0,386	0,308	0,90	0,041	0,043	0,019	0,018	0,375	0,310
0,95	0,040	0,037	0,396	0,302	0,95	0,041	0,044	0,019	0,18	0,388	0,305
1,00	0,039	0,038	0,405	0,297	1,00	0,041	0,045	0,018	0,019	0,399	0,300
1,10	0,038	0,039	0,419	0,291	1,10	0,040	0,046	0,018	0,019	0,419	0,291
1,20	0,036	0,040	0,428	0,285	1,20	0,038	0,047	0,017	0,019	0,436	0,281
1,30	0,034	0,041	0,437	0,281	1,30	0,037	0,047	0,016	0,020	0,453	0,273
1,40	0,033	0,041	0,445	0,277	1,40	0,035	0,047	0,015	0,019	0,466	0,265
1,50	0,032	0,041	0,454	0,275	1,50	0,033	0,046	0,014	0,019	0,477	0,261
1,60	0,030	0,041	0,461	0,269	1,60	0,032	0,046	0,013	0,018	0,484	0,254
1,70	0,029	0,041	0,468	0,265	1,70	0,031	0,045	0,013	0,018	0,495	0,250
1,80	0,028	0,041	0,475	0,259	1,80	0,030	0,044	0,012	0,018	0,502	0,243
1,90	0,027	0,040	0,485	0,257	1,90	0,030	0,044	0,011	0,018	0,513	0,245
2,00	0,027	0,040	0,492	0,258	2,00	0,029	0,043	0,010	0,017	0,522	0,240

. P

. P

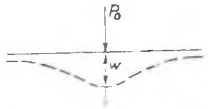
4. 4 NOSAČ NA ELASTIČNOJ PODLOZI

Proračun nosača na elastičnoj podlozi, posmatran sa stanovišta teorije proračunavanja, je tačan i relativno lak. Međutim, sa stanovišta mehanike tla, poznato je da je koeficijenat posteljice tla koji je osnova za proračun, samo jedna idealizovana pretpostavka, koja na žalost, ne odgovara uvek uslovima na licu mesta. Na osnovu toga, nije čudno, ako po nekad između proračuna i stvarnosti postoje i znatnije razlike. I ako postoje mnogi pokušaji da se pronađe bolji način proračuna za nosače na elastičnoj podlozi, ovde data teorija još je uvek najprimenljivija. Preporučuje se da se, ponekad, uvedu u proračun najmanja i najveća vrednost koeficijenta posteljice, da se na taj način odrede, prvo, najveći pritisak na tlo, i drugo, najveće naprezanje grede.

Za najčešće praktične slučajeve dovoljno je, da se nosač smatra kao beskrajno dugačak, jer sve statičke veličine vrlo brzo opadaju prema E-funkciji.

1. Opterećenje koncentrisanom silom P_o u sredini

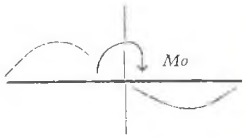
$$W = \frac{P_o}{2L \cdot b \cdot c}(\xi_1 + \xi_2) \qquad \frac{dw}{dx} = -\frac{P_o}{L^2 \cdot b \cdot c}\xi_4$$



$$M = \frac{P_o \cdot L}{4}(\xi_1 - \xi_4) \qquad Q = -\frac{P_o}{2}\xi_1$$

2. Opterećenje momentom M_o u sredini

$$W = \frac{M_o}{L^2 \cdot b \cdot c}\xi_2 \qquad \frac{dw}{dx} = \frac{M_o}{L^3 \cdot b \cdot c}(\xi_1 - \xi_3)$$



$$M = \frac{M_o}{2}\xi_1 \qquad Q = -\frac{M_o}{2L}(\xi_1 + \xi_2)$$

3. Koncentrisana sila P_o na kraju nosača

$$W = \frac{2P_o}{L \cdot b \cdot c}\xi_1 \qquad \frac{dw}{dx} = -\frac{2P_o}{L^2 \cdot b \cdot c}(\xi_1 + \xi_2)$$

$$M = -P_o \cdot L \cdot \xi_3 \qquad Q = -P_o(\xi_1 - \xi_3)$$

4. Opterećenje momentom M_o na kraju nosača

$$W = -\frac{2M_o}{L^2 \cdot b \cdot c}(\xi_1 - \xi_3) \qquad \frac{dw}{dx} = \frac{4M_o}{L^3 \cdot b \cdot c}\xi_4$$

$$M = M_o(\xi_1 + \xi_4) \qquad Q = -\frac{2M_o}{L}\xi_3$$

U gornjim obrascima znače

$$\xi = \frac{X}{L} \quad \text{gde je } L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E \cdot J}{c}}$$

E = moduo elastičnosti nosača
J = momenat inercije nosača
c = koeficijenat posteljice tla
b = širina grede
c i J treba uzimati za istu širinu grede

$\xi_1 = e^{-\xi} \cdot \cos \xi \qquad \xi_3 = e^{-\xi} \cdot \sin \xi$

Pritisak na tlo sračunava se iz jednačine $\beta = w \cdot c$ gde je w ugib nosača na elastičnoj podlozi, a c koeficijenat posteljice tla

L se naziva elastična dužina nosača

Ako je nosač izuzetno tako kratak da na njegovoj ivici statičke veličine još nisu dovoljno opale, tada se na pr. preostali momenat može uzeti kao opterećenje na toj ivici, i to tako, da bude ispunjen ivični uslov M = 0

KOEFICIJENTI POSTELJICE TLA

1. Laki treset i mulj	0,5— 1,0	kg/cm³
2. Teški treset i mulj, fini obalni pesak	1,0— 1,5	„
3. Nasipi od humusa, peska, šljunka	1,0— 2,0	„
4. Glinovito tlo, mokro	2,0— 3,0	„
5. Glinovito tlo, vlažno	4,0— 5,0	„
6. Glinovito tlo, suvo i čvrsto	6,0— 8,0	„
7. Čvrsto složen humus sa peskom i malo kamena	10,0	„
8. Kao i gore sa mnogo kamena	8,0—10,0	„
9. Fini šljunak sa mnogo finog peska	10,0—12,0	„
10. Srednji šljunak sa finim peskom	8,0—10,0	„
11. Srednji šljunak sa krupnim peskom	10,0—12,0	„
12. Grubi šljunak sa grubim peskom	12,0—15,0	„
13. Grubi pesak sa malo	15,0—20,0	„
14. Kao gore samo čvrsto složen		„

KOEFICIJENTI CIMERMANA

ξ	ξ_1	ξ_2	$\xi_1+\xi_2$	$\xi_1-\xi_2$
0	1	0	1	1
0,1	0,9004	0,0903	0,9907	0,81
0,2	0,8024	0,1627	0,9651	0,6398
0,3	0,7078	0,2189	0,9267	0,4888
0,4	0,6174	0,261	0,8784	0,3564
0,5	0,5323	0,2908	0,8231	0,2415
0,6	0,453	0,3099	0,7628	0,1431
0,7	0,3798	0,3199	0,6997	0,0599
0,8	0,313	0,3223	0,6354	—0,0093
0,9	0,2528	0,3185	0,5712	—0,0657
1	0,1988	0,3096	0,5083	—0,1108
1,1	0,151	0,2967	0,4476	—0,1457
1,2	0,1092	0,2807	0,3899	—0,1716
1,3	0,0729	0,2626	0,3355	—0,1897
1,4	0,0419	0,243	0,2849	—0,2011
1,5	0,0158	0,2226	0,2384	—0,2068
1,6	—0,0059	0,2018	0,1959	—0,2077
1,7	—0,0236	0,1812	0,1576	—0,2047
1,8	—0,0376	0,161	0,1234	—0,1985
1,9	—0,0484	0,1415	0,0932	—0,1899
2	—0,0564	0,1231	0,0667	—0,1794
2,1	—0,0618	0,1057	0,0439	—0,1675
2,2	—0,0652	0,0896	0,0244	—0,1548
2,3	—0,0668	0,0784	0,008	—0,1416
2,4	—0,0669	0,0613	—0,0056	—0,1282
2,5	—0,0658	0,0491	—0,0166	—0,1149
2,6	—0,0636	0,0383	—0,0254	—0,1019
2,7	—0,0608	0,0287	—0,032	—0,0895
2,8	—0,0573	0,0204	—0,0369	—0,0777
2,9	—0,0535	0,0133	—0,0403	—0,0666
3	—0,0493	0,00703	—0,04226	—0,0563
3,1	—0,045	0,00187	—0,04314	—0,04688
3,2	—0,0407	—0,00238	—0,04307	—0,03831
3,3	—0,0364	—0,00582	—0,04224	—0,0306
3,4	—0,0322	—0,00853	—0,04079	—0,02374

ξ	ζ_1	ζ_2	$\zeta_1+\zeta_2$	$\zeta_1-\zeta_2$
3,5	—0,0283	—0,01059	—0,03887	—0,01769
3,6	—0,0245	—0,01209	—0,03659	—0,01241
3,7	—0,021	—0,0131	—0,03407	—0,00787
3,8	—0,0177	—0,01369	—0,03138	—0,00401
3,9	—0,0147	—0,01392	—0,02862	—0,00077
4	—0,01197	—0,01386	—0,02583	0,00189
4,1	—0,00955	—0,01356	—0,02309	0,00403
4,2	—0,00735	—0,01307	—0,02042	0,00572
4,3	—0,00545	—0,01243	—0,01787	0,00699
4,4	—0,0038	—0,01168	—0,01546	0,00791
4,5	—0,00235	—0,01086	—0,0132	0,00852
4,6	—0,0011	—0,00999	—0,01112	0,00886
4,7	—0,0002	—0,00909	—0,00921	0,00898
4,8	0,0007	—0,0082	—0,00748	0,00892
4,9	0,0009	—0,00732	—0,00593	0,0087
5	0,002	—0,00646	—0,00455	0,00837
5,1	0,00235	—0,00564	—0,00334	0,00795
5,2	0,0026	—0,00487	—0,00229	0,00746
5,3	0,00275	—0,00415	—0,00139	0,00692

VELIZAR POPOVIĆ
DRAGAN ANDREJEVIĆ

V

HIDROTEHNIKA

TEHNIKA

SADRŽAJ

5.1. **Hidrologija** — — — — — — — — — — — — 151

1. Padavine — — — — — — — — — — — — 152
2. Hidrološka merenja — — — — — — — — — — — 161
3. Isparavanje i evapotranspiracija — — — — — — — 187
4. Merenje vlažnosti zemljišta — — — — — — — 193

5.2. **Hidraulika** — — — — — — — — — — — — 196

A. Osnovni pojmovi i jednačine

1. Metode izučavanja hidrauličkih problema — — — 196
2. Fizička svojstva tečnosti — — — — — — — — — 198
3. Hidrostatika — — — — — — — — — — — — 201
4. Kinematika fluida — — — — — — — — — — — 208
5. Osnovne jednačine kretanja tečnosti — — — — — 212
6. Gubici pritiska u toku — — — — — — — — — 220
7. Režim i strujanja fluida — — — — — — — — — 226
8. Teorija graničnog sloja — — — — — — — — — 236

B. Strujanje pod pritiskom

9. Isticanje tečnosti kroz otvore — — — — — — — 239
10. Ustaljeno strujanje u cevima — — — — — — — — 246
11. Neustaljeno strujanje u cevima — — — — — — — 250

C) Strujanje sa slobodnim ogledalom vode — — — 261

12. Ustaljeno strujanje — — — — — — — — — — 265
13. Tehnika proračuna krive slobodne površine — — — 270
14. Neustaljeno strujanje — — — — — — — — — 272

D. Sličnost model priroda

15. Sličnost kretanja i zakoni sličnosti — — — — — — 275
16. Sličnost kretanja model — priroda — — — — — — 276

5.3. **Navodnjavanje** — — — — — — — — — — — — 279

1.1. Navodnjavanje u svetu — — — — — — — — — — 279
1.2. Osnovni pojmovi, nomenklatura i definicije — — — 282
1.3. Mere i njihovo pretvaranje (konverzije) — — — — 286
1.4. Vodni kapaciteti zemljišta — stepeni vlažnosti — — — 290
1.5. Kretanje vode u zemljištu — filtracija, infiltracija 294
1.6. Potrebe vode za navodnjavanje — — — — — — — 296
1.7. Metode zalivanja (natapanja) zemljišta — — — — — 305
1.8. Dimenzionisanje irigacionih organa — — — — — — 317
1.9. Gubici vode u navodnjavanju i njihovo sprečavanje 319
1.10. Merenje vode — — — — — — — — — — — — 321

5.1. HIDROLOGIJA

Uvod

Hidrologija je nauka o vodi i proučava njen režim na površini, u atmosferi i pod zemljom. Predmet hidrologije čine: proučavanje kako se obrazuju i gube vodne mase, studija pojava i procesa kod kretanja vode u prirodi, osmatranje hidroloških pojava, obrađivanje hidroloških podataka za razne potrebe, predviđanja uticaja vode na rečne tokove, izvođenje zakonitosti koje vladaju u režimu voda na zemlji.

Po metodi i svrhama izučavanja, hidrologija se obrađuje kao opšta, inženjerska, regionalna, vojna hidrologija itd. Opšta hidrologija se bavi osnovnim problemima o vodi na zemljinoj površini i kao takva je sastavni deo geofizike. Inženjerska hidrologija je obrazovana u vezi sa korišćenjem voda i izgradnjom hidrotehničkih objekata. Regionalna hidrologija predstavlja izučavanje i opisivanje hidroloških karakteristika određenog područja. Vojna hidrologija se bavi primenom hidrologije za potrebe narodne odbrane.

Materijal iz široke hidrološke problematike, koja će biti izložena u okviru „Građevinskog kalendara", podeljena je u sledeća poglavlja:

— hidrometrija,
— hidrološke analize,
— primena hidrologije u vodoprivredi.

Hidrometrija se bavi metodama i instrumentima za merenje voda, merenjima i prvom obradom dobijenih podataka. Shvaćena u širem smislu, hidrometrija se bavi merenjem padavina, poniranja, isparavanja, vodostaja, brzine, pravca kretanja, proticaja, podzemnih veza voda i drugih hidroloških i hidrauličkih veličina.

1. PADAVINE

1.1. Opšti principi i definicije

U poslednje vreme sve više se proučavaju u hidrologiji uzroci i mehanizmi obrazovanja padavina radi rešavanja hidroloških problema, kao što su: poznavanje izvanrednih padavina, stvaranje veštačkim putem korisnih padavina, prognoziranje voda itd.

Razloga za proučavanje padavina ima bezbroj, a kao glavne navodimo:

- nedostatak hidrološke mreže (vodomerne stanice i merenja proticaja),
- postojanje dužeg vremenskog perioda osmatranja padavina nego oticaja,
- prostiji i jeftiniji postupak merenja padavina od znatno skupljeg i složenijeg merenja padavina,
- zbog raznih hidrotehničkih, poljoprivrednih i drugih intervencija u slivu dolazi do promena hidrološkog režima pa su za ocene ovih promena neophodne studije klimatskih činilaca neposredno vezanih za oticaj,
- posebna izučavanja padavina se vrše u svrhu određivanja ekonomičnosti navodnjavanja, a analize jakih kiša za dimenzionisanje raznih objekata.

Bilo je rašireno shvatanje da je za hidrološka proučavanja dovoljno vršiti samo osmatranja oticaja i

na osmatrani i sređeni materajal primeniti teoriju verovatnoće i matematsku statistiku. Nije teško dokazati da ovakva shvatanja gube teren jer predstavljaju jednostrani razvoj hidrološke nauke, a negativno se odražavaju na proračune.

1.2. Merenja padavina

Ukupna količina padavina koja dospe na zemlju u nekom vremenskom periodu izražava se stubom vode koji bi prekrio horizontalnu projekciju površine zemlje kad ne bi bilo gubitaka na isparavanje i oticanje, kao i kada bi deo padavina u vidu snega i grada bio istopljen. Količina padavina je suma mase, kiše i tečnog ekivalenta snega ili grada.

Osnovni cilj bilo kod merenja padavina je da se padavine jednostavno i verno registruju na nekom području. Hidrometeorologija postavlja kod merenja padavina više uslova, od kojih su najvažniji: izbor lokacije, forme i izloženosti kišomera, sprečavanje gubitaka na isparavanje, uticaj vetra, itd.

Za merenja količina padavina služe instrumenti koji se dele u dve osnovne grupe: neautomatske i automatske kišomere.

1 2.1. Neautomatski kišomeri

U svetu se koristi veći broj tipova kišomera. U našoj zemlji upotrebljava se kišomer tipa Helman sabirne površine 200 cm^2, koji se sastoji iz sledećih delova:

- Gornjeg dela koji služi za hvatanje padavina.
- Kantice za prikupljanje padavina (prima oko 74 mm vode u tečnom stanju).
- Donjeg dela koji štiti kanticu za prikupljanje padavina.

Količina padavina, tj. visina pale vode, određuje se pomoću mernog suda — menzure.

Menzura je specijalni valjkasti stakleni sud sa zaobljenim dnom, koji sa spoljne strane ima urezanu mernu skalu sa celim i desetim delovima milimetra. Upotreba drugih menzura umesto propisanih ne bi dale prave količine padavina.

Svaka stanica na kojoj se vrši merenje padavina treba da ima dva kišomera, jedan koji je u upotrebi i drugi koji služi kao rezerva.

Najvažniji zahtevi koji se postavljaju kod lokacija kišomera su:

— Predmeti u okolini kišomera treba da su udaljeni najmanje četvorostruko svojoj visini. Treba izbegavati pravce sa predominantnim uticajima vetra.
Zemljište oko kišomera treba da je sastavljeno od čvrste ravne površine ili pokriveno niskom travom.
— Zbog snega i mogućeg pretakanja okolne vode u kišomer, uobičajeno je da se kišomer postavlja oko 1.0 m iznad tla.
— Truditi se da uslovi na svim kišomernim stanicama jednog područja ili zemlje budu uniformni, kako bi rezultati bili upotrebljivi.

Totalizator služi za merenja ukupnih sezonskih, mesečnih ili nedeljnih padavina u retko naseljenim područjima. Ovi kišomeri se sastoje od prijemnog prstena, levka i rezervoara koji je dovoljno veliki da primi sezonske padavine.

U zonama izuzetno intenzivnih snežnih padavina sabirnik mora biti postavljen iznad očekivane maksimalne visine snežnih padavina. Ovo može biti rešeno postavljanjem instrumenta na poseban stativ (kulu) ili postavljanjem sabirnog prstena na stojeću cev koja služi za sabiranje uhvaćenog snega. Protiv smrzavanja u rezervoaru koriste se specijalni rastvori, kao što su:

Mešavina 37,5% trgovačkog kalcijum-hlorida (78% čistoće) i 62,5% vode po težini daje zadovoljavajući antifriz-rastvor. Može se koristiti i rastvor etilen-glikola. Zapremina rastvora koja se stavlja u rezervoar ne sme da bude veća od 1/3 njegove zapremine.

Manju količinu ulja ili drugog materijala treba staviti u rezervoar da bi se sprečilo isparavanje.

Padavine sabrane u sezoni određuju se merenjem težine ili zapremine vode u rezervoaru. Količina rastvora antifriza ili ulja stavljenog na početku sezone mora biti uzeta u obzir pri određivanju sezonskih padavina.

1.2.2. **Automatsko merenje padavina**

Pluviografi na principu težine kontinualno mere težinu padavina. Obično ovaj tip pluviografa ne može sam da se prazni, ali preko sistema poluga može da piše na traci sumu padavina. Instrumenti su tako konstruisani da su dodavanjem ulja ili drugog materijala zaštićeni od suvišnog isparavanja. Glavna i uspešna upotreba ovog instrumenta je kod merenja snega, grada i mešavine kiše i snega, jer pre registrovanja ne zahteva otapanje čvrstih padavina.

Kod pluviografa na principu plovka padavine se sprovode u komoru sa plovkom. Vertikalno kretanje plovka, koje predstavlja porast nivoa, prenosi se preko pogodnog mehanizma na pero, odnosno na traku. Prilagođavanjem dimenzija prijemnog levka, plovka i komore i razmere na traci mogu se registrovati padavine.

Da bi se obezbedilo registrovanje padavina u trajanju najmanje 24 h, komora pluviografa treba da bude dovoljno velika ili se primenjuje neki automatski, dovoljno brz, način pražnjenja komore sa vraćanjem pera na donju ivicu trake.

Obično se efikasno pražnjenje (maks. 15 sekundi) postiže sifonskim dejstvom koje se podešava ili na određeno vreme ili kada se komora napuni.

U cilju sprečavanja zamrzavanja vode u komori u pluviograf se ugrađuje grejač koji isto tako omogućuje i merenje čvrstih padavina. Obratiti pažnju da količina toplote bude dovoljna samo za sprečavanje zamrzavanja vode, jer veća količina može da izazove povećane gubitke na isparavanje i pojavu strujanja vazduha iznad instrumenta, što direktno utiče na tačnost merenja.

Pluviograf na principu klackalice ima prijemni sud koji je napravljen od lakog metala i podeljen je u dve komore i postavljen u nestabilnu ravnotežu oko horizontalne osovine. Padavine se sprovode konvencionalnim sabirnim levkom u gornju komoru prijemnog suda. Kad se komora suda napuni određenom količinom padavina, ravnoteža suda postaje nestabilna. Komora sabirnog suda oblikovana je tako da se donja komora može slobodno prazniti, dok se gornja u međuvremenu puni daljim padavinama.

Količina padavina koju komora prijemnog suda treba da primi ne treba da bude veća od 0,2 mm. Glavna prednost ovog tipa pluviografa je što se uspešno može primenjivati kod daljinskih merenja, kao i kod uporednog registrovanja padavina i vodostaja reke na limnigrafu.

Ima i loše osobine kao što su:

— diskontinualno registrovanje padavina,
— ne može da meri sasvim male padavine,
— zbog povećanih gubitaka na isparavanje ovi pluviografi se ne preporučuju u toplim regionima sa niskim padavinama.

Bez obzira po kom principu pluviograf funkcioniše, njegova kretanja moraju biti transformisana u oblike koji se mogu kasnije analizirati.

Danas je osvojena proizvodnja preciznih instrumenata kod kojih se kretanje plovka, težinskog mehanizma ili sabirnog suda pretvara u električne impulse koji se telegrafski ili radio-vezama može preneti na

velika odstojanja do prijemnika. Postoje mogućnosti da ovakav prijemnik, instaliran u centru, vrši registrovanje većeg broja instrumenata.

Osmatranje padavina pomoću radara omogućuje praćenje kretanja površina pod kišom, a određeni tipovi radara i količine padavina koje se nalaze unutar radijusa dejstva radara. Kod hidrometeoroloških merenja radijus merenja se kreće 40—200 km., zavisno od karakteristika radara.

Količina padavina na nekoj površini unutar radijusa dejstva radara može biti određena pod uslovom da je radar opremljen dobro kalibriranim prijemnikom. Hidrološki opseg radara je definisan kao maksimalni radijus u kome relacije između intenziteta padavina i intenziteta eha ostaju uvek važeće.

1.3. Merenje snega

Snežne padavine su depozit svežeg snega palog unutar ograničenog vremena (obično 24 h). Merenje snega vrši se utvrđivanjem debljine snežnog sloja i njegovog vodenog ekvivalenta.

1.3.1. Direktno merenje snega

Direktno merenje svežeg snega na slobodnom zemljištu vrši se snegomernim lenjirom sa santimetarskom podelom. Kod izbora mesta za merenje snega treba imati u vidu:

— da merno mesto bude u blizini kišomera,
— da je po mogućnstvu ravno,
— da se nalazi u senci,
— da nije izloženo vetru koji odnosi ili nanosi sneg
— da nije čišćeno ili ugaženo.

Pored merenja ukupne visine snežnog pokrivača potrebno je meriti visinu novog snega koji je pao u toku dva uzastopna dnevna merenja. Ovo merenje se vrši korišćenjem belo obojene drvene ploče (50×50 cm) koja se blago horizontalno utisne u snežni pokrivač. Ukoliko postoji sloj starog snega, zbog stalnog sleganja snega, nekorektno je računati debljinu svežeg snega kao razliku dva uzastopna merenja pune debljine snežnog pokrivača.

Debljina snega se može meriti i pomoću fiksnog suda jednakog preseka, sa izravnavanjem snega u njemu bez nabijanja. Sud treba da je iznad srednje visine snežnog pokrivača (50 cm iznad maksimalno osmotrenog nivoa snega) i da nije izložen formiranju smetova. Prečnik prijemnog suda ne treba da je manji od 20 cm i sud treba da je dovoljno dubok da vetar ne može da izduva sneg iz njega.

Stubovi za merenje snega upotrebljavaju se u regionima sa vrlo velikim snežnim padavinama. Stubove treba obojiti belom bojom da bi se sprečilo povećano otapanje snega oko stubova. Cela dužina stuba treba da je graduisana u metrima i santimetrima.

Vodni ekvivalent snega se određuje po sledećim metodama:

— uzimanjem cilindričnog uzorka snega pogodnim uzorkovačem merenjem ili otapanjem,

— upotrebom običnih snegomera (za trenutna merenja) ili automatskih instrumenata,

— prihvatanjem aproksimativnih relacija: 1 cm svežeg snega=vodni ekvivalent u mm.

Važno je uzeti nekoliko reprezentativnih uzoraka. Sakupljeni sneg u snegomerima za trenutno registrovanje treba da se otopi i meri pomoću standardne graduisane menzure. Kao najpogodniji način za otapanje snega upotrebljava se topla voda.

1.3.2. Automatski snegomeri

Automatski snegomer na principu težina daje zadovoljavajuće rezultate. U mestima gde se očekuje kiša u zimskim mesecima treba kod ovog instrumenta ukloniti sabirni levak, tako da padavine padaju direktno u prijemni sud.

Instrument sa plovkom nije pogodan zbog zagrevanja i otapanja snega što dovodi do dodatnih gubitaka na isparavanje.

1.3.4. Oprema za uzimanje uzoraka snega

Oprema za uzimanje snežnih uzoraka sastoji se od metalne ili plastične cevi sa nožem fiksiranim na donjem kraju i skalpom po dužini spoljne površine mase, držača od žice za pričvršćenje cevi za vagu za vreme merenja i alat za rukovanje snežnim uzorkovačem.

1.3.4. Merenje gustine snega pomoću gama zraka

Merenje gustine snage upotrebom radioaktivnih izotopa zasnovano je na slabljenju gama zraka pri prolasku kroz snežni pokrivač. Ovo slabljenje zraka je funkcija početne energije gama zraka i gustine i debljine snežnog pokrivača. Za ova merenja potrebni su snažni izvori energije gama radijacija, kao što je cobalt-60, koji je u čestoj upotrebi zbog visoke gama energije i vremenske postojanosti.

Izvor gama zraka postavljen je na tlo i zaklonjen tako da se ivice zaklona nalaze u nivou sa okolnim zemljištem i da su zraci upravljeni u radioaktivni detektor iznad snega. Detektor je najčešće Gajger-Milerov brojač, ili koji drugi brojač. Impulsi brojača prenose se do pretvarača, ili u slučaju kontinualnog registrovanja, u integrator i registrator.

Izvor radijacije može takođe biti smešten u zemljište na određenoj dubini (50—60 cm), tako da gama zraci prolaze kroz gornji sloje zemlje i zatim kroz snežni pokrivač. Ovako je moguće dobiti podatke za vreme otapanja snega kao količinu vode prodrle u tlo.

Postoji još jedan sistem detektor-brojača koji se postavlja ispod površine zemlje, a izvor radijacija sa zaklonom iznad maksimalne visine očekivanog snežnog pokrivača. Ovakav sistem smanjuje temperaturne razlike na mestu detektora.

Instaliranje snegomera sa izotopima zahteva skupe i kompleksne instrumente i odgovarajuće zaštitne mere. U svakom slučaju ipak daje mogućnost kontinuiranog registrovanja snega, posebno u teško pristupačnim regionima.

1.3.5. **Maršutna merenja snega**

Putevi po kojima se vrši merenje snega definisani su kao permanentno označene površine gde se merenja vrše svake godine. Putevi se maroju pažljivo odabrati, tako da se merenjem vodnog ekvivalenta dobijaju zadovoljavajući podaci o sadržaju akumulirane vode u slivu. Povoljne lokacije za merenje snega u planinskim terenima su:

— na višim delovima gde nema topljenja snega ili je ono sasvim malo pre maksimalnog akumulisanja snega,

— dovoljno pristupačna mesta, što osigurava neprekidna osmatranja,

— na proplancima u šumi, najmanje površine od 1 ha, postavljenog između brda, zaštićenog od jakih vetrova,

— gde sredina grupe merenja u maršutu predstavlja snežni pokrivač date nadmorske visine i izloženosti.

Broj snežnih maršruta za dati sliv zavisi od topografije i vrste padavina. Upotreba aerofotografije u kasno proleće ili vazdušne inspekcije preporučljive su za izbor povoljnih maršruta za merenje snega. U ovo vreme je obično moguće da se identifikuju površine i stanje snežnog pokrivača na njima.

U ravnicama je poželjno da maršrute prolaze kroz tipična područja sa različitim količinama akumulisanog snega, kao na otvorenim poljima ili šumama. Dužina i broj maršruta zavisi od topografije i raspodele snega u slivu. Dužina maršrute ne treba da je manja od 1 km.

Kod maršrutnih merenja merne tačke treba da su na odstojanju 100—200 m.

Tačke gde se uzimaju uzorci treba da su 20—40 m udaljene jedna od druge.

Svaka merna tačka u maršrutama mora se označiti na karti sa odstojanjem od neke stalne tačke. Zemljište na kome se vrši merenje treba da je očišćeno od kamenja i panjeva u krugu od 2 m oko mernih tačaka. Pri izboru mernih mesta treba izbegavati rečne tokove i zemljišta nespecifičnih oblika.

2. HIDROLOŠKA MERENJA

2.1. **Opšti principi, cilj i definicija**

Pod radom hidrološke stanice podrazumeva se merenje vodostaja i proticaja. Vodostaji se mere sistematski, neposrednim osmatranjem ili automatskim registrovanjem preko limnigrafa. Merenje proticaja se vrši radi utvrđivanja veze između vodostaja i proticaja, što ima za krajnji cilj dobijanje proticaja kontinualno po vremenu. Ovi podaci su neophodni za ocenu ukupno raspoloživih voda u jednom slivu, prognozu voda i poplava, projektovanje hidrotehničkih objekata u okviru raznih vidova korišćenja voda i regulisanja vodtoka, računanje količina nanosa i drugih hemijskih sastojaka koje reka nosi.

2.1. Merenje vodostaja

Vodostaj reke je visina površine vode u odnosu na neku fiksnu tačku — „O" vodomera.

Izbor mesta za merenje vodostaja — lokacija vodomera, odnosno limnigrafa, treba da je pažljivo sproveden tako da olakša merenje proticaja i obezbedi stabilnu relaciju između vodostaja i proticaja.

Opšti principi pri izboru lokacije vodomerne stanice bili bi:

— da je dovoljno udaljena od ušća pritoke kako bi se izbegli nepovoljni uticaji uspora,

— da vodostaji nisu pod uticajem rada nekog hidrotehničkog objekta,

— da je rečno korito u zoni vodomera stabilno,

— pravi potezi reke su pogodni za lociranje vodomerne stanice ili za izbor hidrometrijskog profila,

— povoljne lokacije su neposredno uzvodno od brzaka i vodopada ili uređenog hidrometrijskog profila,

— da je stanica pristupačna, posebno ako nije opremljena limnigrafom.

2.1.1. Instrumenti za merenje vodostaja

Običnih neautomatskih vodomera ima nekoliko tipova:

a) Graduisana letva postavljena u reci.

b) Opterećena žica instalisana na posebnu konstrukciju iznad reke. Žica se namotava oko malog kotura, a odstojanje od obeležene crte do površine vode meri se brojanjem obrtaja kotura sa brojačem. Električno kolo sa lampicom ili zujačem upotrebljava se za signalisanje kad teg na kraju žice dodirne površinu vode.

c) Merenjem odstojanja između repera na obali i nivoa vode pomoću graduisane letve i pantljike.

Postoje više različitih tipova za automatsko registrovanje vodostaja. Ovi instrumenti se mogu klasifikovati prema načinu aktiviranja i registrovanja i uglavnom se dele u dve grupe:

— limnigrafi sa plovcima,

— pneumatski limnigrafi.

Limnigrafi sa plovcima se najčešće instaliraju u objekte koji se sastoje od umirujućeg bunara, spojenim sa rekom pomoću cevi. U bunaru se kreće plovak koji je preko žice vezan za registrator sa trakom na limnigrafu.

Na vodotocima bujičnih karakteristika sa naglim promenama vodostaja treba nastojati da odnos površine preseka umirujućeg bunara (F_b) i kontaktne cevi (F_c) ne bude veliki, da bi zadocnjavanje porasta nivoa u bunaru u odnosu na porast nivoa u reci bilo što manje. Za određivanje zaostajanja nivoa ($\triangle h$) može se koristiti sledeća jednačina:

$$\Delta h = \frac{0.01}{g}\left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{Fb}{Fc}\right)^2\left(\frac{dh}{dt}\right)^2$$ gde su:

L — dužina kontaktne cevi

D — prečnik kontaktne cevi

$\frac{dh}{dt}$ — priraštaj nivoa reke po vremenu

g — ubrzanje zemljine teže

odnos $\frac{Fb}{Fc}$ daje dobre rezultate, ali opasnost od zapušavanja kontaktne cevi usled istaložavanja nanosa uslovljava da ova cev ne bi trebalo da bude manjeg prečnik od 5 cm.

Aktiviranje limnigrafa postiže se satnim mehanizmom ili elektro-mehaničkim sistemom. Na primer, pritisak od vodostaja u reci prenosi se do cevnog manometra sa živom. Pomoću gasnog sistema mehanički ili električno osetljiva sprava održava nivo žive

konstantnim, pokrećući jedan krak manometra nagore ili nadole, tako da kompenzuje promenu pritiska zbog porasta ili opadanja rečnog nivoa.

Kod svih limnografa vodostaji se najčešće registruju kontinualno korišćenjem trake. Minimalna razmera za vremensku skalu je 6 cm za 24 časa. Razmera za vreme i vodostaje bira se posebno za svaku stanicu u zavisnosti od dijapazona varijacija vodostaja, osetljivosti zavisnosti vodostaj-proticaj i karakteristika slivnog bazena. Instrumenti treba da su sposobni da registruju vodostaje tačnosti do ±3 mm.

Digitalni registratori — pisači, koji nalaze sve veću primenu, omogućuju direktno korišćenje električnih računara, što pruža mogućnost bržeg i neposrednijeg izračunavanja i analize proticaja. Danas se digitalni registratori koriste u nekoliko zemalja i rade na baterije, sa sporim bušenjem traka, beleže četvorocifrene brojeve na 16-to kanalnoj papirnoj traci po unapred određenim vremenskim intervalima. U osnovi ovaj registrator je uređaj za kodiranje i registrovanje položaja poluge vezane za nivoe vode, ili može biti adaptirana sa električnim ulazom za postupno registrovanje više varijabli ili za prenos podataka žičanim i bežičnim putem.

2.2. Način osmatranja

Vodomerna stanica treba da je postavljena tako da „0" bude uvek ispod najnižeg vodostaja. Na ovaj način se izbegavaju negativna čitanja vodostaja. Kota „0" treba da se kontroliše svake godine nivelisanjem sa okolnih repera.

Učestalost osmatranja nivoa vode je određena hidrološkim režimom reke. Sistematsko osmatranje vodostaja vrši se dva puta dnevno, a za vreme poplavnih talasa i više puta. Limnigrafi se postavljaju na vodotocima kod kojih se vodostaji brzo menjaju.

Pero limnigrafa je postavljeno u odnosu na vodomer instaliran u umirujućem bunaru. Posebno, vodomer u reci treba postaviti na istu kotu u cilju upoređenja kota nivoa u reci i u umirujućem bunaru. Male razlike obično su posledica brzina vode na ulazu u kontaktnu cev. Velike razlike indiciraju da je cev oštećena iil zapušena.

Prilikom svake promene traka, limnigrafska stanica se redovno kontroliše da bi se obezbedio dobar rad. Unutrašnja i spoljna čitanja nivoa vode kao i vreme promene trake treba da je naznačeno na svakoj sekciji trake.

2.2. Merenje proticaja

Rečni proticaj je definisan kao zapremina vode koja protekne kroz poprečni presek u jedinici vremena.

Hidrometrijski profili se najčešće biraju u blizini vodomera ili limnigrafa, mada ne mora da se podudaraju sa profilima vodomernih stanica, niti su njen obavezan pratilac.

Merenje proticaja hidrometrijskim krilom vrše se iz čamca, sa žičare ili mosta ili uređenim i kanalisanim koritima reka.

Najveća tačnost hidrometrijskih merenja postiže se kada izabrani hidrometrijski profil ima sledeće odlike:

a) vektori brzina u svim tačkama su međusobno paralelni i upravni na poprečni presek reke,

b) raspored brzina je normalan u horizontalnoj i vertikalnoj projekciji,

c) brizne su veće od 10—15 cm/ces,

d) korito reke treba da je stabilno,

e) dubine da su veće od 30 cm,

f) reka se ne izliva i ne stvara paralelne tokove,

g) profil je čist i bez rečne vegetacije.

Obično se ne mogu zadovoljiti svi ovi zahtevi, ali treba težiti da se oni ispune koliko je to moguće

i koliko je to opravdano. Još uvek ostaje mogućnost da se zadovoljavajuća merenja postignu povećanim brojem mernih vertikala i tačaka ili upotrebom specijalnih instrumenata.

Brzina toka u tački najčešće se meri brojanjem orbtaja hidrometrijskog krila za vreme jednog kraćeg vremenskog intervala, koji se registruje štopericom. Hidrometrijsko krilo je zagnjureno u tok pomoću poluge ili sajle. U upotrebi su dva tipa hidrometrijskih krila: sa malim kašikama ili čašama na vertikalnoj osovini i sa propelerom na horizontalnoj osovini. Oba tipa, prekidanjem i davanjem kontakta, daju električne impulse proporcionalno broju obrtaja rotora hidrometrijskog krila.

Hidrometrijska krila moraju da budu tarirana u domenu brzina toka koji se želi meriti, vodeći računa da se tariranje vrši pod sličnim uslovima kao i merenje brzina.

Tariranje krila vrši se u mirnoj vodi, najčešće u specijalnom kanalu kretanjem krila horizontalno raznim brzinama. Tariranje se proverava ponavljanjem operacija više puta ili upoređenjem sa standardom, što obezbeđuje da se jednačina krila nije pomerila. Krila koja u svojoj unutrašnjosti imaju komoru sa sredstvom za podmazivanje, treba da se tariraju svake druge godine, dok krila koja nemaju ova sredstva tariraju se jedanput godišnje.

Širina reke najčešće se meri graduisanom čeličnom pantljikom, žicom ili sajlom.

Za merenje dubina koriste se graduisane šipke (sondirke) ili pomoću sajle opterećene tegom. Dubina može da se meri i ehosonderom.

2.2.1. Merenje proticaja hidrometrijskim krilom

Dubine u poprečnom profilu mere se na odstojanjima od obalne belege, sondirkom ili pantljikom. Merenja brzina se vrše kao i dubine po vertikalama

hidrometrijskim krilom u jednoj ili više tačaka u vertikali. Merenja odstojanja dubina i brzina omogućuje računanje proticaja kroz pojedine delove površine poprečnog preseka. Sumiranjem ovih parcijalnih proticaja dobija se ukupan proticaj kroz ceo poprečni presek toka.

Tačnost merenja zavisi delom od broja i mesta izabranih vertikala gde se mere dubine i brzine. Odstojanje između dve vertikale ne bi trebalo da bude veće od 1/20 ukupne širine reke, a proticaj između dve vertikale ne bi trebalo da bude veći od 10% ukupnog proticaja. Svakako, ukoliko je korito reke uniformno može se ići i na manji broj vertikala. Vertikale se biraju tako da što bolje prate promene konfiguracije rečnog korita i horizontalnih varijacija u brzinama. Broj vertikala treba povećati kod prvih merenja na novim hidrometrijskim profilima.

Širina korita i odstojanja između vertikala određuje se merenjem od stalne belege na obali koja treba da je u ravni poprečnog profila. Širine se normalno određuju pomoću graduisane sajle razapete preko reke ili opremom žičare.

Dubina se može meriti direktno graduisanim letvama — sondirkama, spuštenim do rečnog dna. Ako se merenje vrši pomoću obešenog tega na specijalnoj žici ili sajli čitanje se može vršiti neposredno ako je žica graduisana ili na brojčaniku vitla. Teg se spušta dok se ne oseti da se zadržao na dnu, pri čemu treba biti oprezan kada je dno prekriveno finim mekim muljem jer može da dođe do propadanja tega. Čitanje se vrši dva puta i to pri kontaktu tega i nivoa vode i pri zadržavanju tega na dnu.

Da bi se povećala tačnost merenja dubine, sondažni teg može biti opremljen specijalnim električnim kontaktom koji daje signal pošto se teg spusti na dno.

Ukoliko teg nije dovoljno težak da obezbedi da merna vertikala ne odstupi više od 5^0 od prave vertikale, onda se ugao između prave i merne vertikale

(Θ) meri pomoću uglomera. Ugao (Θ) tj. odstupanje žice na kojoj je obešen teg od vertikale ne sme biti veći od 30°, za korekciju dubina u funkciji ugla odstupanja (Θ) koristi se sledeća metoda:

— Relacija između tačne dubine D i merene dubine D', zasnovana je na izmerenom uglu (Θ) i odstojanja od površine vode do tačke vešanja sondažne sajle i tega (r).

$$D=[D'-r\,(\sec\Theta-1)]\,(1-K)$$

Faktor korelacije (K) ima sledeće vrednosti u funkciji ugla (Θ)

Θ	K	Θ	K
4°	0.0006	18°	0.0164
6°	0.0016	20°	0.0204
8°	0.0032	22°	0.0248
10°	0.0050	24°	0.0296
12°	0.0072	26°	0.0350
14°	0.0098	28°	0.0408
16°	0.0128	30°	0.0472

Brzine se mere u jednoj ili više tačaka u svakoj mernoj vertikali brojanjem obrtaja rotora krila u vremenu ne manjem od 60 sec.

Hidrometrijsko krilo se drži u željenom položaju pomoću držača kad je dubina mala, ili obešeno o sajlu spuštenu sa mosta, čamca ili žičare. Kada se upotrebljava čamac krilo treba držati tako da se uticaj čamca na tok vode ne odrazi na merenje. Po postavljanju krila u određenu tačku vertikale, a pre početka brojanja obrtaja, treba dozvoliti krilu da se postavi u pravcu toka.

Ugao između pravca toka i mernog profila treba da se meri dok je krilo neposredno ispod površine

vode. Brzinu merenja hidrometrijskim krilom u pravcu toka treba korigovati zavisno od veličine ovog ugaonog odstupanja.

Broj tačaka u vertikali gde se vrši merenje brzina zavisi od tačnosti koja se želi postići. Srednja brzina u vertikali može se odrediti po jednoj od metoda:

a) Metod dve tačke
Brzina se meri na 0,2 i 0,8 dubine ispod površine vode. Srednja vrednost dveju brzina uzima se kao srednja brzina u vertikali.

b) Metod jedne tačke
Brzina se meri na 0,6 dubine ispod površine vode. Dobijena vrednost se uzima kao srednja brzina u vertikali.

c) Metod tri tačke
Brzine se mere na 0,15, 0,50 i 0,85 dubine ispod površine vode. Sredina ovih triju vrednosti uzima se kao srednja brzina u vertikali.

d) Metod pet tačaka
Brzine se mere neposredno ispod površine vode i iznad dna, zatim na 0,2, 0,6 i 0,8 dubine vode ispod površine. U ovom slučaju srednja brzina u vertikali dobija se preko

$$Vm=\frac{Vs+3\,V_{0\cdot2}+2\,V_{0\cdot6}+3\,V_{0\cdot8}+Vb}{10}$$

Merenje brzina u dve tačke na vertikali vrši se kada je normalna distribucija brzina i kada dubina nije veća od 60 cm. Merenje brzina samo u jednoj tački vrši se kod izuzetno plitkih tokova. Merenje brzina u tri tačke po vertikali može se primeniti u slučajevima kada je korito obraslo vegetacijom. Metoda sa pet mernih tačaka primenjuje se izuzetno kada je nepravilan raspored brzina po vertikali.

Srednje brzine po vertikalama mogu se meriti i neposredno specijalnom vindom pomoću koje se krilo diže ili spušta duž vertikale konstantnom brzinom.

Brzina ovog dizanja i spuštanja krila ne bi trebalo da je veća od 5% srednje brzine toka u profilu, a nikako veća od 0,04 m/sec. Samo krila sa propelerom mogu se koristiti za ovakva integralna merenja brzina. Ova metoda se ne preporučuje za dubine manje od 1 m.

2.2.2. **Računanje proticaja**

Proračun proticaja može se vršiti analitički ili grafički. Izbor zavisi od tačnosti koja se traži, osobina vodotoka, obezbeđenih uslova za rad kao i obučenosti hidrologa. Računski metod je mnogo brži i posebno pogodan za rad na terenu, dok je grafički postupak znatno teži, ali često povećava tačnost proračuna.

2.2.2.1. **Analitički metod**

Proračun se vrši po sektorima, između dve uzastopne vertikale, gde je proticaj (q) dat izrazom:

$$q=\left(\frac{V_1+V_2}{2}\right)\left(\frac{d_1+d_2}{2}\right)b \text{ , gde su:}$$

V_1 i V_2 — brzina na dve uzastopne vertikale
d_1 i d_2 — dubine dve uzastopne vertikale
b — razmak između vertikala

Postupak se ponavlja za svaki sektor, a ukupan proticaj kroz profil dobija se sumiranjem proticaja na svim sektorima.

2.2.2.2. **Grafički metod**

a) Integracija brzina po vertikali

Prvi korak po ovom postupku predstavlja konstrukciju dijagrama brzina po vertikalama, čija površina predstavlja proizvod dubine i srednje brzine

vertikale. Nanošenjem ovog proizvoda, ili srednje brzine verstikale po nivou duž poprečnog profila i povlačenjem krive kroz ove tačke dobija se površina koja predstavlja ukupan proticaj kroz poprečni profil.

Ovaj metod ima široku primenu u hidrološkoj praksi.

b) **Izolinije jednakih brzina**

Prvo se konstruišu linije jednakih brzina a njihovim planimetrisanjem i sumiranjem dobija se ukupan proticaj kroz profil.

Za vreme vršenja hidrometrijskog merenja obavezno se vodi zapisnik koji pored podataka o merenju brzina treba da sadrži vreme i vodostaj kada je merenje izvršeno. Ukoliko se vodostaj linearno menja po vremenu može se uzeti srednji vodostaj, ili ako su promene nelinearne srednji vodostaj se može sračunati po izrazu:

$$H_{sr}=\frac{q_1 H_1+q_2 H_2+\ldots}{Q}$$

gde u q_1 i $q_2 \ldots q_n$ proticaj po segmentima, a H_1 i $H_2 \ldots H_n$ odgovaraju vodostaji u vreme merenja brzina proticanja. Q je ukupan proticaj kroz profil.

Tačnost hidrometrijskog merenja zavisi od tačnosti izvršenog tariranja krila, uslova toka, broja merenja vertikala i brzina. Greška kod hidrometrijskih merenja obično iznosi 2—5%.

2.2.2. **Merenje plovcima**

Ovaj metod se upotrebljava samo u slučajevima kada je merenje hidrometrijskim krilom nemoguće izvesti.

Deonica treba da bude na pravom potezu reke. Treba izabrati tri poprečna profila sa takvim međusobnim odstojanjem da vreme putovanja plovka iz-

među dva profila bude oko 20 sec. Izuzetno kod manjih reka sa većim brzinama ovo vreme može biti i kraće.

Površinski plovci se ne mogu koristiti pri vetru i tada su bolja ploveća sredstva raznih tipova zagnjurena u vodu. Važno je napomenuti da zagnjurenost ovih predmeta ne sme da pređe 1/4 dubine vode. Ne sme se dozvoliti da ovi predmeti dodiruju dno. U izuzetnim slučajevima mogu kod ovih merenja da posluže ploveći predmeti, kao što su drvo ili led.

Prilikom merenja plovci treba da su ravnomerno raspoređeni po širini reke i njihov broj treba da je 15—25. Ponavljanje merenja je neophodno zbog mogućnosti da neki od plovaka dodirne dno. Plovke treba puštati dovoljno uzvodno da bi im se omogućilo izjednačenje brzine sa tokom vode dok ne stignu do prvog profila. Vreme prolaska plovka kroz poprečne profile na mernoj deonici meri se štopericom. Odstojanje plovaka od obale, pri prolasku kroz određeni profil, može se meriti geodetskim postupkom.

Brzina plovka određena je odstojanjem između profila i merenog vremena putovanja. Srednja brzina po sektorima poprečnog profila jednaka je brzini plovka redukovanoj koeficijentom *C*. Ovaj koeficijent zavisi od vertikalne raspodele brzina i relativne zagnjurenosti plovka, a najbolje se određuje, ukoliko je to moguće, prethodnim merenjem brzina krilom. Ukoliko nije ovo izvodljivo, za grubo određivanje brzina mogu se koristiti sledeće vrednosti:

R	*C*
0,10 i manje	0,86
0,25	0,88
0,50	0,90
0,75	0,94
0,95	0,98

U prethodnoj tablici (*R*) predstavlja stepen zagnjurenosti plovka, tj. odnos dužine zagnjurenosti plovka i dubine vode.

Kad se za merenje koriste prirodni plovci, utvrđene se brzine nanose nasuprot korenspodentnih odstojanja od obale i konstruišu dijagrami površinskih brzina. Srednja brzina se utvrđuje množenjem srednje površinske brzine faktorom *K*. Vrednost faktora *K* može se odrediti prethodnim merenjima krilom. Pri manjim proticajima *K* varira u granicama 0.75—0.85 za male brzine i dubine, dok je 0,90—0,96 za veće brzine (preko 2 m/sec) i dubine.

Prticaji se računaju množenjem prednje površine sektora poprečnog profila sa odgovarajućom srednjom brzinom toka tog sektora. Ukupan proticaj kroz poprečni profil jednak je sumi proticaja po svim njegovim sektorima.

2.2.3. **Hidrauličke metode za merenje proticaja**

Merenje proticaja isticanjem vrši se pomoću table izrađene od mesinganog ili aluminijumskog lima, na koju se nameštaju posebni otvori različitog prečnika (20—100 mm). Proticaj se računa:

$$Q = m F \sqrt{2gh}$$ gde su:

- m — koeficijent kontrakcije
- F — površina otvora (m^2)
- g — ubrzanje zemljine teže (9,81 m/sec^2)
- h — visina vodenog stuba iznad centra otvora (m)

Ovaj metod je pogodan za merenje proticaja do 15 *l*/sec.

Kod merenja proticaja prelivom ivice preliva treba da budu oštre. Koriste se uglavnom tri oblika preliva: pravougaoni, trapezni — Ci-

poletti i pravougaoni — Thompson. Ovi tipovi preliva koriste se za proticaje do 300 *l*/sec.

Za proračun pravougaonog preliva (slika 1) koristi se obrazac:

$$Q = m\, b \sqrt{2g}\, H^{3/2} \text{ (m}^3\text{/sec)} \qquad \text{gde su:}$$

Veličine b i H date su na slici 1 i računaju se u m. Koeficijent prelivanja varira u granicama ($m \approx 0.40 - -0.48$) i određuje se po Bazen-Engliju

$$m = \left(0.405 + \frac{0.003}{H}\right)\left[1 + 0.55\,\frac{H^2}{(H+P)^2}\right]$$

Pravougaoni preliv se može izvesti za dva slučaja: bez i sa bočnim suženjem. Skice ovakvih konstrukcija date su na sl. 1 i 2.

Za preliv sa bočnim suženjem koeficijent prelivanja m se računa:

$$m = \left(0.405 + \frac{0.0027}{H} - 0.03\,\frac{B-b}{B}\right)\left[1 + 0.55\left(\frac{b}{B}\right)^2\left(\frac{H}{H+P}\right)^2\right]$$

U praksi ima više vrsta Trougaone forme preliva (slika 3) a najčešći je Thompsonov tip sa centralnim uglom 90°. Proticaj vode računa se po Kingu.

$$Q = 1.343\ H^{2.47} \text{ (m}^3\text{/sec)}$$

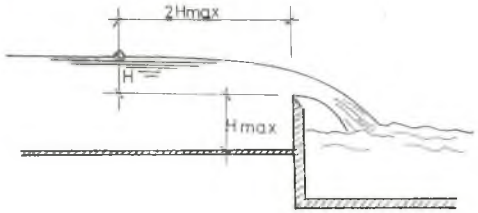
Postoje dva slučaja trapeznog preliva: sa nepotopljenim prelivnim mlazom.

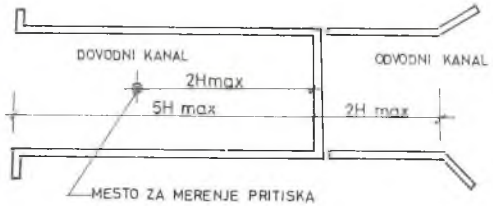
a) nepotopljeni prelivni mlaz (sl. 4)

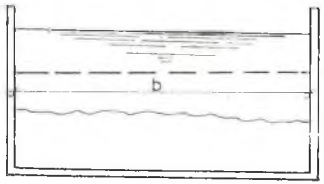
$$Q = 1.86\delta H^{3/2} \text{ (m}^3\text{/sec)}$$

b) potopljeni prelivni mlaz (sl. 5)

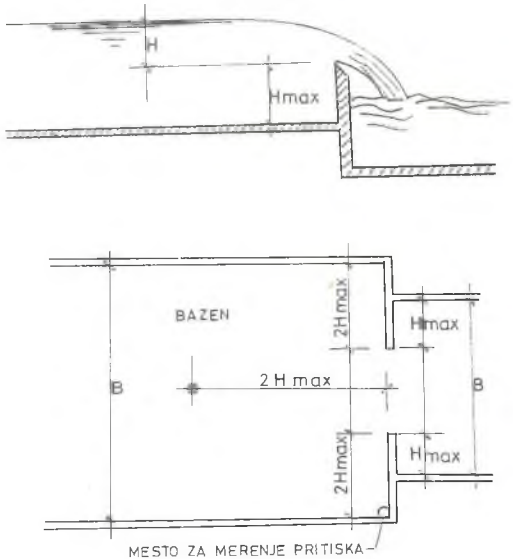
$$Q = 1.86\delta\, \sigma p\, H^{3/2} \text{ (m}^3\text{/sec)}$$



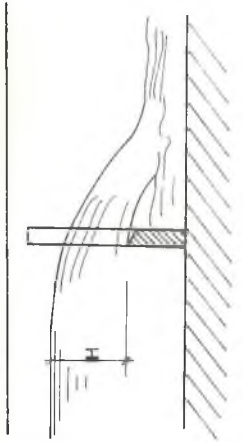




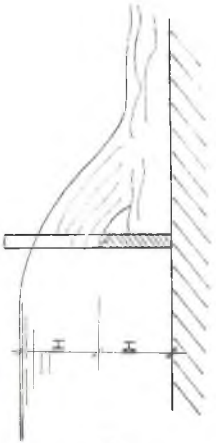
Sl. 1


H
Hmax
BAZEN
2Hmax
Hmax
B
2 H max
B
2Hmax
Hmax
MESTO ZA MERENJE PRITISKA
H

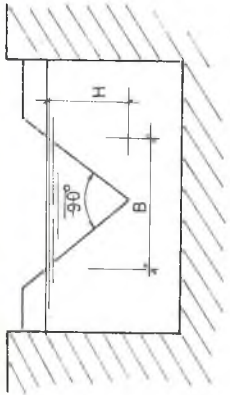
Sl. 2

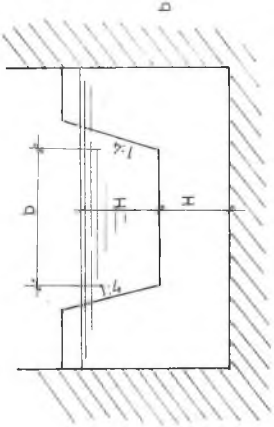

H

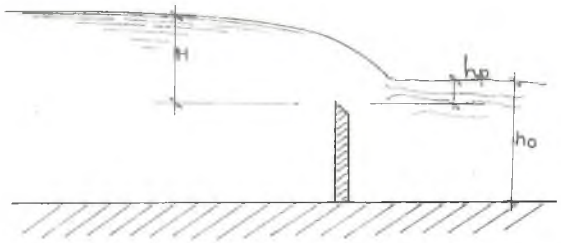
Sl. 3


H
H
b≥3H

Sl. 4


H
90°
B


1:4
b
H
H
1:4



Sl. 5

gde je: δp — koeficijent potopljenosti koji zavisi od veličine $K=\frac{hp}{H}$

$$\sigma_p=\sqrt{1{,}23-k^2}-0{,}127$$

Veličine hp i H date su na slici 6 i računaju se u m.

Za veće proticanje (do 4 m³/sec) koristi se poznati Parshallov preliv. Prednosti ovog preliva su, pored mogućnosti merenja većih količina, što se može koristiti kod tokova sa manjim padom, što dobro transportuje nanos i što daje dobre rezultate u uslovima donekle potopljenog mlaza.

Detaljna uputstva za korišćenje i dimenzionisanje ovog preliva neće na ovom mestu biti razmatrana, jer se lako nalaze u našoj i stranoj literaturi iz oblasti hidrometrije i hidraulike.

Kod zapreminske metode koristi se sud zapremine (1—10 *l*) i meri se vreme punjenja suda. Merenje treba obaviti najmanje 2 puta. Ova metoda je pogodna za merenje proticaja do 2 *l*/sec.

Merenje proticaja primenom hemijskih i radioaktivnih supstanci preporučuje se samo u slučajevima gde se konvencionalne metode ne mogu primeniti zbog malih dubina, izuzetno velikih brzina ili turbulentnog tečenja. Metod se zasniva na principu merenja tekuće vode posle dodavanja određene količine poznate supstance — trasera. Traser se može upuštati u vodotok gde se meri proticaj u konstantnom iznosu po vremenu ili određene količine odjednom.

Upuštena količina trasera meša se sa vodom u vodotoku, a merenjem količina trasera koji se upušta i koncentracije trasera u vodi na nizvodnom profilu omogućuje računanje proticaja. Tačnost ovog metoda zavisi: od postignutog mešanja trasera sa vodom prilikom njegovog upuštanja, kao i dalje duž toka do profila gde se meri koncentracija, od apsorpcije trasera od strane materijala koji grade korito reke (nanosa, organskih materijala-biljaka i drugih organizama).

Da ne bi došlo do sistematskih grešaka u srednjoj koncentraciji između dva profila gde se uzimaju uzorci, potrebno je vršiti proveru utvrđenih koncentracija na još jednom, nizvodnijem profilu.

Kao traser može se upotrebiti bilo koja supstanca ako ispunjava sledeće uslove:

- da se brzo rastvara u rečnoj vodi pri normalnoj temperaturi,
- da voda ne sadrži te supstance ili je sadrži u zanemarljivim količinama,
- da se ne raspada u rečnoj vodi i da ga ne apsorbuju nanos ili organske materije,
- da može da se meri koncentracija uzoraka,
- da može relativno lako da se nabavi i da nije skup.

a) Natrijum hlorid

Ovo je najjeftiniji traser. Ako se upušta u vodotok odjednom nije potrebna velika količina a detekcija merenjem provodljivosti je relativno jednostavna.

b) Natrijum dishromat

Ovaj traser nalazi sve širu primenu pri merenju proticaja ovom metodom. Rastvorljivost mu je relativno visoka (1,85 kg/kg vode na 0^0 C), a zadovoljava većinu zahteva iz tačke 2.2.8.2. Analizom boje omogućuje se merenje vrlo niskih koncentracija ovog trasera.

c) Radioaktivni elementi

Radioaktivni elementi kao što su: zlato 198 i natrijum 24 primenjuju se u ovom postupku.

Koncentracije ovih elemenata, iako su vrlo niske (10^{-9}), mogu se tačno odrediti pomoću specijalnih brojača. Iako su radioaktivni elementi idealni traseri ipak se preporučuje da se oprezno koriste, naročito u naseljenim područjima.

Jednačina za proračun proticaja temelji se na principu kontinuiteta.

Za kontinualno upuštanje trasera važi izraz:

$$Q = q\frac{c}{c'}$$

Za upuštanje trasera odjednom:

$$Q = \frac{cV}{\int_e^\infty c'\,dt}$$

q — količina trasera po jedinici vremena,
c — koncentracija trasera,

c' — koncentracija trasera u rečnoj vodi na mestu uzimanja uzorka,
V — ukupna zapremina upuštenog trasera,
t — vreme.

Ako su opšti uslovi ispunjeni, tačnost merenja zavisi od merenja koncentracija (c) i (c').

2.3. Merenje rečnog nanosa

U zavisnosti od sastava nanosa (veličine, forme, specifične težine itd.) i karaktera toka (brzina, dubina itd.), ima više načina njegovog transporta: vučenje po dnu, kotrljanje, skokovita kretanja ili prelaskom u suspenziju. Sva se ova kretanja nanosa obavljaju jednovremeno i teško se mogu izdvojiti. Konvencionalna analiza deli nanos u dve osnovne kategorije: suspendovani i vučeni, koji obuhvata forme kretanja nanosa: vučenje, kotrljanje i skokovito kretanja.

Suspendovani nanos koji se zahvaljujući turbulenciji vode drži u suspenziji, kraće se približno istom brzinom kao i okolna voda, dok je kretanje vučenog nanosa sporije od brzine vode pri dnu. Koncentracija suspendovanog nanosa meri se preko uzoraka rečne vode. Proizvod ovako određene koncentracije i proticaja vode definiše ukupan proticaj suspendovanog nanosa. Vučeni nanos mora se meriti direktno i uz uspostavljanje veze sa proticajem ili drugih hidrauličnih elemenata odrediti njegov ukupan protok. Kod izbora lokacija za merenje nanosa važe isti kriterijumi kao kod merenja proticaja vode.

2.3.1. Merenje suspendovanog nanosa

Instrument koji služi za uzimanje uzoraka suspendovanog nanosa-uzorkovač, izrađen je tako da brzina na otvoru gde ulazi voda bude jednaka sa okolnom

brzinom toka. Osnovno je obezbediti da uzorak stvarno predstavlja sredinu u kojoj je zahvaćen.

Postoje dva osnovna tipa savremenih uzorkovača: integracioni i uzorkovač za uzimanje uzorka u tački.

Integracioni uzorkovač daje uzorak sa srednjom koncentracijom u datom intervalu vremena i po dubini.

Tipični integracioni uzorkovač oblikovan je prema strujnoj slici, a standardna boca smeštena je u njegovoj unutrašnjosti. Ventil za oslobađanje vazduha dok voda ulazi u bocu održava ulazne brzine konstantnim.

Prilikom uzimanja uzoraka uzorkovači se pomoću metalne poluge (držača) ravnomerno kreću ili se drže u tački pomoću metalne poluge ili su obešeni o sajlu.

U novije vreme sve su više u upotrebi automatski kontinualni registratori sadržaja suspendovanog nanosa. Ovi registratori mere mutnoću vode pomoću svetlosnih izvora i foto-registratora. Tariranjem se mora postići zadovoljavajuća veza između sadržaja suspendovanog nanosa i mutnoće vode.

Uzorci suspendovanog nanosa se obično uzimaju u istom profilu gde se vrši merenje proticaja vode. Uglavnom postoje dve mogućnosti merenja nanosa:

- — širina reke se podeli na 6—10 sektora sa približno istim proticajem. U sredinu svakog sektora uzme se po jedan integracioni uzorak spuštanjem uzorkovača ravnomernom brzinom po vertikali od površine do dna;
- — uzorci se uzimaju duž vertikale ili po tačkama na vertikali.

Uzeti uzorci se ispituju u laboratoriji. Izmeri se težina uzoraka a zatim se isparavanjem ili filtriranjem izdvoji suspendovani nanos koji se suši i meri. Koncentracija se računa u procentima, promilima, ili milionitim delovima težine.

Proračuna srednjeg proticaja suspendovanog nanosa sastoji se iz koncentracije za ceo profil, a vrši se po izrazu:

$$\rho_s = \frac{\Sigma \rho \cdot q}{\Sigma q}$$

q — proticaj vode u sektoru

ρ — srednja koncentracija u vertikali na sredini sektora,

Proticaj suspendovanog nanosa računa se po:

$$Q_s = \frac{\rho_s \cdot Q\gamma}{10^6} \quad (\mathrm{gr/sec})$$

Q — proticaj vode (m^3/sec),

γ — specifična težina vode reke (gr/m^3).

Kontinualno praćenje proticaja nanosa može se ostvariti preko osmatranja i merenja proticaja vode i sistematskih uzimanja uzoraka suspendovanog nanosa odnosno dobijenih koncentracija. Pri malim vodama uzorci se uzimaju jedanput dnevno, a više puta za vreme poplavnih talasa. Uzorke uzima osmatrač u reprezentativnoj vertikali pomoću integracionog barometra ili na drugi način. Veza između koncentracije suspendovanog nanosa izabrane reprezentativne vertikale ili tačke i srednje koncentracije u profilu utvrđuje se detaljnim merenjima distribucije nanosa po poprečnom profilu, kako je to već ranije rečeno.

2.4. **Merenje vučenog nanosa**

Količina vučenog nanosa je funkcija proticaja reke i karakteristika korita i nanosa. Merenje vučenog nanosa je vrlo komplikovano i teško a oprema

za vršenje merenja još nedovoljno usavršena. Ove teškoće su tim veće što se ovaj materijal kreće po rečnom dnu u vidu taloga, dina i sprudova. Teškoće kod konstruisanja aparata za merenje vučenog nanosa proizlaze zbog remećenja prirodnih uslova kao i vučne sposobnosti reke u zoni gde se merenje vrši.

Iako još nedovoljno usavršeni, postoji više tipova hvatača vučenog nanosa koji se mogu podeliti na tri osnovna tipa:

— kutije (korpe),
— sud,
— razlike pritiska.

Protok vučenog nanosa se određuje iz količine uhvaćenog nanosa u jedinici vremena.

Tip kutije-korpe obično je napravljen od mrežastog materijala s otvorom na uzvodnoj strani, kroz koju prolazi mešavina vode i nanosa. Suspendovan materijal prolazi kroz mrežu dok se zadržava nanos koji se kreće po dnu.

Tip suda je podužno klinasto oblikovan u pravcu toka. Sud ima prepreke ili uzane otvore za zadržavanje materijala koji se kreće.

Tip uzorkovača koji radi na principu razlike pritiska projektovan je tako da na izlazu proizvede pad pritiska koji obezbeđuje dovoljan gubitak energije da se vučeni materijal zadržava u hvataču.

Bez obzira na tip hvatača vučenog nanosa, oni se obavezno tariraju najčešće u hidrauličkim laboratorijama, gde se kretanje vučenog nanosa može meriti direktno.

Prilikom merenja hvatač se drži pomoću metalne poluge ili obešen preko sajle za vitla kojima se spušta u željenu tačku.

Broj mernih tačaka u profilu obično se kreće od 3 do 10. Hvatač treba držati na rečnom dnu što duže, a obično dotle dok se sud hvatača ne ispuni nanosom do jedne trećine.

Merenje treba vršiti pri različitim proticanjima reke, tako da se može uspotaviti veza između proticaja reke i vučenog nanosa. Za vreme velikih voda ova merenja je skoro nemoguće izvesti.

Zahvaćeni nanos se suši i meri. Suva težina podeljena sa vremenom u kome je uzorak uzet i širinom hvatača daje pronos vučenog nanosa po jedinici širine toka u tački gde je merenje izvršeno. Iz merenja u više tačaka može se povući kriva pronosa nanosa po jedinici širine u funkciji širine reke. Integral ove krive definiše ukupan pronos vučenog nanosa.

Kontinualni podaci o količinama vučenog nanosa mogu se dobiti iz pogodnih relacija vučenog nanosa sa proticajem reke, brzinama vode, dubinama i sl. Zbog teškoća da se vučeni nanos direktno meri on se često računa iz opštih jednačina zasnovanih na teoretskim razmatranjima i eksperimentima. Kod ovih proračuna potrebno je poznavati granulometrijski sastav nanosa i rečnog korista.

Kako vučeni nanos predstavlja manji deo od ukupne količine nanosa, to eventualne greške pri određivanju vučenog nanosa ne utiču bitno na ocenu ukupnog pronosa nanosa.

2.5. Merenje temperature vode

U okviru hidroloških zadataka često se vrše merenja temperature vode u rekama i jezerima. Merenja temperature su potrebna pri određivanju:

— isparavanja sa površina reka, jezera i isparitelj-skih sudova kada empirijske formule uključuju poznavanje temperature vode,
— akumuliranje energije u jezerima,
— formiranja ili prskanja pokrivača na rekama i jezerima,
— hemizma voda.

Zbog obimnosti teme i njenog preklapanja sa merenjima temperature koje se vrše u okviru meteorolo-

gije, u okviru Građevinskog Kalendara neće biti dati detaljniji opisi merenja, instrumenata i razvoja ove delatnosti u svetu. Biće opisani samo metodi merenja temperature vode na rekama koja se vrše od strane hidrometeoroloških službi u našoj zemlji.

Merenja temperature vode vrše se samo na reprezentativnim vodomernim stanicama i to u okviru stalne osmatračke službe. Merenja se vrše u jednoj tački na sredini reke spuštanjem termometra 20—30 cm ispod nivoa vode. Termometar se zadržava u vodi 4—5 minuta. Na većim rekama merenja se vrše u stalnoj tački pri obali.

2.6. **Led na rekama, jezerima i akumulacijama**

Osmatranje leda na rekama, jezerima i akumulacijama vrlo je interesantno i značajno u slučajevima gde formiranje leda otežava plovidbu ili nagomilavanje leda deluje nepovoljno na rečne konstrukcije ili dovodi do ledenih poplava. U vezi s ovim analizira se proces formiranja i nestanka leda, sistem prognoze leda i uopšte upoznaje se režim ledenih pojava.

Najvažniji elementi režima leda koje treba registrovati su:

— vreme formiranja prvih plovećih santi leda,
— vrsta i gustina leda,
— datum kada je led stao,
— debljina leda,
— datum prskanja leda,
— vreme nestanka poslednjih santi leda,
— karakteristike razaranja leda.

Od svih napred pomenutih elemenata samo se debljina leda može meriti instrumentom, dok se ostali elementi opisno evidentiraju. Zbog toga je vrlo važno da je osmatrač posebno obučen i da vrši osmatranje i evidentiranje po strogo preciziranim uputstvima i instrukcijama.

Debljina leda se meri običnim lenjirom na reprezentativnom mestu reke, jezera ili akumulacije. Isto tako se meri i debljina snežnog pokrivača na ledu.

Kod velikih reka i jezera vrlo korisna osmatranja formiranja i prskanja leda vrše se iz aviona, posebno u slučajevima formiranja ledenih barijera.

3. ISPARAVANJE I EVAPOTRANSPIRACIJA

Određivanje količine vode koja ispari sa slobodne vodene površine i zemljišta i transpiracije vegetacije su od velikog značaja za hidrometeorološke studije. Određivanje isparavanja može da bude značajno za izbor mesta akumulacionih bazena i veoma korisno da posluži pri definisanju gazdovanja akumulisanom vodom. Isparavanje i evapotranspiracija su značajan elemenat u svakom bilansu voda.

Direktna merenja isparavanja i evapotranspiracije s velikih površina vode ili zemljišta za sada nisu moguća. Ipak postoji nekoliko metoda koje daju prihvatljive rezultate. Ispariteljski sudovi i lizimetri su u čestoj upotrebi i o njima će u ovom poglavlju biti govora.

Za postojeće akumulacije i za tačke ili male slivne bazene isparavanje se može odrediti: metodom vodnog bilansa, metodom bilansa energije i aerodinamičkom metodom. U daljem izlaganju ove metode su objašnjene onoliko koliko su u vezi s instrumentima i postupkom merenja.

3.1. **Isparavanje iz sudova**

Merenje isparavanja iz ispariteljskih sudova se koristi pri određivanju isparavanja iz jezera i akumulacija. Postoji više raznih tipova sudova koji su

u upotrebi. Neki su kvadratnog, drugi kružnog oblika, neki se montiraju direktno na tlo, neki se ukopaju tako da je nivo vode u sudu približno u nivou okolnog tla. Isparitеljski sudovi su ponekad montirani na plovnim platformama na jezeru ili akumulaciji. Između više različitih tipova isparitelja posebnu pažnju zaslužuje američki isparitelj klase „A" i sovjetski isparitelj GGI-3000.

Američki isparitelj klase „A" je cilindričnog oblika 25,4 cm dubine i 120,65 cm prečnika. Dno suda je na 2,5—5 cm izdignuto od tla. Postavljen na otvoreni roštilj od drveta, što omogućuje slobodnu cirkulaciju vazduha ispod isparitelja.

Sovjetski isparitelj GGI-3000 je cilindričnog oblika sa površinom 3000 cm^2 i dubinom od 60 cm. Dno suda je konusnog oblika. Sud se ukopava u zemlju.

Pored ispariteljskog suda na ispariteljskim stanicama potrebno je kao pomoćna oprema:

a) integracioni aneomograf ili anemometar, visine 1—2 m iznad suda,

b) standardni kišomer,

c) termometar za merenje temperature vode ili termograf za određivanje temperature vode u sudu,

d) maksimalni i minimalni termometar ili termograf za merenje temperature vazduha ili hidrotermograf ili psihrometar kada se traži i vlažnost vazduha.

3.1.1. **Dispozicija evaporimetarske stanice**

Teren stanice treba da je dobro poravnat i bez smetnji. Smetnje (drveće, zgrade ili zakloni za instrumente) treba da su na dovoljnom odstojanju od ispariteljskog suda. Kao minimalno odstojanje preporučuje se četvorostruka visina objekta.

Instrumenti evaporimetarske stanice treba da su postavljene tako da ne stvaraju senke iznad isparitelja. Površina kvadrata sa stranicom od 6 m je dovoljna za smeštaj svih instrumenata. Stanica treba

da je ograđena žičanom ogradom kako bi se sprečilo da životinje piju vodu iz isparitelja. Žičana ograda treba da je postavljena tako da ne remeti strujnu sliku vetra iznad isparitelja.

U nenaseljenim područjima, posebno u tropskim regionima, često je potrebno da se ispariteljski sud zaštiti od ptica i sitnih životinja. Ovo se može postići:

a) hemijskim sredstvima (sredstvo koje se koristi ne sme da zagadi vodu u sudu),

b) žičanom mrežom.

U ovom slučaju treba utvrditi uticaj mreže na isparavanje zbog promene vetra i terminskih uslova.

1.2. **Način merenja**

Nivo vode u sudu isparitelja mora se meriti tačno pre i posle dodavanja vode u sud. Ovo se može učiniti na dva načina:

a) nivo vode se može odrediti pomoću merne igle i nonijusa. Jedna od alternativa merenja nivoa je pomoću plovka. Kalibrisani sud služi za dodavanje ili oduzimanje vode iz suda. Pri svakom merenju nivo vode u isparitelju dovodi se na fiksni položaj;

b) nivo vode se može odrediti pomoću suda malog prečnika sa slavinom.

Dnevno isparavanje je definisano kao razlika nivoa vode u isparitelju, izmerenih u dva sukcesivna dana, sa dodatkom padavina za vreme ovog perioda.

U upotrebi su nekoliko tipova automatskih isparitelja. Nivo u isparitelju se automatski održava konstantnim, pomoću posebnog rezervoara ili vraćanjem vode iz isparitelja u slučaju padavina. Iznos dodate ili oduzete vode iz suda se registruje.

3.2. **Metoda vodnog bilansa**

Ova metoda je jednostavna i direktna ako se sve promene doticanja, oticanja u akumulaciji, sem isparavanja ili evapotranspiracije, mogu meriti sa za-

dovoljavajućom tačnošću. Ova metoda zapremina upotrebljena je kao baza za izvođenje metoda bilansa energije i aerodinamičke metode u studijama isparavanja sa jezera i akumulacija.

Bilans voda jezera ili akumulacije uključuje sledeće članove: isparavanje (E), doticanje (I), padavine (P), infiltracija kroz bokove (N), oticanje (O) i promene zapremine ($\triangle S$). Ako se svi ovi članovi mogu meriti ili odrediti tada je:

$$E = I + P - N - O - \triangle S.$$

U gornjoj jednačini upotrebljena je jedinica zapremine. Zapremina isparavanja mora biti podeljena sa površinom jezera, odnosno akumulalacije da bi se dobilo isparavanje, izraženo visinom u mm.

Period treba da je dovoljno dug da bi vrednost isparavanja bila dovoljno velika u odnosu na sve ostale članove bilansa.

Primena ovog postupka je ograničena samo za slučajeve gde je infiltracija vode u jezero ili uz njega mala u odnosu na isparavanje.

Doticanje i oticanje iz jezera ili akumulacije mora biti dobro definisano preko sistematskih merenja. Na mernim tačkama moraju se osigurati permanentno pouzdane krive proticaja.

Zapremina padavina na površinu jezera mora se odrediti pomoću kišomera na obali. Ukoliko je jezero izuzetno veliko, kišomerne stanice se mogu postaviti i na jezeru. Standardni kišomeri ili totalizatori su dovoljni za merenje padavina, jer se bilans računa najmanje za nedelju dana ili za duži period. Broj kišomera zavisi od promenljivosti padavina, kao i od veličine jezera.

Infiltracija i akumulacija vode u bokovima ne može se meriti direktno i moraju biti ocenjene indirektnim metodama.

Akumuliranje vode u bokovima može se oceniti studijama podzemnih voda na bazi geoloških karakteristika i osmatranja pijezometara oko jezera. Pre izbora metoda za računanje treba utvrditi da je infiltracija i akumuliranje vode u bokovima relativno malo.

Za osmatranje nivoa u jezeru dovoljan je limnigraf. Zapremina akumulacionog bazena u funkciji nivoa poznata je iz topografskih snimaka.

Metoda vodnog bilansa može se upotrebiti i za određivanje evapotranspiracije sa sliva ili neke manje površine zemljišta. Članovi vodno-bilansne jednačine su evapotranspiracija (Et), padavina (P), oticanje (R), promene u količini akumulirane vode u tlu ($\triangle S$) i voda koja se gubi ili dolazi iz dubljih geoloških slojeva (G).

$$Et = P - R - \triangle S - G.$$

Evapotranspiracija sa sliva za hidrološku godinu može se odrediti kao razlika između padavina i oticanja, ako se može hidrološkom studijom utvrditi da su gubici vode u dublje geološke slojeve zanemarljivi. Vreme izabrano za početak i kraj hidrološke godine treba da se podudara sa sušnom sezonom kada je iznos akumulirane vode relativno mali i kada su promene u ovoj akumulaciji zanemarljive.

Ukoliko se evapotranspiracija određuje za neki kraći period, kao na primer, za sezonu ili mesec, količina vode u tlu i rečnim tokovima mora biti merena. Ovakva merenja na manjim površinama kao eksperimentalnim površinama ne mogu se prihvatiti kao merodavna za sliv. Količina vode akumulisana u zemljištu meri se po dve komponente: i to vode u zasićenoj i nezasićenoj zoni, tj. merenjem nivoa vode uz pomoć pijezometara i vlažnosti zemljišta iznad nivoa podzemne vode u određenim vremenskim intervalima. Količine voda koje se kreću iz sliva ili u sliv kroz dublje geološke formacije ne mogu se meriti direktno. Hidrološke i hidraulične karakteristike mogu samo da indiciraju red veličina ovih količina. Ovaj član u bilansnoj jednačini može biti toliko mali da se može zanemariti u studiji bilansa voda.

3.3. Metod bilansa energije

Bilans toplotne energije se ponekad upotrebljava za određivanje isparavanja sa morskih površina, a nešto ređe se koristi pri računanju isparavanja sa površina jezera ili akumulacija. Metod se zasniva na analizi svih dobitaka i gubitaka toplotne energije ispitivanog jezera, kao i promene akumulirane toplotne energije u vodenoj masi. Razlika koja se javlja u ovom bilansu treba da bude energija utrošena na isparavanje.

Metoda se isto tako može koristiti kod određivanja isparavanja sa zemljišta zasićenog vodom.

Merenje isparavanja iz postojećih jezera ili akumulacija ovom metodom zahteva merenje-osmatranje sunčevih i dugotalasnih radijacija, temperature površine vode i vazduha, pritisak vodene pare u vazduhu, akumuliranu toplotnu energiju u vodenoj masi, kao i energiju koju sadrže padavine i tokovi koji ulaze ili izlaze iz jezera. Za ova merenja potrebni su odgovarajući instrumenti.

Metoda je vrlo teška i komplikovana u primeni zbog kompleksnosti potrebnih merenja i osmatranja.

3.4. Aerodinamička metoda

Ova metoda se zasniva na merenju faktora koji pokreću vodenu paru sa vodene površine putem turbulentne difuzije.

Teorija još nije dovoljno razrađena za praktičnu primenu, ali empirijska približavanja rešenju ovog problema u pogodnim uslovima daju dobre rezultate.

Merenje isparavanja sa postojećih jezera i akumulacija po ovoj metodi zahteva merenje brzine vetra, vlažnosti i temperature vode.

Za merenje vetra može se upotrebiti bilo koji tip anemometra (najbolje sumirajući). Svi instrumenti treba da su postavljeni oko centra rezervoara.

4. MERENJE VLAŽNOSTI ZEMLJIŠTA

Raspoloživi instrumenti i metodi za određivanje vlažnosti zemljišta mogu se podeliti u dve osnovne grupe. Prva grupa obuhvata metode zasnovane na određivanju vlažnosti uzorka uzetog iz zemljišta. Druga grupa uključuje metode za merenje vlažnosti na mestu u željenom sloju uz pomoć instrumenata, stalno ili privremeno postavljenih unutar datog sloja.

Jedina direktna metoda je „metoda težine" i ona služi za kalibrisanje instrumenata pri merenju vlažnosti bilo kojom drugom metodom.

Bez obzira na primenjenu metodu, u svakom slučaju je osnovno da se odredi vlažnost zemljišta u više tačaka analiziranog zemljišta. Statistička analiza varijacije vlažnosti zemljišta omogućuje da se utvrdi greška koja se pojavljuje ako se vlažnost utvrđuje na osnovu samo nekoliko mernih tačaka umesto u beskonačno mnogo.

4.1. Metode merenja

Metoda težine obuhvata prikupljanje uzoraka zemlje, merenje uzoraka pre i posle sušenja i računanje sadržaja vlage. Postoje mnogi različiti pribori za uzimanje ovih uzoraka, njihovo sušenje i merenje. Metoda težine je najtačnija, ali se ne može primeniti za kontinualno merenje vlažnosti na mernom mestu u sloju zbog neophodnog izdvajanja uzorka iz tla za laboratorijsko ispitivanje.

Oprema i tehnika uzimanja uzorka treba da je takva da se ne menja sadržaj vlage za vreme uzimanja uzorka, kao i kasnije, za vreme transporta.

Najjednostavnija oprema za uzimanje uzorka je ručni uzorkovač koji može biti upotrebljen sa produženom cevi za uzimanje uzoraka do 15 m dubine.

Najčešće upotrebljavan ručni uzorkovač sastoji se od cilindra 76 mm prečnika i 230 mm dužine, sa produženom cevi na vrhu i noževima za sečenje na dnu.

Specijalni tipovi uzorkovača se koriste za uzimanje uzoraka nevezanog i vlažnog materijala.

Jednostavan i ekonomičan uzorkovač za uzorak sa malih dubina je lake konstrukcije i sastoji se od cevi 50 mm prečnika i 150 mm dužine montirane na polugu-držač dužine 90 cm.

Metoda elektro-otpornosti zasniva se na promeni vlažnosti u tlu koja izaziva promene električnog otpora između elektroda fiksiranih u tlu. Posle izvršenog kalibrisanja instrumenata, čitanja elektro-otpornosti, lako se pretvaraju u sadržaj vlage u tlu.

Metoda tenziometra koristi instrumenat — Tenziometar koji se sastoji od porozne šolje, najčešće od keramike, spojene preko cevi sa instrumentom za merenje pritiska. Sistem je napunjen vodom, a voda u šolji dolazi u ravnotežu sa vlažnošću okolnog zemljišta. Doticaj vode u šolju ili isticanje iz nje, usled sušenja ili vlaženja tla, pokazuje se na tenziometru kao veći, odnosno manji pritisak. Postavljanje nekoliko tenziometara na razne dubine omogućuje da se sračuna profil vlažnosti zemljišta.

Tenziometri se za dubine do 6 m, veoma lako i brzo postavljaju i jednostavno koriste.

Neutronska metoda je zasnovana na principu merenja usporavanja neutrona emitovanih u tlo iz stalnog neutronskog izvora. Gubitak energije je mnogo veći u sudaru neutrona sa atomima male atomske težine i proporcionalan je broju takvih atoma prisutnim u tlu. Vododnik koji je glavni elemenat male atomske težine uglavnom je sadržan u molekulima vode u tlu.

Detekcijom usporenih neutrona indicira se sadržaj vode u tlu.

Metoda gama-zraka se zasniva na slabljenju gama-zraka pri prolasku kroz neku sredinu. Ovo slabljenje je funkcija početne energije gama-zraka kao i gustine i debljine materije kroz koju prolazi.

Iz razlike slabljenja gama-zraka pri prolasku kroz isti uzorak tla u suvom i vlažnom stanju može se odrediti sadržaj vlage u tlu.

Metod gama-zraka se može primeniti za merenje vlažnosti tla do dubine od 0,5 m. Merenje vlažnosti ovom metodom do većih dubina zahteva jake radioaktivne izotope i posebne zaštitne mere.

5. 2. HIDRAULKA

A. OSNOVNI POJMOVI I JEDNAČINE

1. METODE IZUČAVANJA HIDRAULIČKIH PROBLEMA

U toku razvitka hidraulike kao nauke, pojavilo se i usavršilo nekoliko osnovnih metoda pri izučavanju i rešavanju hidrauličkih problema od kojih se, ukratko, iznose sledećih pet:

(a) Metoda beskonačnih malih veličina

Metoda se oslanja na shvatanje tečnosti kao neprekidne sredine koja dopušta neograničenu podelu svojih materijalnih čestica. Uveden je pojam „idealne" tečnosti pod kojom se podrazumeva apsolutno nestišljiva, neviskozna tečnost koja se ne protivi raskidanju. Metoda beskonačno malih veličina se može upotrebljavati samo u slučajevima kada je uticaj svojstava „idealne" tečnosti beznačajan.

(b) Metoda srednjih veličina

Metoda se upotrebljava u slučaju kada nije potrebno znati tačnu sliku strujanja svake čestice fluida već samo srednje vrednosti neke hidrauličke veličine — na primer: vrednost srednje brzine toka kroz poprečni presek cevi. Metoda se sastoji u tome što se od jednačina koje određuju neku veličinu u tački tečnosti (brzinu, pritisak i sl.) prelazi na jednačine koje se odnose na konačnu zapreminu. Na ovaj način dobijene su osnovne jednačine hidraulike, kao što su Bernulijeva jednačina za tok, jednačina kontinuiteta, jednačina količine kretanja i dr.

(c) Metoda analogije

Ova metoda se zasniva na identičnosti diferencijalnih jednačina koje se odnose na različite oblasti nauke. Tako se, na primer, mnogi problemi u hidrodinamici rešavaju preko teorije potencijala. U praksi je poznata i široko rasprostranjena metoda elektrohidrodinamičke analogije. Treba naglasiti da se metoda analogije zasniva samo na identičnosti diferencijalnih jednačina, a ne i na fizičkoj identičnosti veličina koje se pojavljuju u jednačinama. Metoda je u suštini prenošenja razrađenih metoda analize iz jedne oblasti nauke u drugu.

(d) Metoda dimenzionalne analize

Metoda bazira na iznalaženju bezdimenzionalnih parametara izraženih preko različitih svojstava fluida kao promenljivih veličina. Bezdimenzionalni parametri se određuju pomoću Pi-teoreme. Ako bilo koja promenljiva, a_1, zavisi jedino od nezavisnih promenljivih, $a_2, \ldots a_n$, može biti napisan sledeći odnos:

$$a_1 = f(a_2, a_3 \ldots a_n) \tag{1.1}$$

Pi-teorema tvrdi da svaka jednačina koja izražava neki fizički zakon i koja međusobno povezuje n fizičkih veličina između kojih m veličina ima nezavisne

dimenzije, može biti pretvorena u jednačinu koja vezuje $(n-m)$ nezavisnih bezdimenzionalnih parametara sastavljenih od pomenutih n fizičkih veličina:

$$f(\pi_1, \pi_2 \ldots \pi_{n-m}) = 0 \qquad (1,2)$$

Dimenzionalni sistem sila-dužina-vreme ima tri osnovne dimenzionalne jedinice ($m=3$), pa će prethodna jednačina sadržati $n-3$ bezdimenzionalna parametra. U hidrauličkim proračunima se za veličine sa nezavisnim dimenzijama uzimaju: brzina (v), karakteristična dužina (l) i gustina (ρ).

(e) Eksperimentalna metoda

U osnovi ove metode leže zakoni mehaničke sličnosti koji dozvoljavaju da se rezultati opita primene na grupu pojava koje su slične izučavanoj pojavi. Uopštavanje zaključaka donetih na osnovu eksperimentalnog materijala, teorijska analiza pojave i proveravanja eksperimentalnih rezultata u prirodnim uslovima su danas osnovni delokrug rada na polju hidrauličkih istraživanja.

2. FIZIČKA SVOJSTVA TEČNOSTI

Mehaničke karakteristike fluida, koje se najčešće sreću u hidraulici, su: gustina, specifična težina, stišljivost, viskoznost, kapilarnost, svojstva vezana za uticaj toplote i apsorpciju gasa.

Gustina (ρ) fluida je masa koju poseduje jedinica zapremine. Gustina vode u tehničkom sistemu mera iznosi:

$$\rho = 101{,}9 \frac{\text{kg sek}^2}{\text{m}^4}$$

pri $r=9{,}807$ (m/sec^2) i $t=4^0$C

Specifična težina γ (gr/cm^3) je težina po jedinici zapremine. Specifična težina je povezana sa gustinom preko jednačine:

$$\gamma = \rho g \qquad (2,1)$$

gde je g — ubrzanje zemljine teže (m/sec^2).

Specifična težina vode (pri normalnom atmosferskom pritisku) ima najveću vrednost pri temperaturi od 4^{0}C i smanjuje se sa promenom temperature bilo na koju stranu.

Stišljivost fluida je mera promene zapremine fluida pod uticajem spoljnih sila. Kvantitativno stišljivost se izražava modulom zapreminske elastičnosti:

$$E = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (\text{kg/cm}^2) \qquad (2,2)$$

Voda se smatra praktično nestišljivom, pa se ovo njeno svojstvo zanemaruje, sem u slučajevima kada se studira vodni udar ili širenje neporemećenih elastičnih talasa u vodi. Moduo zapreminske elastičnosti vode iznosi oko 20.000 kg/cm^2 i menja se sa promenom temperature.

Viskoznost je svojstvo fluida da pruža otpor relativnom kretanju i deformacijama u fluidu, pri čemu se javljaju unutrašnji naponi. Iz Njutnovog zakona sledi da je napon (τ) u tački unutar fluida proporcionalan priraštaju brzine (dv/dy) u tački:

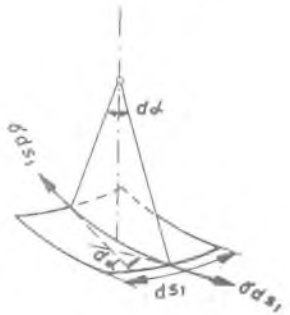
$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \qquad (2,3)$$

gde je μ $\frac{(kg \cdot sec)}{m^2}$ konstanta proporcionalnosti, poznata kao dinamički koeficijent viskoznosti.

Kada se μ podeli sa gustinom, dobija se kinematički koeficijent viskoznosti ν (m^2/sec). Pri normalnom atmosferskom pritisku viskoznost se menja samo sa promenom temperature.

Površinski napon (kp/m) se definiše kao tangencijalna sila na jedinicu dužine preseka (slika 2.1) i

zavisi samo od prirode fluida i temperature. Za vodu se površinski napon smanjuje sa povećanjem temperature. Pri 20°C i pri dodiru sa vazduhom površinski napon za vodu iznosi $\sigma = 0{,}0074$ kp/m.



Sl. 2.1.

Sposobnost tečnosti da se izdiže ili spušta u cevima maloga prečnika pod dejstvom površinskog napona naziva se *kapilarnost*. Pri $T = 20°C$ voda će se u staklenoj cevi izdići za vrednost:

$$h = \frac{2\sigma}{\gamma R} \cos \Theta = \frac{15}{R} \quad (\text{m/m}) \qquad (2,4)$$

gde je R — poluprečnik cevi (m/n), a Θ — ugao dodira između tečnosti i zida cevčice. Ovaj ugao je praktično jednak nuli, ako je kvašenje potpuno.

Pritisak vodene pare je pritisak pri kome tečnost počinje da ključa. Pritisak vodene pare zavisi uglavnom od temperature. Sa povećanjem temperature povećava se i pritisak vodene pare.

Tečnosti imaju osobinu da rastvaraju gasove koji su u dodiru sa njima. Ova pojava se naziva *apsorpcija*. Pri tome težinska količina rastvorenog (apsorbovanog) gasa se, pri konstantnoj temperaturi, menja proporcionalno pritisku. Tako, pri običnoj temperaturi i normalnom atmosferskom pritisku voda u prirodnom stanju sadrži oko 2% vazduha. Pri smanjenju pritiska jedan deo vazduha izlučuje se iz vode. Pri nekom kritičnom pritisku voda dolazi u stanje hladnog „ključanja", stvarajući svojevrsnu emulziju koja se odlikuje velikom stišljivošću i veoma razlitčitim fizičkim i mehaničkim svojstvima u odnosu na svojstva vode u prirodnom stanju. Ova pojava je poznata pod nazivom kavitacija. Izdvajanje vazduha i obrazovanje vodene pare se može desiti i pri pritiscima većim od atmosferskog, ako se odgovarajuće poveća temperatura vode ili se voda aeriše.

Mehanička svojstva vode pod atmosferskim pritiskom prikazana su u tabeli 2.1.

3. HIDROSTATIKA

Fluidni elementi, bilo da su u kretanju bilo u mirovanju, izloženi su dejstvu sila.

Hidrostatika izučava zakone mirovanja ili ravnotežnog stanja tečnosti.

Kao glavni pojam u ovoj oblasti javlja se pritisak (p) koji se definiše kao normalna (površinska) sila na jedinicu površine. U fluidu pritisak deluje u svim pravcima podjednako, ali je dejstvo pritiska na neku površinu uvek normalno.

Pritisak se najčešće izražava u odnosu na dve referentne tačke: apsolutnu nulu i atmosferski pritisak. U prvom slučaju reč je o *apsolutnom pritisku*, dok se u drugom slučaju dobija *monometarski pritisak*.

Vakuum je pritisak koji je manji od atmosferskog, pa se zato naziva negativnim pritiskom. Vakuum je uvek pozitivan kada se izražava preko apsolutnog

Tabela 2.1.

Tempe-tura T (°C)	Gustina ρ (gr*/cm³)	Specifična težina γ (gr*/cm³)	Dinamička viskoznost (poaza)	Kinematička viskoznost (stokса) ν (cm²/sek)	Površinski napon σ (gr/cm)	Pritisak pare p_v (kg/cm²)	Modul elastičnosti E (kg/cm²)
0	1,000	1,000	$1{,}79 \cdot 10^{-2}$	$1{,}79 \cdot 10^{-2}$	0,0769	0,0056	$20{,}3 \cdot 10^{2}$
4	1,000	1,000	1,57	1,57	0,0765	0,0075	20,8
10	1,000	1,000	1,31	1,31	0,0753	0,0120	21,4
15	0,999	0,999	1,14	1,14	0,0750	0,0180	21,9
20	0,998	0,998	1,01	1,01	0,0742	0,0240	22,3
25	0,997	0,997	0,90	0,90	0,0735	0,0325	22,7
30	0,996	0,996	0,80	0,80	0,0728	0,0435	23,1
40	0,992	0,992	0,66	0,66	0,0710	0,0730	23,3?
50	0,988	0,988	0,55	0,56	0,0690	0,130	23,4?
60	0,983	0,983	0,47	0,48	0,0680	0,210	23,2?
70	0,978	0,978	0,41	0,42	0,0655	0,330	22,9?
80	0,972	0,972	0,36	0,37	0,0638	0,485	22,5?
100	0,959	0,959	0,29	0,30	0,0598	1,033	21,3?

pritiska ($P_{vak.} = P_{aps.} - P_{atm.}$). Hidrostatički pritisak u unutrašnjosti tečnosti je komponovan od težine stuba vode iznad jedinice površine i spoljnog pritiska koji vlada na slobodnoj površini:

$$p = \gamma h + p_o \ [\mathrm{kg/m^2}] \tag{3.1}$$

U praksi se atmosferski pritisak često izostavlja iz računa, pa se veličina hidrostatičkog pritiska samo usled dejstva stuba tečnosti (manometarski pritisak) daje izrazom:

$$p_{man} = \gamma h$$

Iz gornje jednačine sledi da je

$$h = \frac{p_{man}}{\gamma} \tag{3,2}$$

Veličina $p_{man.}/\gamma$ je poznata pod nazivom *piezometarski pritisak.*

Iz aksioma „da je jedan kontinuum u ravnotežnom stanju samo kada je rezultanta svih sila koje deluju jednaka nuli", izveden je sledeći sistem *Ojlerovih jednačina:*

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho F \ ; \ (i = 1,2,3,) \tag{3,3}$$

koji predstavlja opšte uslove ravnoteže tečnosti. U gornjoj jednačini je: p — pritisak; x — dužina strane paralelopipeda, a F — rezultanta zapreminskih sila koje deluju na elemenat fluida.

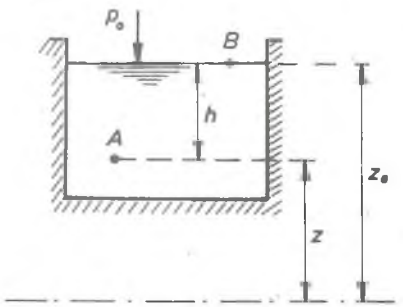
U slučaju kada se tečnost nalazi samo pod dejstvom sile pritiska i zemljine teže, važi sledeći odnos:

$$p - p_o = \rho g \, (z - z_o) \tag{3,4}$$

Gornja jednačina je poznata kao osnovna jednačina hidrostatike ili Toričelijev princip. Prema tome, osnovna jednačina hidrostatike stavlja u odnos promenu pritiska i promenu nadmorske visine. Prethodna jednačina može biti napisana u obliku:

$$p+\gamma z=p_o+\gamma z_o=konst. \qquad (3,5)$$

koji pokazuje da je zbir hidrostatičkog pritiska i vertikalnog rastojanja tačke od neke referentne ravni konstantan.



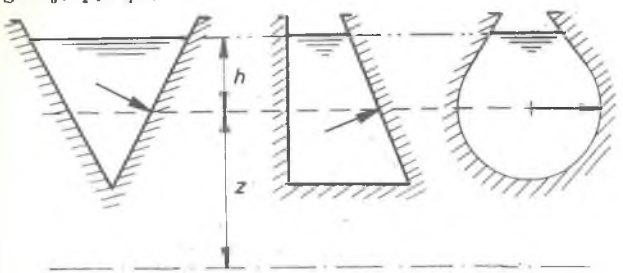
Sl. 3.1.

Iz osnovne jednačine hidrostatike dobija se da je pritisak u tački dat izrazom (slika 3.1):

$$p=p_o+\gamma h \qquad (3,6)$$

Iz napred rečenog se takođe zaključuje da pritisak u tački nije funkcija ukupne zapremine fluida iznad tačke, već je samo proporcionalan visini stuba tečnosti iznad tačke (slika 3.2).

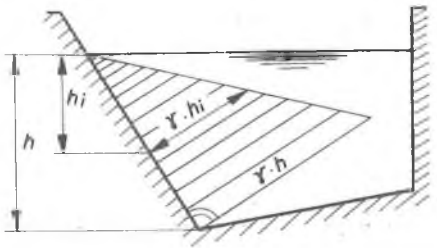
Jednačina $p=\gamma h$ se lako predstavlja grafički u obliku trougla, kako je to predstavljeno na slici 3.3. gde je $p_i=\gamma h_i$



Sl. 3.2.

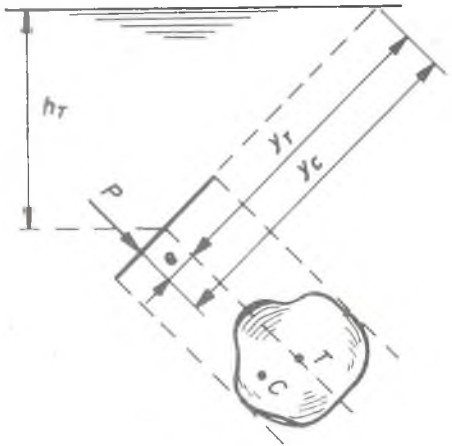
Ukupna sila hidrostatičkog pritiska na neku ravnu potopljenu površinu (slika 3.4) data je izrazom:

$$P=\gamma\omega h_i \qquad (3,7)$$



Sl. 3.3.

gde je: P — ukupna sila (kg);
γ — zapreminska težina (kg/m³);
h_i — hidrostatički pritisak u težištu površine (m);
ω — površina (m²).



Sl. 3.4.

Napadna tačka rezultante pritiska leži niže od težišta površine i određena je rastojanjem:

$$y_c = y_t + \frac{I_t}{\omega\, y_t} \tag{3,8}$$

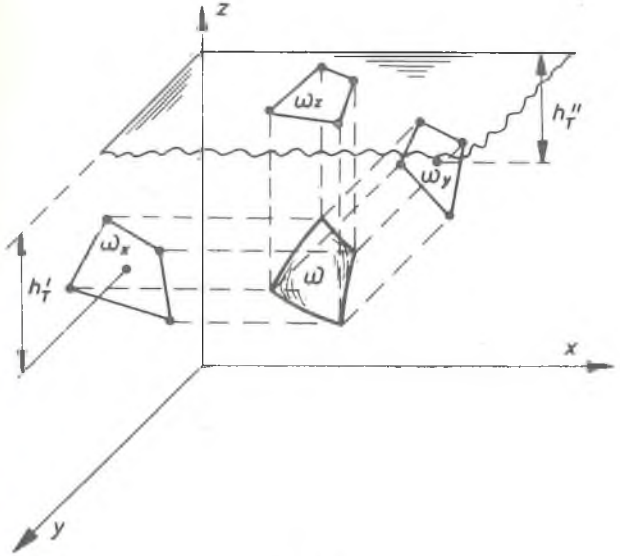
gde je: I_t — momenat inercije ravni u odnosu na horizontalnu osovinu koja prolazi kroz težište.

Ukupna sila na potopljenu krivolinijsku površinu (slika 3.5) određuje se uz pomoć komponenata P_x, P_y i P_z preko izraza:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \tag{3,9}$$

Horizontalne komponente, P_x i P_y, jednake su silama pritiska na odgovarajuće vertikalne projekcije ω_x i ω_y krivolinijske površine, tj.:

$$P_x = \gamma\, h'_t\, \omega_x \quad ; \quad P_y = \gamma\, h''_t\, \omega_y \tag{3,10}$$



Sl. 3.5.

Vertikalna komponenta P_z brojno je jednaka težini vodenog stuba iznad krivolinijske površine:

$$P_z = \gamma W_d = G_d \tag{3.11}$$

gde je W_d — zapremina tečnosti iznad potopljene površine (telo pritiska).

Na telo potopljeno u vodu takođe deluju horizontalne i vertikalne komponente pritiska. Pošto su horizontalne komponente pritiska jednake među sobom ukupnu silu čini samo vertikalna komponenta pritiska koja je jednaka zapremini tela pomnoženoj sa specifičnom težinom tečnosti. Ova sila, uperena na više,

poznata je pod nazivom uzgon ili potisak. Iz prethodnog sledi da tečnost deluje na potopljeno telo silom uzgona, uperenom na više, koja je jednaka težini istisnute zapremine tečnosti. To je poznati *Arhimedov princip.*

4. KINEMATIKA FLUIDA

4.1. Lagranžov i Ojlerov način opisivanja kretanja fluida

U kinematici fluida se proučava promena uzajamnih položaja fluidnih delića i fluida kao celine ne tražeći uzroke tome, tj. ne uvode se u račun sile koje deluju na fluid.

Pri svome kretanju fluidni delić može menjati svoj položaj, oblik i svoju zapreminu, ukratko, može se deformisati.

Prilikom proučavanja kretanja fluida smatra se da je fluid neprekidan. Kretanje jednog fluidnog delića može se proučavati na dva načina. Prvi način proučavanja je poznat kao metod Lagranža, dok drugi način potiče od Ojlera.

Lagranžov metod daje informaciju o putu pojedinih čestica fluida, koji se naziva putanja ili *trajektorija.*

Ojlerov metod se, u stvari, sastoji u proučavanju vektorskih i skalarnih polja fizičkih veličina od kojih je najvažnija brzina. Ako se u trenutku $t=t_1$ nacrtaju krive, ali takve da se tangente na krive u bilo kojoj tački podudaraju sa pravcima brzina u istoj tački, tada te krive predstavljaju plan pravca brzine u svakoj tački prostora. Ovako konstruisane krive se zovu *strujnice.* Ne postoji odnos između strujnice i individualnih čestica fluida pošto su, generalno, strujnice formirane od različitih fluidnih delića u različito vreme. Ojlerov način daje, ako se tako može reći, seriju fotografija trenutnog stanja toka.

Trajektorije i strujnice se podudaraju kod ustaljenog strujanja. Sve strujnice koje prolaze kroz zatvorenu krivu će, zbog kontinuiteta polja brzine, formirati *strujnu cev.* Pošto strujne cevi imaju pravac brzine, to se one ponašaju kao cevi sa nepropusnim zidovima unutar kojih struji fluid. Generalno, oblik strujnih cevi se menja sa vremenom, jer su cevi napravljene od različitih fluidnih delića. Sadržaj strujne cevi se naziva *strujno vlakno.*

4.2. Klasifikacija tipova kretanja fluida

Na fluidni delić deluju zapreminske sile (zemljina teža), sile pritiska, viskozne sile, elastične sile i inercijske sile. Da bi se rešavanje problema uprostilo, često se zanemaruju uticaji pojedinih sila što zavisi od vrste problema koji se studira.

Kretanje fluida se najlakše proučava ako se pretpostavi da je fluid i neviskozan i nestišljiv (idealan fluid).

Pri strujanju fluida stišljivost može biti bitan faktor, pa se tada fluid smatra neviskoznom ali stišljivom sredinom (hidraulički udar u cevima).

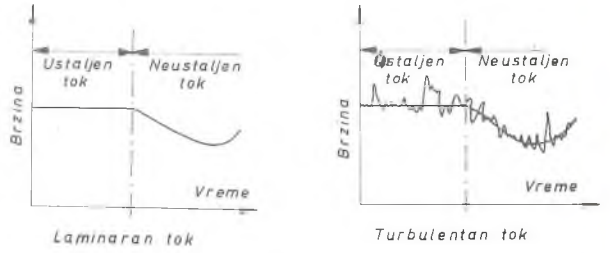
Kod kretanja vode stišljivost se, u većini slučajeva, može zanemariti, ali ne i viskoznost. Zbog toga se strujanje vode studira kao kretanje viskoznog nestišljivog fluida.

Viskozni stišljivi fluid je najvažniji za stvarno strujanje. Međutim, matematička definicija ovakvog strujanja veoma je komplikovana.

Strujanja se takođe dele na laminarna i turbulentna u zavisnosti od odnosa inercijalnih i viskoznih sela, odnosno, u zavisnosti od veličine Rejnoldsovog broja (*Re*). Pri malim *Re* tok je laminaran.

Podela kretanja se može izvršiti i prema promeni karakteristika toka sa vremenom. Kod ustaljenog (stacionarnog) toka, osobine fluida u datoj tački fluidnog prostora se ne menjaju sa vremenom. Prema tome, u

ustaljenom strujanju parcijalni izvodi po vremenu svih karakteristika fluida su jednaki nuli. Nasuprot tome, kod neustaljenog (nestacionarnog) strujanja, karakteristike toka se menjaju sa vremenom. U praksi se nešto odstupa od gornje klasifikacije u smislu što se dopušta da se i turbulentni tok može proučavati kao ustaljen. Kaže se da je turbulentni tok ustaljen ako je u datoj tački prostora srednja brzina toka nepromenljiva sa vremenom. Ustaljen i neustaljen laminaran i turbulentni tok je prikazan na slici 4.1.



Sl. 4.1.

Za vreme kretanja fluidni delić se, generalno, pomera, okreće oko svoje osovine i deformiše (menja svoju veličinu i oblik). U kretanju jednog fluidnog delića mogu biti zastupljene sve kombinacije gornja tri osnovna vida kretanja fluidnog delića.

S obzirom na tip kretanja fluidnog delića izvršena je podela kretanja na dve grupe: strujanje bez okretanja čestica oko svoje osovine, tzv. potencijalno strujanje, i strujanje sa okretanjem čestica, poznato pod imenom vrtložno strujanje.

Ukoliko se brzine u poprečnim presecima duž toka ne menjaju, onda se kaže da je tok ravnomeran. U protivnom, studira se neravnomerno strujanje fluida.

U zavisnosti da li se karakteristike toka menjaju u pravcu samo jedne, obe ili sve tri koordinatne ose, strujanje može biti jednodimenzionalno (linijsko), dvodimenzionalno (ravansko) ili trodimenzionalno (prostorno) strujanje.

4.3. **Jednačina kontinuiteta**

Pri proučavanju kretanja fluida postavlja se zahtev da bude zadovoljen zakon o konzervaciji materije (materija ne može biti ni proizvedena ni uništena) koji se u mehanici fluida iskazuje preko jednačine kontinuiteta.

Najopštiji oblik jednačine kontinuiteta za fluidni prostor sa izvorima ili ponorima glasi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+v_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+v_y\frac{\partial \rho}{\partial y}+v_z\frac{\partial \rho}{\partial z}+\rho\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)=\varepsilon\rho \qquad (4,1)$$

gde su: ρ — gustina tečnosti;
v_x, v_y, v_z — komponente brzine;
x, y, z — koordinate tačke;
ε — specifična izdašnost izvora, odn. ponora.

Za ustaljeno strujanje u polju bez izvora i ponora, jednačina kontinuiteta dobija oblik:

$$v_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+v_y\frac{\partial \rho}{\partial y}+v_z\frac{\partial \rho}{\partial z}+\rho\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)=0 \qquad (4,2)$$

Ukoliko je fluid još i nestišljiv (što je obično kod strujanja vode), jednačina kontinuiteta dobija sledeći prost oblik:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \qquad (4,3)$$

Strujanje fluida konstantne gustine kroz cev konačnih dimenzija daje jednačini kontinuiteta sledeći poznati oblik:

$$A \cdot W = konst. \tag{4.4}$$

gde je: A — površina proticajnog preseka upravnog na tok;

W — srednja brzina strujanja fluida.

5. OSNOVNE JEDNAČINE KRETANJA TEČNOSTI

Opšte jednačine kretanja fluida proizlaze iz osnovnog zakona mehanike: rezultanta svih spoljnih sila koje deluju na telo jednaka je masi tela pomnoženoj sa ubrzanjem tela.

5.1. Neviskozna tečnost

Na osnovu pomenutog osnovnog zakona mehanike nalazi se sledeći sistem Ojlerovih diferencijalnih jednačina strujanja neviskozne tečnosti:

$$F_x = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{Dv_x}{Dt} \tag{5.1-a}$$

$$F_y = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{Dv_y}{Dt} \tag{5.1-b}$$

$$F_z = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{Dv_z}{Dt} \tag{5.1-c}$$

gde su: F_x, F_y, F_z — komponente zapreminske sile F, a

$\frac{D}{Dt}$ materijalni izvod komponenata brzine.

Tako je, na primer:

$$\frac{Dv_x}{Dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_x}{\partial z}$$

Zapaža se da se u gornjem sistemu pojavljuje pet nepoznatih veličina: tri komponentne brzine, pritisak i gustina — za čije se iznalaženje upotrebljavaju sledećih pet jednačina:

— tri osnovne jednačine Ojlera,
— jednačina kontinuiteta, i
— karakteristična jednačina $\rho = \varphi(p, T)$.

Ojlerove jednačine se mogu integrisati samo pod izvesnim uslovima.

Za nestišljivu tečnost i pod uslovom da je $\rho = konst$ važi sledeća Bernulijeva jednačina:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \frac{v^2_0}{2} + \frac{p_0}{\rho} + gz_0 \tag{5.2}$$

i to uvek duž iste strujnice.

Bernulijeva jednačina, u stvari, iskazuje zakon o održanju energije pri kretanju tečnosti, pa se zato često naziva i energetskom jednačinom. Prvi član jednačine predstavlja kinetičku energiju po jedinici mase, drugi član — energiju pritiska, a treći — potencijalnu energiju.

Prethodna jednačina može se napisati i u obliku:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 \tag{5.3}$$

u kojoj svaki član ima dimenziju dužine. Prvi član ($v^2/2g$) se naziva brzinskom visinom, drugi član (p/γ) predstavlja piezometarsku visinu, dok je treći član (z) geodetska visina.

Pri proučavanju strujanja stišljivog fluida spoljašnje sile su zanemarljivo male u odnosu na elastične sile, pa Bernulijeva jednačina glasi:

$$\frac{v^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = \text{konst.} \qquad (5.4)$$

Konstanta se određuje iz poznatih vrednosti v_o, p_o i g_o za neku tačku strujnice.

5.2. Viskozna tečnost

Navije-Stoksove jednačine kretanja za realan fluid dobijaju se neposredno iz uslova dinamičke ravnoteže svih sila koje deluju na elementarnu prizmu isečenu iz mase fluida u kretanju.

Kad je fluid nestišljiv Navije-Stoksove jednačine u Dekartovom sistemu imaju oblik:

$$\frac{Dv_x}{Dt} = X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right) \qquad (5.5-a)$$

$$\frac{Dv_y}{Dt} = Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}\right) \qquad (5.5-b)$$

$$\frac{Dv_z}{Dt} = Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) \qquad (5.5-c)$$

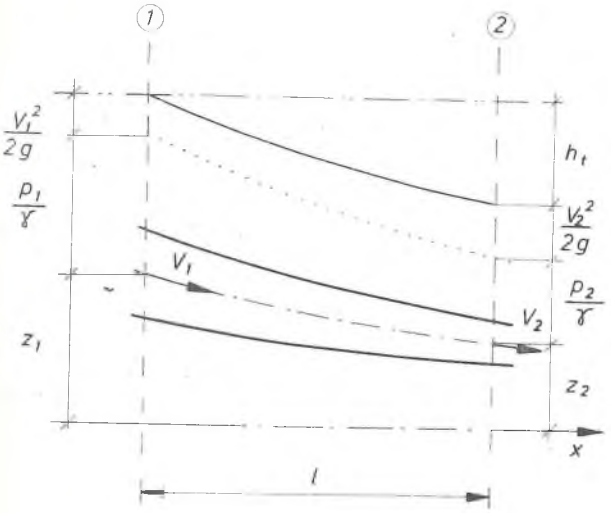
gde je: υ — koeficijent kinematičke viskoznosti.

Gornje tri jednačine, skupa sa jednačinom kontinuiteta i karakterističnom jednačinom, potpuno definišu kretanje viskoznog fluida.

Bernulijeva jednačina za strujnicu realne tečnosti, pri ustaljenom strujanju glasi:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_t \qquad (5.6)$$

gde član h_t — predstavlja rad svih sila koje se odupiru kretanju na jedinicu težine viskozne (realne) tečnosti pri njenom premeštanju od prvog do drugog preseka (slika 5.1).



Sl. 5.1.

Odnos gubitka pritiska, h_t, i dužine, l, na kojoj taj gubitak proizilazi, naziva se hidrauličkim padom:

$$I = \frac{h_t}{l} \qquad (5.7)$$

Pošto kinetička energija toka zavisi od rasporeda brzine u preseku, to će stvarna količina energije biti jednaka integralnoj sumi kinetičkih energija elementarnih masa tečnosti. Da bi se u Bernulijevoj jednačini

mogla upotrebiti srednja brzina toka u poprečnom preseku, uveden je pojam koeficijenta kinetičke energije (Koriolisov koeficijent):

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v}{W}\right)^3 dA \qquad (5.8)$$

gde je: $v = v(x, y, z)$ brzina fluidnih delića,

W — srednja brzina toka u poprečnom preseku,

A — proticajna površina.

Sada se kinetička energija toka može izraziti preko srednje brzine izrazom:

$$E_k = \frac{\alpha W^2}{2g} \qquad (5.9)$$

Za laminarno strujanje u cevi je $\alpha = 2$, dok u slučaju turbulentnog strujanja u cevi ovaj koeficijent varira između vrednosti 1,02 do 1,15 (srednja vrednost je oko 1,06).

5.3. **Zakon o količini kretanja**

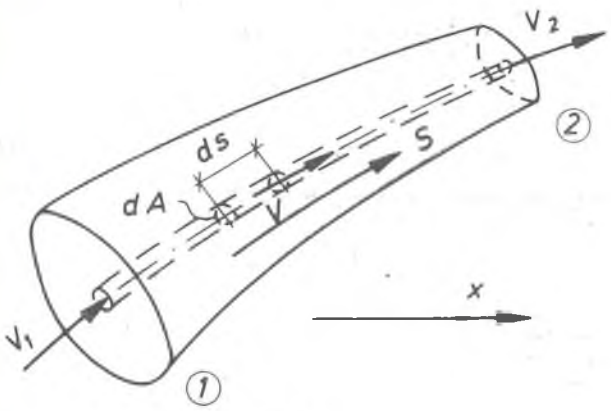
Nesumnjiva vrednost zakona o količini kretanja leži u činjenici da njegova upotreba omogućava da se, pri rešavanju fizičkih problema, dobiju rezultati kada su poznati granični uslovi. Ovaj zakon se obično koristi u slučajevima kada Ojlerove jednačine kretanja ne mogu biti integrisane.

Teorema je od praktičnog značaja samo kada je tok ustaljen ili kvazi-ustaljen (tj. kada se osrednjene karakteristike toka ne menjaju po vremenu).

Jednačina količine kretanja izvodi se iz drugog Njutnovog zakona:

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Za jedan koordinatni pravac (na primer u pravcu x-ose) gornja vektorska jednačina postaje (slika 5.2):



Sl. 5.2.

$$dF_x = \rho\, ds\, dA\, dV_x = \rho \frac{\partial V_x}{\partial s} ds\, dQ$$

pa jednačina količine kretanja za strujnicu glasi:

$$\triangle F_x = \rho\,(V_{x_2} - V_{x_1})\, dQ \qquad (5.10\text{—a})$$

gde leva strana predstavlja impuls u jedinici vremena usled svih sila koje deluju spolja na strujno vlakno (zapreminske sile, sile trenja i sile pritiska), a desna

strana odgovarajuću veličinu količine kretanja fluida u pravcu x-ose.

Na isti način se nalaze i izrazi za druga dva koordinatna pravca:

$$\triangle F_y = \rho\,(V_{y_2} - V_{y_1})\,dQ \qquad (5.10\text{—b})$$

$$\triangle F_z = \rho\,(V_{z_2} - V_{z_1})\,dQ \qquad (5.10\text{—c})$$

Ako se radi o toku realne tečnosti ograničene konturama zida, ili sa slobodnim ogledalom vode, sa krajnjim presecima uzetim u zonama jednolikog tečenja na svakoj strani nejednolikosti koja se istražuje, jednačina količine kretanja se svodi na oblik:

$$F_x = \rho Q\,[(\beta W_x)_2 - (\beta W_x)_1] \qquad (5.10)$$

gde koeficijent β predstavlja Busineskov koeficijent količine kretanja:

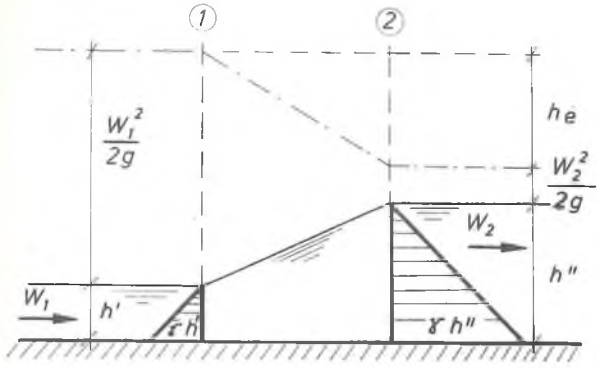
$$\beta = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{V}{W}\right)^2 dA \qquad (5.12)$$

gde je ρ — gustina, Q — protok, A — proticajna površina, V — brzina toka u tački, $W = Q/A$ — srednja brzina, W_x — komponenta srednje brzine u pravcu x-ose.

Za strujanje u cevi je $\beta = 1{,}33$ za laminarni tok, i $\beta = 1{,}01 + 1{,}07$ (srednja vrednost 1,03) za turbulentni tok.

Treba napomenuti da oba korekciona koeficijenta (α i β) mogu postati iznenađujuće velika u zonama separacije. U uobičajenim računanjima pretpostavlja se da oba koeficijenta imaju vrednost 1, ali se uvek mora imati na umu činjenica da zbog toga može da se javi znatna greška, sem ako je zaista zanemarljiva posledica neravnomernog rasporeda brzina u svakom preseku.

Upotreba jednačine količine kretanja u hidrauličkim proračunima prikazuje se na primeru hidrauličkog skoka (slika 5.3)



Sl. 5.3.

Primenom pretpostavci da je $\beta = 1$, jednačina količine kretanja daje sledeći izraz za tok po jedinici širine:

$$\frac{1}{2}\gamma h'^2 - \frac{1}{2}\gamma h''^2 = \rho q W_2 - \rho q W_1$$

Uz pomoć jednačine kontinuiteta $q = W_1 h' = W_2 h''$ prethodna jednačina postaje:

$$\frac{h''}{h'} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8F_R^2} - 1\right) \qquad (5.13)$$

gde je:

$$F_R = \frac{W_1}{\sqrt{g h'}}$$

Jednačina (4.23) daje poznati odnos između dubina toka pre i posle hidrauličkog skoka.

6. GUBICI PRITISKA U TOKU

Član h_l Bernulijeve jednačine 5.6 ima različite vrednosti zavisno od vrste otpora koji prate strujanje. Gubitak pritiska (h_l) izazivaju sledeće dve grupe otpora:

(a) — otpori na pravolinijskom putu (linijski otpori),

(b) — mesni (lokalni) otpori,

pa se gubici pritiska dele na linijske i lokalne gubitke. Prvi su izazvani trenjem tečnosti o dodirne površine s čvrstim telom, dok druge prouzrokuje nagla promena pravca kretanja ili oblika strujanja (proširena, sužena, kolona i sl.).

Ukupni gubitak pritiska (h_l) se, približno, određuje kao prosta suma linijskih ($h_{lin.}$) i lokalnih ($h_{lok.}$) gubitaka:

$$h_l = h_{lin.} + h_{lok.} \tag{6.1}$$

Uobičajeno je da se obe vrste gubitaka izražavaju preko brzinske visine:

$$h_{lin\,(lok)} = \xi \frac{W^2}{2g} \tag{6,2}$$

gde je: ξ — koeficijent gubitka.

6.1. Lokalni gubici

Brzina toka ispred i iza lokalnog poremećaja strujanja može biti različita. U takvim slučajevima lokalni gubitak po formuli (6.2) može biti izražen preko brzinske visine ispred ($W_1^2/2g$) ili iza ($W_2^2/2g$) lokalnog poremećaja, pri čemu su koeficijenti gubitka brojno različiti:

$$h_{lok} = \xi_1 \frac{W_1^2}{2g} = \xi_2 \frac{W_2^2}{2g}$$

Koeficijent ξ_1 (ili ξ_2) ima stalnu vrednost za datu vrstu otpora.

Lokalni otpori se pojavljuju kako kod toka pod pritiskom, tako i kod strujanja sa slobodnim ogledalom vode. Zbog talasanja i drugih fenomena koji prate tok sa slobodnim ogledalom, koeficijenti lokalnih gubitaka su bar 50% veći nego isti koeficijenti pri strujanju pod pritiskom (isključuje se trenje i izlazni gubitak).

U praksi se najčešće sreću sledeći lokalni otpori:

(a) *Naglo proširenje.* Prema Bordinoj teoremi koeficijent gubitka iznosi:

$$\xi_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \tag{6,3}$$

gde je: A_2 — površina većeg (nizvodnog) poprečnog preseka.

A_1 — površina manjeg (uzvodnog) poprečnog preseka.

King smatra da formula:

$$h_{lok} = 0{,}01705\,(W_1 - W_2)^{1{,}919} \tag{6.4}$$

gde je $W_{1\backslash 2}$ — brzina u uzvodnom (nizvodnom) profilu, daje bolje rezultate.

(b) *Naglo suženje sa oštrim ivicama.* Gubitak pritiska zavisi od odnosa površina uzvodno (A_1) i nizvodno (A_2) od suženja, pa je koeficijent gubitka:

$$\xi_2=\left(\frac{1}{0{,}62+0{,}38\,(A_2/A_1)^3}-1\right)^2 \qquad (6{,}5)$$

(c) *Isticanje iz cevi u mirnu vodu.* Kada je izlaz nepotopljen, onda je koeficijent gubitka $\xi_1=1{,}0$. U slučaju potopljenog izlaza, koeficijent izlaznog gubitka je $\xi_1=0{,}90$.

(d) *Postepeno proširenje.* Koeficijent gubitka uz brzinsku visinu nizvodno od proširenja iznosi:

$$\xi_2=\sin 2\alpha\left(\frac{A_2}{A_1}-1\right)^2 \qquad (6{,}6)$$

gde je: α — ugao između ose cevi i bočnih zidova koji divergiraju.

Prema Rausu optimalno proširenje je 1 : 10, a odgovarajući gubitak:

$$h_{lok}=0{,}14\,\frac{W(_1-W_2)^2}{2\,g} \qquad (6{,}7)$$

Preporučuje se da ugao α bude izračunat iz odnosa:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt{g/D}}{2\,W} \qquad (6{,}8)$$

gde su: $W=\dfrac{W_1+W_2}{2}$ i $D=\dfrac{D_1+D_2}{2}$ srednje vrednosti brzina i prečnika na početku i kraju proširenja.

(e) *Postepeno suženje:* Ovaj lokalni gubitak zavisi od ugla konstrukcije (α), pa je koeficijent gubitaka:

Tabela 6.1

$2\alpha^0$	$\leqslant 5^0$	7	10	15	20	30	40	60	80^0
ξ_2	0,06	0,10	0,16	0,18	0,20	0,24	0,28	0,32	0,35

(f) *Ulaz u cev.* Pored gubitaka pritiska koji predstavlja brzinska visina, gubitak na ulazu u dovod analogan je gubitku u kratkoj cevi. Veličina koeficijenta gubitaka zavisi uglavnom od geometrije ulaza:

oštroivični ulaz	$\xi_2=0{,}56$
malo zaobljen	$\xi_2=0{,}23$
zaobljen sa $r/D\geqslant 0{,}15$	$\xi_2=0{,}10$
eliptični ulaz kružnog poprečnog preseka	$\xi_2=0{,}05$
eliptičan ulaz pravougaonog preseka	$\xi_2=0{,}16$

Najmanji gubici se dobijaju pri zaobljenju ulaza preko sledećih jednačina:

— za kružni poprečni presek dovoda:

$$\frac{x^2}{(0{,}5D)^2}+\frac{y^2}{(0{,}15D)^2}=1 \qquad (6{,}9)$$

— za pravougaoni presek sa spuštenim dnom na ulazu:

$$\frac{x^2}{D^2}+\frac{y^2}{(0{,}33D)^2}=1 \qquad (6{,}10)$$

— za pravougaoni ulaz sa dnom ulaza i dovoda u istoj ravni:

$$\frac{x^2}{D^2}+\frac{y^2}{(0{,}67D)^2}=1 \qquad (6{,}11)$$

U gornjim jednačinama je D — prečnik cevi, odnosno, širina (za horizontalni presek) ili visina (za vertikalni presek) dovoda pravougaonog poprečnog preseka.

(g) *Rešetka.* Kriger je dao sledeću jednačinu za koeficijent gubitaka:

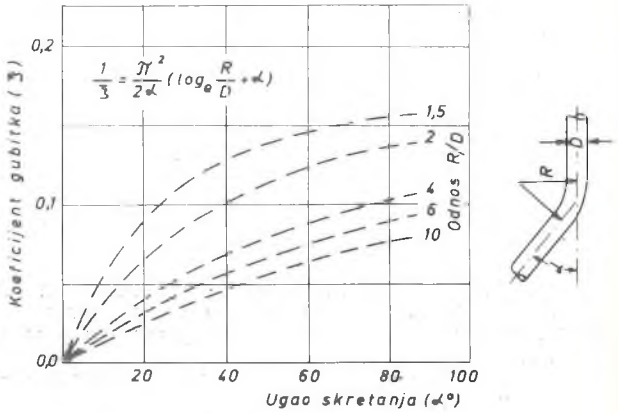
$$\xi=1{,}45-0{,}45\,R-R^2 \qquad (6.12)$$

gde je R odnos neto i bruto površine preseka na mestu rešetke. Ova vrednost koeficijenta gubitka treba da se primeni na brzinsku visinu u neto preseku. Generalno, u profilu rešetke je brzina mala, pa je mali i gubitak pritiska. Nagomilavanje materijala na rešetki može znatno povećati gubitke pritiska.

(h) *Krivina.* Gubici u krivinama (isključujući gubitke na trenje) su posledica poremećaja rasporeda brzina. Osnovni parametri koji utiču na koeficijent gubitaka su ugao krivine i odnos između poluprečnika krivine i prečnika cevi. Vrednost koeficijenta gubitka izračunava se preko jednačine:

$$\frac{1}{\xi} = \frac{\pi^2}{2\alpha}\left(\log_e \frac{R}{D} + \alpha\right) \qquad (6,13)$$

Dijagram na slici 6.1 grafički prikazuje promenu koeficijenta gubitka u odnosu na promenu ugla α i odnosa R/D.



Sl. 6.1.

Edison i Raus su pokazali da se gubici na krivini mogu znatno smanjiti postavljanjem usmerivača. Ovo se, međutim, retko čini jer su, obično, ovi gubici veoma mali. Prethodna formula je upotrebljiva i za pravougaone cevi kod kojih odnos širina-visina nije mnogo različit od jedinice. Tada D u gornjoj formuli označava visinu dovoda za vertikalne krivine, odnosno širinu dovoda za horizontalne krivine.

(i) *Račve.* Problem određivanja ovih gubitaka je složen zbog toga što postoji mnogo kombinacija račvi različitih veličina uglova i načina izrade. Prema E. Mošonjiju (E. Mossonyi) hidraulički gubici na spojevima Y tipa uglavnom zavise od ugla račve i odnosa površine poprečnih preseka. Koeficijenti gubitaka za dobro oblikovanu račvu Y tipa variraju između 0,25 i 0,50 za razliku od račvi koje nisu pogodno oblikovane. Za račvu pod uglom skretanja od 90° koeficijent gubitaka može dostići vrednost 1,0. Definišući protok koji dolazi do tačke račvanja kao $Q = Q_g + Q_r$, Mošonji je dao tabelu 6.2 gde su prikazani koeficijenti gubitaka za različite odnose Q_g/Q_r za račvu od 90° i 30°, gde indeksi g i r označavaju tok u glavnoj cevi i odvojku.

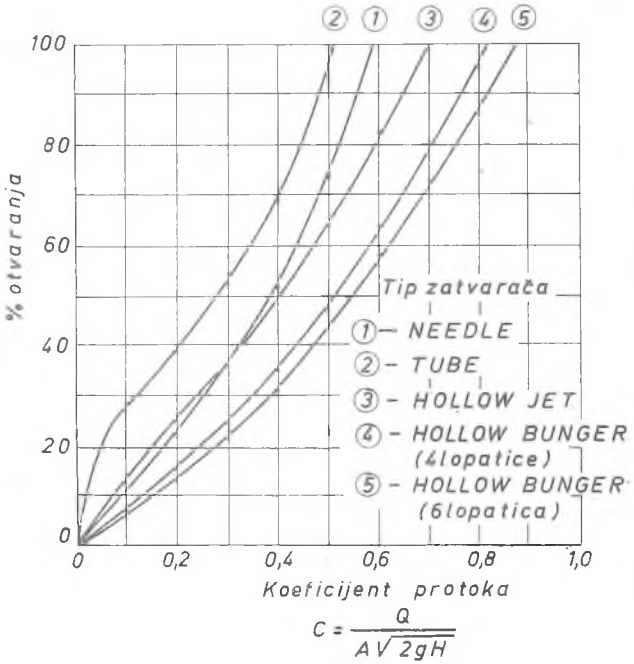
Tabela 6.2

$\frac{Q_g}{Q}$	Koeficijenti gubitaka			
	$\alpha = 90^0$		$\alpha = 30^0$	
	ξ_g	ξ_r	ξ_g	ξ_r
0,10	0,03	0,09	0	0,78
0,25	0	0,88	0	0,63
0,50	0	0,91	0	0,44
0,75	0,18	1,06	0,16	0,36
0,90	0,28	1,20	0,26	0,41

(j) *Zatvarači.* U potpuno otvorenom položaju tablasti zatvarači prouzrokuju najmanje, a loptasti najveće gubitke.

U zavisnosti od položaja konusa koeficijenti gubitaka za leptirasti zatvarač su:

α^0	0	5	10	20	30	40	50
ξ	0,10	0,24	0,52	1,54	3,91	10,80	32,60



Sl. 6.2.

Promena koeficijenta protoka (μ) sa % otvaranja za nekoliko osnovnih tipova zatvarača koji se najčešće sreću u praksi prikazana je grafički na slici 6.2. Koeficijent gubitka, ξ, izračunava se pomoću jednačine

$$\xi = \frac{1}{\mu^2}.$$

6.2. Linijski gubici pri ustaljenom ravnomernom strujanju vode

Karakteristika ravnomernog ustaljenog strujanja je nepromenljivost radijusa (R) duž toka. Gubitak pritiska na nekoj dužini (L) je tada proporcionalan dužini:

$$h_{lin} = \frac{\lambda L}{4R}\frac{W^2}{2g} \tag{6,14}$$

gde je λ — koeficijent trenja Darsi-Vajsbaha (Darcy-Weisbach).

Šezi (Chezy) je uveo bezdimenzionalan koeficijent:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \tag{6,15}$$

pa sada osnovna formula za linijske gubitke dobija oblik:

$$h_{lin} = \frac{L}{C^2 R}W^2 \tag{6,16}$$

gde je W — srednja brzina toka.

Koeficijent C (ili λ) varira u funkciji rapavosti, brzine i hidrauličkog radijusa. Poznata je i široko korišćena Maningova formula za proračun Šezijevog koeficijenta:

$$C=\frac{1}{n}R^{1/6} \qquad (6,17)$$

gde je n — koeficijent rapavosti, R — hidraulički radijus.

Između mnogih formula eksponencijalnog tipa:

$$W=aR^{x}I^{y} \qquad (6.18)$$

najpoznatije su Skobijeva (Scobey) i Hazen-Vilijamova (Hazen-William) formula. Ove jednačine, mada dimenzionalno nepotpune, korisne su za primenu unutar granica parametara za koje su utvrđene.

7. REŽIMI STRUJANJA FLUIDA

Tok može biti laminaran ili turbulentan zbog efekta viskoznosti. Režim strujanja pri kome nema pulzacija brzina, pa ni mešnanja čestica, naziva se laminarnim tokom. Ako su pulzacije brzine prisutne u toku, onda se kaže da je režim strujanja turbulentan. Obe vrste kretanja mogu se videti u cevima i kanalima, pri čemu laminarnom kretanju odgovaraju obično male brzine, a turbulentnom velike. Pri povećanju brzine laminarno strujanje prelazi u turbulentno. Obratna pojava nastupa prilikom smanjenja brzine. Stanje strujanja zavisi od srednje brzine toka, viskoznosti, gustine fluida i karakteristične geometrijske razmere korita (na primer: prečnika cevi). Pomoću ove četiri veličine komponovana je bezdimenzionalna veličina — Rejnoldsov (Reynolds) broj:

$$Re=\frac{WI}{\mu/\rho}=\frac{WI}{\nu} \qquad (7,1)$$

gde je W — brzina (m/sec); ν — kinetički koeficijent viskoznosti (m^2/sec); l — karakteristična linearna razmera koja može biti prečnik cevi, hidraulički radijus ili dubina vode u kanalu.

Vrednost Re koja odgovara prelazu iz turbulentnog u laminarni režim, naziva se kritičkim brojem Rejnoldsa (Re_{kr}).

Pri strujanju tečnosti u kružnim glatkim cevima je:

$$Re\,(krit)=\frac{WD}{\nu}=2320 \qquad (7,2)$$

Za otvorena korita sa glatkim zidovima približna vrednost kritičkog Re broja je:

$$Re\,(krit)=\frac{WR}{\nu}=580 \qquad (7,3)$$

Unutarnje površine zidova koji ograničavaju tok imaju različite rapavosti koje zavise od materijala od koga su zidovi izrađeni, načina obrade zidova i uslova eksploatacije. Pod *apsolutnom rapavošću* (ε) podrazumeva se prosečna visina svih neravnina zidova. Odnos apsolutne rapavosti i neke karakteristične dužine proticajnog preseka toka naziva se *relativnom rapavošću*. Ako se sve neravnine nalaze u laminarnom graničnom sloju ($\varepsilon\leqslant\delta$ gde je δ — debljina graničnog sloja), tada gubitak pritiska ne zavisi od rapavosti zidova, pa se oni tada nazivaju *hidraulički glatkim*. Zidovi se smatraju hidraulički glatkim ako je $\varepsilon<0{,}25\,\delta$. Ukoliko je $\varepsilon\geqslant\delta$ ($\varepsilon>6\delta$) za zidove se kaže da su *rapavi*. Jedan zid može biti hidraulički gladak pri nekoj vrednosti Re, ali pri povećanju Re isti zid može postati hidraulički rapav.

Iz prethodnog sledi da se gubitak pritiska mora studirati posebno za laminarno, a posebno za turbulentno strujanje. Sem toga, turbulentno strujanje se, pri proračunu gubitaka pritiska, deli na strujanje u hidraulički glatkim i rapavim koritima.

7.1. Laminarni režim

U laminarnom toku viskozne sile su dominantne u odnosu na inercijalne sile. Zbog toga se fluidni delić kreće po skoro glatkoj liniji puta, pa nema zajedničkog mešanja pri premeštanju fluidnog delića od tačke do tačke duž toka. Rešenje mnogih problema pri laminarnom režimu bazira na jednačini:

$$\tau=\mu\frac{dv}{dy}=\nu\frac{d(\rho v)}{dy} \tag{7,4}$$

iz koje se izvodi sledeća jednačina za proračun linijskog gubitka pri laminarnom strujanju u cevi:

$$h_{lin}=\frac{64}{Re}\frac{L}{D}\frac{W^2}{2g} \tag{7,5}$$

gde je $Re=\frac{WD}{\nu}$; L — dužina cevi; D — prečnik cevi;

W — srednja brzina toka u cevi.

Kriva raspodele brzine u poprečnom preseku cevi je parabola oblika:

$$\frac{v}{v_{max}}=1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \tag{7,6}$$

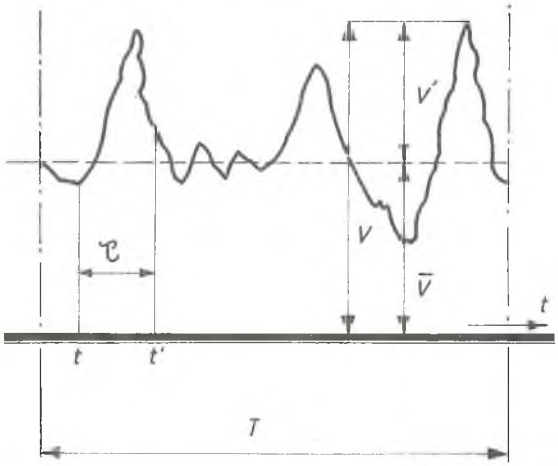
gde je v — brzina u tački udaljenoj r od osovine cevi; $v_{max}=2Q/A$; r_0 — poluprečnik cevi; A — površina proticajnog preseka; Q — protok.

Iz prethodnih jednačina se vidi da gubitak pritiska pri laminarnom strujanju ne zavisi od rapavosti zidova, što znači da se zidovi pri laminarnom strujanju ponašaju kao hidraulički glatki.

7.2. Turbulentni režim

U turbulentnom toku fluidni delići se kreću po nepravilnoj putanji. U jednoj istoj tački brzina i pritisak ne ostaju konstantni, već se menjaju tokom vremena.

Promena brzine i pritiska je neregularna i ima slučajni karakter. Slučajna promena brzine i pritiska najprikladnije se opisuje statističkim metodama. Primena metoda matematske statistike zahteva posedovanje serije eksperimentalnih podataka — realizacija. Svaka realizacija je neslučajna funkcija koja zadovoljava Navije-Stoksove jednačine kretanja i koja je, blagodareći dejstvu viskoznih sila, dovoljno glatka funkcija svojih promenljivih. Puna predstava o turbulentnoj strukturi toka može se dobiti samo preko dovoljno velikog broja realizacija pojave koja se studira. Suština je u sledećem: Data je jedna pojava (na primer: brzina v) koja podleže zakonima verovatnoće, pa se iz velikog broja realizacija može izvući neka srednja vrednost $\bar{V}$. Ipak, u svakoj pojedinačnoj realizaciji javlja se neka vrednost v i samo je ona fizička realnost. Tako se dolazi do rastavljanja slučajne pojave v na dva dela (slika 7.1):



Sl. 7.1.

$$v = \bar{v} + v' \tag{7,7}$$

Cilj da se odredi $\bar{v}$, što se može učiniti ako je poznata funkcija raspodele verovatnoće promenljive v u svakoj tački prostora. Najprostija statistička karakteristika serije realizacija je matematičko očekivanje

$$\bar{V} = \int_{-\infty}^{+\infty} v p(v)\, dv \tag{7,8}$$

gde je $p(v)$ — funkcija raspodele verovatnoće promenljive v.

Matematičko očekivanje pulzacione komponente (v') je po definiciji ravno nuli. Druga važna karakteristika slučajne funkcije je korelaciona funkcija $K(x, x')$ koja je pri svakom paru vrednosti x, x' jednaka matematičkom očekivanju proizvoda pulzacionih komponenata:

$$K(x,x') = \overline{v'(x) \cdot v'(x')} \tag{7,9}$$

Kada je $x = x'$ korelaciona frunkcija se pretvara u disperziju

$$D = \overline{v'^2} \tag{7.10}$$

odnosno, u srednje kvadratno odstupanje:

$$\varsigma = \sqrt{D} \tag{7,11}$$

Korelaciona funkcija koja se odnosi na jednu tačku prostranstva, ali na razne vremenske trenutke, naziva se *autokorelaciona funkcija* (autokorelacija). Kada su i tačke u prostoru i vremenski trenuci različiti, za korelaciju se upotrebljava izraz *uzajamna korelacija.*

Generalno, i matematičko očekivanje i korelaciona funkcija su promenljive veličine u toku vremena. Ukoliko matematčko očekivanje i disperzija slučajne funkcije ne zavise od vremena, onda se takva slučajna funkcija naziva stacionarnom. Pretpostavka o stacionarnosti slučajne funkcije se najviše upotrebljava pri rešavanju praktičnih zadataka jer daje sledeće proste oblike karakterističnih veličina:

— matematičko očekivanje

$$\bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T v'(t)\, dt \tag{7,12}$$

— disperzija

$$D = \frac{1}{T} \int_0^T [v'(t)]^2\, dt \tag{7,13}$$

— autokorelaciona funkcija

$$R(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} v'(t) \cdot v'(t+\tau)\, dt \tag{7,14}$$

— uzajamno korelaciona funkcija

$$K(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} v_1'(t) \cdot v_2'(+\tau)\, dt \tag{7,15}$$

gde su: v_1' i v_2' — pulzacione komponente slučajne funkcije u dvema tačkama prostora.

U analizi stacionarnog slučajnog procesa često je u upotrebi spektar slučajne funkcije, koji opisuje raspored disperzije u zavisnosti od učestalosti. To je amplitudno-frekventna karakteristika procesa koja dozvoljava ocenu opasnosti od rezonantnosnih kolebanja i vibracija konstrukcije. Veza između korelacione i spektralne funkcije data je izrazom:

$$S(\omega)=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{max} R(\tau)\cos\omega\tau\, dt \qquad (7{,}16)$$

gde je: $\omega=2\pi f$ — ugaona frekvencija; f— učestalost kolebanja izražena u hercima.

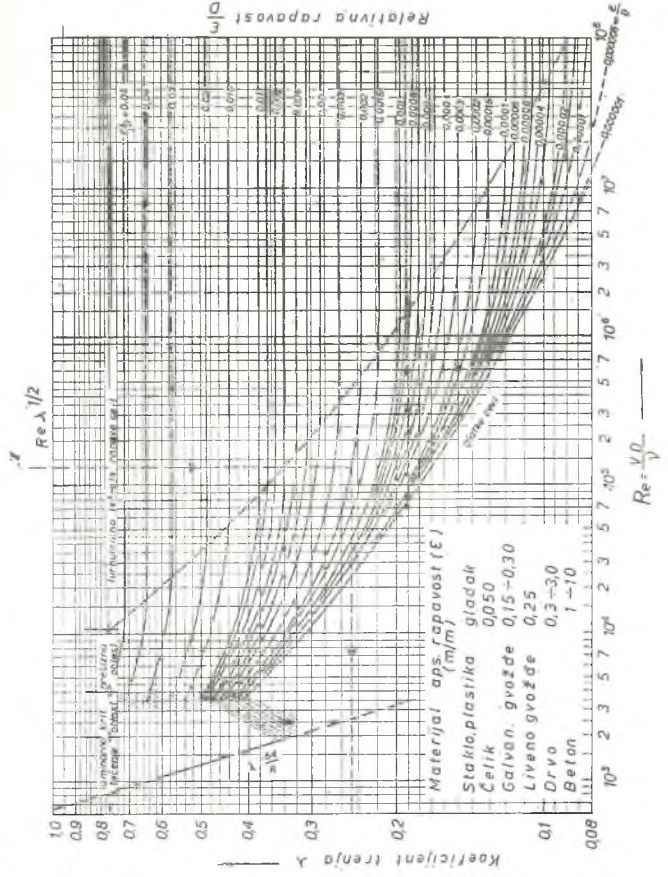
Važno je naglasiti da struktura polja brzina nije haotična jer je polje brzina u svakom trenutku vezano fizičkim zakonom i jednačinama kretanja. Kada se u poznate Navije-Stoksove jednačine kretanja uvede izraz $v_i=\overline{v_i}+v_i'$ dolazi se do Rejnoldsovih jednačina kretanja turbulentnog fluida:

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial t}+v_j\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\sigma_{ij}-\rho\,\overline{v_i'\,v_j}\right)+\overline{F_i} \qquad (7{,}17)$$

$$(i,\ j=1,\ 2,\ 3)$$

gde su σ_{ij} — tangencijalni naponi koji deluju na površine elementarne prizme. Rezultat gornje procedure je pojava Rejnoldsovih napona $\rho\,\overline{v_i'\,v_j'}$, po čemu se Rejnoldsove jednačine razlikuju od Novije-Stoksovih.

Gubitak pritiska na trenje pri ravnomernom turbulentnom strujanju vode u cevi izračunava se preko jednačine (6.14). Darsijev koeficijent trenja u ovom slučaju iznosi:



Sl. 7.2.

— za glatke cevi:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log_{10} Re \sqrt{\lambda} - 0{,}8 \qquad (7{,}18)$$

— za rapave cevi:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log_{10} \frac{D}{2\varepsilon} + 1{,}74 \qquad (7{,}19)$$

— za prelazni domen:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3{,}7 D} + \frac{2{,}51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \qquad (7{,}20)$$

Funkcija $\lambda = \lambda \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right)$ grafički je prikazana na slici 7.2. Pri orijentacionim proračunima obično se usvaja da je $\lambda = 0{,}02 \div 0{,}025$.

8. TEORIJA GRANIČNOG SLOJA

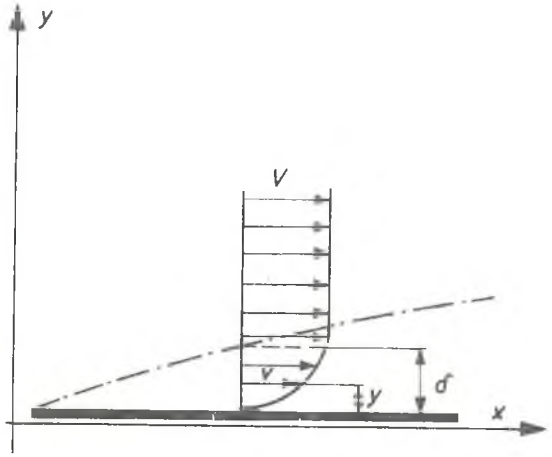
Pri strujanju realnog fluida, sloj tečnosti u blizini graničnih površina se usporava zbog otpora strujanja izazvanih smičućim naponima na granici. Kod kretanja fluida malog viskoziteta, odn. kod strujanja pri velikim Rejnoldsovim brojevima, uticaj viskoziteta se ograničava na jedan vrlo tanak sloj uz zid — *granični sloj*. Raspored brzina u toku van graničnog sloja identičan je kao kod strujanja idealne tečnosti. U samo graničnom sloju se brzine smanjuju do nule na zidu (slika 8.1). Granični sloj se razvija kako u laminarnom, tako i u turbulentnom toku.

Debljina graničnog sloja je arbitrarno definisana kao debljina pri kojoj se brzina na ivici graničnog sloja ne razlikuje za više od 1% od brzine pri potencijalnom kretanju. Često je u upotrebi i debljina istiskivanja definisana sa

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{v}{V} \right) dy \qquad (8{,}1)$$

koja daje veličinu za koju se pomeraju strujnice spolja usled formiranja graničnog sloja na telu.

Granični sloj koji je u početku laminiran, povećava svoju debljinu niz tok, postaje nestabilan i, pri kritičnom Rejnoldsovom broju, prelazi u *turbulentni granični sloj*.



Sl. 8.1.

Između turbulentnog graničnog sloja i granične površine stvara se vrlo tanka struja laminiranog toka, poznata kao *laminirani sloj*.

Pri proučavanju turbulentnog graničnog sloja značajnu ulogu igraju dva tipa graničnih površina:

(a) glatki zidovi kod kojih je apsolutna rapavost pokrivena laminarnim podslojem tako da rapavost nema uticaja na tok unutar graničnog sloja,

(b) rapavi zidovi kod kojih je laminarni sloj poremećen apsolutnom rapavošću zidova koji direktno doprinose razvoju turbulencije.

Diferencijalna jednačina za strujanje kroz granični sloj pri ravanskom, ustaljenom strujanju preko ravne površine ima oblik:

$$v_x=\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}+\upsilon\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \qquad (8,2)$$

Jednačina za strujanje kroz granični sloj duž krivih zidova istovetna je sa gornjom jednačinom, pod uslovom da je debljina graničnog sloja mala u poređenju sa poluprečnikom krivine.

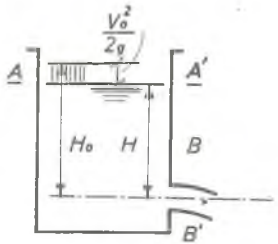
B. STRUJANJE POD PRITISKOM

9. ISTICANJE TEČNOSTI KROZ OTVORE

Isticanje tečnosti kroz otvore je i teorijski i eksperimentalno dobro proučena oblast hidromehanike.

9.1. Nepotopljeno isticanje

Šema isticanja kroz nepotopljene male otvore u tankom zidu pri konstantnom pritisku prikazana je na slici 9.1.



Sl. 9.1.

Tečnost u suženom preseku $B-B'$ imaće brzinu:

$$V=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\Sigma\xi}}\sqrt{2g\,H_0} \qquad (9,1)$$

gde je α — Koriolisov koeficijent, a $\Sigma\xi$ — ukupan gubitak pritiska na savlađivanje otpora. Izraz

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \Sigma\xi}} \tag{9,2}$$

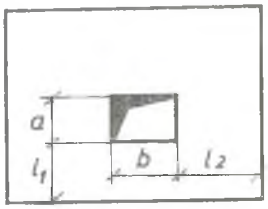
naziva se koeficijentom brzine. Protok koji ističe iz rezervoara jednak je

$$Q = \varepsilon\,\omega\,v = \mu\,\omega\sqrt{2gH} \tag{9,3}$$

gde je $\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_{suž}}$ — koeficijent suženja; ω — površina otvora; $\omega_{suž}$ — površina mlaza u preseku $B-B'$; μ — koeficijent protoka.

Otvor se smatra malim ako je odnos $\left(\frac{\mu\omega}{\omega_0}\right)^2$ zanemarljivo mala vrednost i ako je visina otvora manja od 0,1 H (ω_o — površina u preseku $A-A'$).

Savršeno suženje je ostvareno kada je (slika 9.2) $l_1 > 3a$; $l_2 > 3b$; u protivnom, suženje je nesavršeno.



Sl. 9.2.

Kaže se da je suženje potpuno kada se struja sužava po celom obimu otvora. Ako ovaj uslov nije ispunjen, suženje je nepotpuno.

Prosečni koeficijent suženja za potpuno i savršeno suženje je $\varepsilon = 0{,}6 \div 0{,}64$.

Koeficijent protoka (μ) ima sledeće vrednosti:

(a) potpuno i savršeno suženje $\mu = 0{,}62 + 0{,}60$.

(b) nepotpuno i savršeno suženje $\mu_1 = \mu\,(1 + k\,\frac{n}{p})$

gde je: p = obim celog otvora

n — obim dela konture koja ne sužava struju

k — 0,13 (0,15) — za okrugle (pravougaone) otvore

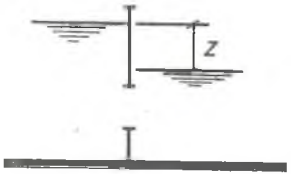
(c) puno i nesavršeno suženje $\mu_2 = \mu\left[1 + 0{,}64\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2\right]$ (9,4)

gde je: ω — površina otvora;

Ω — površina zida u kome se otvor nalazi.

9.2. **Potopljeno isticanje**

Jednačina za isticanje tečnosti pri potopljenom otvoru (slika 9.3) ima oblik:



Sl. 9.3.

$$Q = \mu\,\omega\sqrt{2gz} \tag{9,5}$$

u kojoj koeficijent protoka ima iste brojne vrednosti kao pri nepotopljenom isticanju.

9.3. Isticanje tečnosti kroz naglavke

Naglavci su kraće cevi dužine $(3 \div 4)\,D$, gde je D — prečnik naglavka, i služe za povećanje brzine i protoka. Proticaj se izračunava preko izraza:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH} \tag{9,6}$$

Koeficijenti μ su prikazani u sledećoj tabeli:

1. Venturijev naglavak sa oštrim ulazom		0,82
2. Venturijev naglavak sa blagim ulazom		0,95
3. Bordin naglavak	$1 < 3d$	0,51
4. Bordin naglavak	$1 > 3d$	0,71
5. Konični konvergentni	$2\beta = 12^0 \div 15^0$	0,94
6. Konični divergentni	$2\beta = 5^0$	0,48
7. Konoidalni		0,97

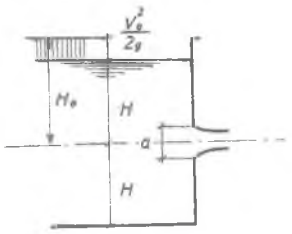
9.4. Isticanje kroz velike otvore pri konstantnom pritisku

U ovom slučaju donji ističući slojevi imaju veću brzinu.

Protok po jedinici dužine otvora nalazi se preko jednačine:

$$q = \mu a\sqrt{2g\,H_0} \tag{9,7}$$

Za simetrično položen otvor (slika 9.4). Raus daje sledeće koeficijente proticaja:



Sl. 9.4.

a/2H	0,0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
μ	0,610	0,612	0,635	0,680	0,780	1,000

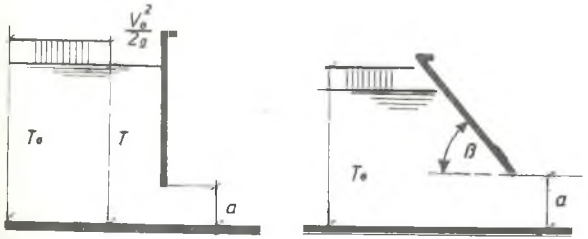
9.5. Isticanje ispod ustava

Najčešće je u upotrebi jednačina:

$$q = \mu a\sqrt{2g(T_0 - \varepsilon a)} \tag{9,8}$$

Koeficijenti isticanja ispod ravne vertikalne i ravne nagnute ustave (slika 9.5), dati su u sledećoj tabeli:

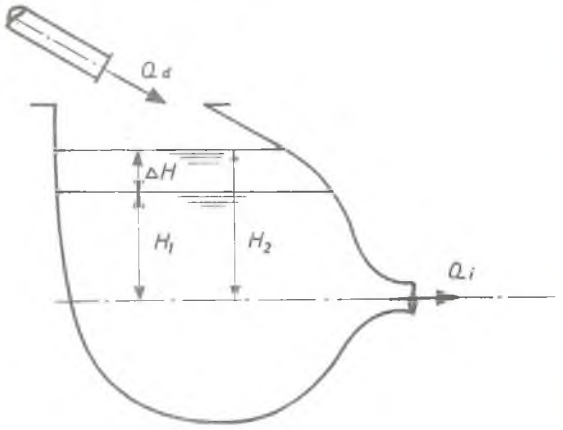
Vertikalna ustava			Kosa ustava		
a/T	ε	μ	β^0	ε	μ
0	0,611	0,611	0	1,00	0,97
0,1	0,615	0,611	30	0,80	0,78
0,3	0,625	0,614	70	0,65	0,63
0,5	0,644	0,621	90	0,61	0,59
0,65	0,672	0,628	110	0,59	0,57



Sl. 9.5.

9.6. Isticanje u atmosferu pri promenljivom pritisku

Ako je doticaj u rezervoar (Q_d) različit od isticanja (Q_i) strujanje vode je nestacionarno i dešava se pri promenljivom pritisku (slika 9.6). Osnovni zadatak je određivanje funkcije $H=f(t)$.



Sl. 9.6.

Vreme potrebno da se nivo vode promeni za $\triangle H$ izračunava se preko jednačine:

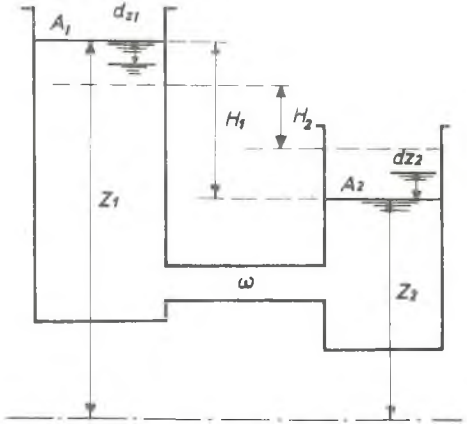
$$t=\int_{H_1}^{H_2}\frac{A\,dH}{Q_d-\mu\omega\sqrt{2gH}} \qquad (9,9)$$

gde je A — površina nivoa vode u rezervoaru; ω — površina ispusta. Za proračun gornjeg integrala potrebno je poznavati zavisnost $A-f(H)$; vezu $Q_i=f_1(H)$ i funkciju $Q_d=f_2(t)$.

Integraljenje se obično sprovodi metodom sumiranja.

9.7. Spojeni sudovi

Za ovaj slučaj isticanja (slika 9.7) vreme potrebno da se visinska razlika (H_1) između nivoa vode smanji na vrednost H_2 iznosi:



Sl. 9.7.

$$t=\frac{2A_1A}{A_1+A_2}\,\frac{\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2}}{\mu\omega\sqrt{2g}} \qquad (9,10)$$

Jednačina važi za slučaj prizmatičnih rezervoara. U opštem slučaju važi formula:

$$t=-\frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}}\int_{H_1}^{H_2}\frac{A_1dz_1}{\sqrt{H}} \qquad (9,11)$$

za čiju je integraciju potrebno poznavanje veze $A_1=f(H)$ i $dz_1=f_1(H)$.

10. USTALJENO STRUJANJE U CEVIMA

Pri hidrauličkim proračunima ustaljenog strujanja u cevima pod pritiskom, upotrebljavaju se sledeće osnovne formule:

— Bernulijeva jednačina

$$Z+\frac{p}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}=Z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+h_t \qquad (10,1)$$

— jednačina kontinuiteta

$$A_1\cdot V_1=A_2\cdot V_2=Q \qquad (10,2)$$

— formule za određivanje gubitka pritiska zbog trenja

$$h_{tr}=\lambda\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \text{ ili } h_{tr}=\frac{Q^2}{K^2}L \qquad (10,3)$$

gde je $K=AC\sqrt{R;A}$ — proticajna površina; C — Šezijev koeficijent; $R=A/P$ — hidraulički radijus; P — okvašen obim.

Pri određivanju Šezijevog koeficijenta C najpoznatija je Maningova formula

$$C=\frac{1}{n}R^{1/6} \qquad (10,4)$$

gde je n — koeficijent trenja čije su vrednosti za neke materijale date u donjoj tabeli:

	n
1. Emajlirane površine	0,009
2. Izglačane daske i malter od čistog cementa	0,010
3. Nove keramičke, gvozdene i livene cevi	0,011
4. Veoma dobro betonirane površine	0,012
5. Umereno inkrustirane cevi	0,013
6. Betonska površina normalne rapavosti	0,014
7. Gruba betonska površina	0,017

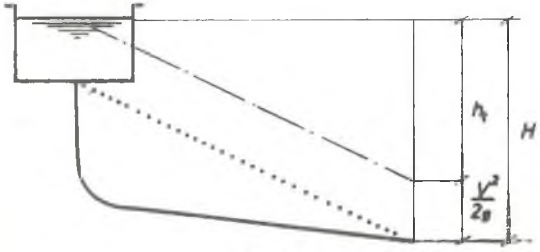
Veza između Šezijevog i Darsijevog koeficijenta data je izrazom: $C=\sqrt{8g/\lambda}$, a veza između koeficijenta λ i n određena je sa

$$\lambda=125\frac{n^2}{\sqrt[3]{D}} \qquad (10,5)$$

Kod šeme prostog cevovoda (slika 10.1) važi odnos:

$$H=\frac{V^2}{2g}\left(1+\Sigma\xi+\lambda\frac{l}{D}\right) \qquad (10,6)$$

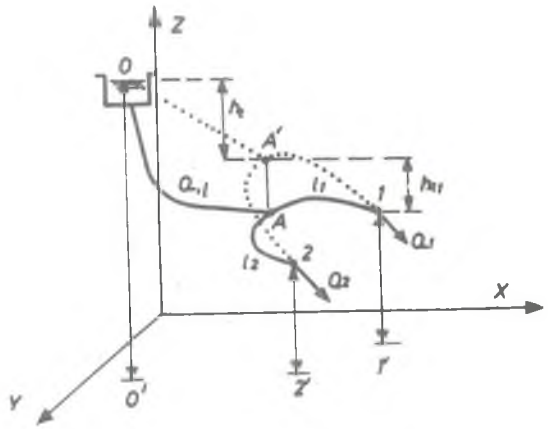
odakle se mogu izračunati H ili Q ili D kada su druga dva poznata.



Sl. 10.1.

Gornji izraz se može napisati i u obliku $H-V^2/2g+h_t$. U gornjoj jednačini je zbir svih koeficijenata lokalnog otpora označen sa $\Sigma\xi$.

Kod šeme složenog cevovoda oblika kao na slici 10.2, protoci Q_1 i Q_2, pri zadanim ostalim elementima se nalaze prema sledećem postupku:



Sl. 10.2.

Najpre se iz sistema:

$$Z_1 = +(1+\Sigma\xi_1)\frac{Q_1^2}{2g\,A_1^2}+\frac{Q_1^2}{K_1^2}\,l_1 =$$

$$= Z_2+(1+\Sigma\xi_2)\frac{Q_2^2}{2g\,A_2^2}+\frac{Q_2^2}{K_2^2}\,l_2 \qquad (10,7)$$

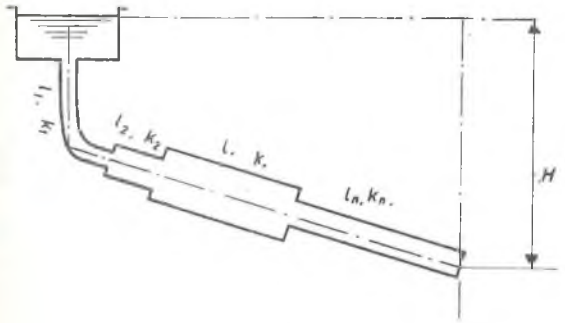
izračunava odnos $Q_1=f(Q_2)$, pri čemu se varira Q_2 i traži Q_1. Protok Q_2 izračunava se iz jednačine:

$$H_0 = Z_2+\frac{Q_2^2}{2g\,A_2^2}(1+\Sigma\xi_2)+\frac{Q_2^2}{K_2^2}\,l_2+\frac{[f(Q_2)+Q_2]^2}{K_2^2}L \qquad (10,8)$$

Protok Q_1 se nalazi iz odnosa $Q_1=f(Q_2)$, a ukupan protok iznosi $Q=Q_1+Q_2$.

Gubitak pritiska u cevovodu čiji se prečnik menja duž toka (slika 10/3), izračunava se po formuli:

$$H = \Sigma h_{lok}+\frac{V_n^2}{2g}+Q^2\left(\frac{l_1}{K_1^2}+\frac{l_2}{K_2^2}+\cdots+\frac{l_n}{K_n^2}\right) \qquad (10,9)$$



Sl. 10.3.

gde je Σh_{lok} — lokalni gubici; $V_n^2/2g$ — brzinska visina na izlazu cevi; l — dužine deonice; K — karakteristika protoka deonice.

11. NEUSTALJENO STRUJANJE U CEVIMA

11.1. Osnovne jednačine

Osnovna diferencijalna jednačina neustaljenog toka duž trajektorije čestice fluida ima oblik:

$$-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial s}-\frac{dz}{ds}-\frac{\tau}{\gamma}\frac{dx}{d\omega}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2g}\right)=0 \quad (11,1)$$

Za strujanje u cevi rešenje gornje diferencijalne jednačine ima oblik

$$H_1+\frac{v_1^2}{2g}=H_2=\frac{v_2^2}{2g}+h_t+h_i \quad (11,2)$$

gde je:

$$h_t=\int\frac{\tau}{\gamma}\frac{dx}{d\omega}ds \text{ gubitak pritiska} \quad (11,3)$$

$$h_i=\int\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}ds \text{ inercijalni pritisak} \quad (11,4)$$

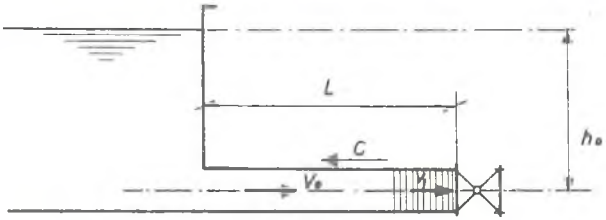
U slučaju strujanja nestišljive tečnosti u pravolinijskom cevovodu konstantnog prečnika važi sledeći odnos:

$$\Delta H=\left(\frac{p_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+z_2\right)=\lambda\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}+\frac{L}{g}\frac{dv}{dt} \quad (11,5)$$

11.2. Hidraulički udar u cevovodima

Hidrauličkim udarom naziva se praktično trenutno povećanje pritiska, koje prati brzu promenu brzine toka u cevi, izazvanu, na primer, veoma brzim zatvaranjem zatvarača na kraju cevi. Hidraulički udar nastaje usled inercije vode koja se kreće u dovodu.

Kod proučavanja hidrauličkog udara stišljivost se ne može zanemariti jer ona u stvari i definiše veličinu pritiska. Neposredno odmah posle zatvaranja cevovoda, voda se zaustavlja (najpre neposredno uz zatvarač) i sabija (slika 11.1). Granica između zaustavljene i nezaustavljene vode kreće se brzinom:



Sl. 11.1.

$$c=\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}\frac{1}{\sqrt{1+D/\delta\cdot E_v/E_c}} \quad (11,6)$$

gde je $E_v=2{,}1\times10^4$ kg/cm² — zapreminski moduo elastičnosti za vodu; ρ — gustina; D — prečnik dovoda; δ — debljina zidova cevi; E_c — moduo elastičnosti zidova cevi.

Povećanje pritiska usled naglog zatvaranja iznosi:

$$\Delta h=\frac{c(v_0-v_1)}{g} \quad (11,7)$$

gde je v_0 — brzina vode u cevi pre početka zatvaranja; v_1 — brzina posle manevra trenutnog zatvaranja.

Trenutak kada je sva voda u cevovodu zaustavljena odgovara vremenu:

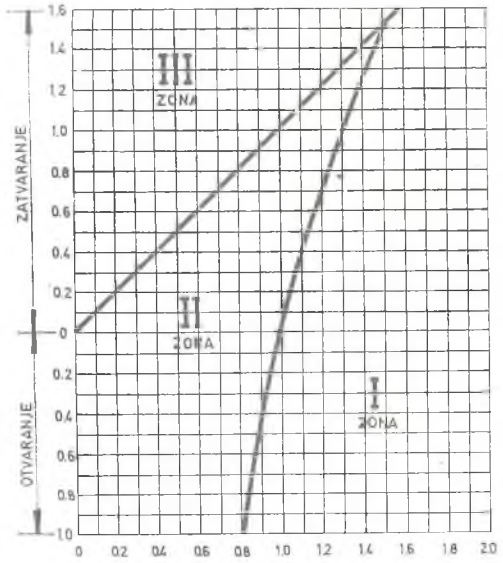
$$T'=L/c \quad (11,8)$$

gde je l — dužina cevovoda. Ako je vreme zatvaranja zatvarača (T_z) kreće od vremena T — $2L/c$, kaže se da je zatvaranje u hidrauličkom smislu *naglo*. U slučajevima kada je $T=2L/c<T_z$ nastupa slučaj *postepenog*

zatvaranja ili otvaranja. Vremenski interval $T=2L/c$ naziva se fazom.

Za postepeno zatvaranje kod linearnog smanjenja brzine, maksimalni natpritisak se nalazi po formuli Mišoa (Michaud):

$$\Delta h=\frac{2L\,v_0}{g\,T_z} \tag{11,9}$$



Sl. 11.2.

U slučaju kada se veličina otvora zatvarača linearno smanjuje sa vremenom, mogu nastupiti tri tipa promene pritiska u zavisnosti od sledećih karakteristika dovoda i vremena zatvaranja (slika 11.2):

$$\mu=\frac{c\,v_0}{2g\,h_0} \tag{11,10}$$

$$\sigma=\frac{Lv_0}{g h_0\,T_z} \tag{11,11}$$

τ_0 — odnos veličine početnog otvora (pri $t=0$) i punog otvora zatvarača.

Kod tipa I natpritisak se neprestano povećava do granične vrednosti date izrazom:

$$gran\left(\frac{\Delta h}{h_0}\right)_{max}=\frac{\sigma}{2}\left(\sqrt{\sigma^2+4}+\sigma\right) \tag{11,12}$$

Kod tipa II natpritisak je na kraju I faze i veći je od natpritiska datog jednačinom (11.12):

$$\left(\frac{\Delta h}{h_0}\right)_{1\,max}=2\mu\left(1+\mu\,\tau_1^2-\tau_1\sqrt{1+2\mu+\tau_1^2\,\mu^2}\right) \tag{11.13}$$

gde je $\tau_1=1-\dfrac{2L}{CT_z}$

Tip III odgovara naglom zatvaranju i kod njega se $\left(\dfrac{\Delta h}{ho}\right)max$ nalazi po jednačini (11.7).

Pri postepenom otvaranju zatvarača ($T_z>T$) relativno smanjenje pritiska se nalazi preko formule;

$$\left(\frac{\Delta h}{h_0}\right)_{min}=2\mu\,\tau_1\left(\sqrt{1+\mu^2\,\tau_1^2}-\mu\tau_1\right) \tag{11,14}$$

gde je $\tau_1=\dfrac{2L}{CT_z}$

Prethodne formule izveo je Alievi (Allievi), rešavajući sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina:

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \quad \ldots\ldots \text{dinamička jednačina}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{g}{c^2}\frac{\partial h}{\partial t} \quad \ldots\ldots \text{jednačina kontinuiteta}$$

čije rešenje daje sistem poznatih Alievijevih verižnih jednačina:

$$h_{i-1}+h_i-2h_0=\frac{c}{g}(v_{i-1}-v_i) \qquad (11,15)$$

$$i=1, 2, \ldots\ldots, n$$

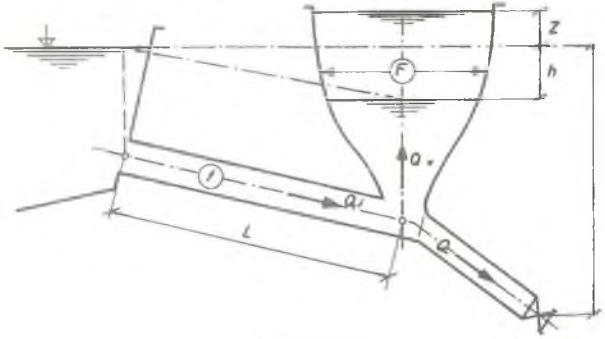
Da bi jednačine (11.15) doveo do konačnog rešenja, Alievi je dalje usvojio da su trenutni pritisak (h_i) brzina (v_i) vezani jednačinom:

$$v_i=\frac{\omega_i}{\omega_0}v_0\sqrt{\frac{h_i}{h_0}} \qquad (11,16)$$

gde odnos ω_i/ω_0 predstavlja stepen otvaranja.

11.3. **Kolebanje nivoa vode u vodostanu**

Svrha vodostana (slika 11,3) je da oslabi efekat hidrauličkog udara.



Sl. 11.3

Osnovne jednačine za oscilacije vodne mase u tunelu i vodostanu su:

— jednačina kontinuiteta

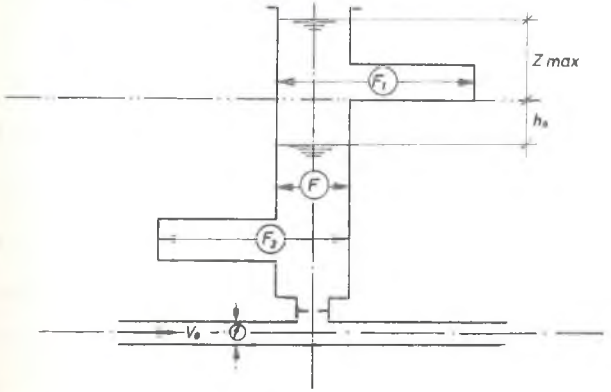
$$f\cdot v=F\frac{dz}{dt}+Q \qquad (11,17)$$

— dinamička jednačina

$$\frac{L}{g}\frac{dv}{dt}+Z\pm h_0=0 \qquad (11,18)$$

gde je $h_0=av_0^2$ — gubitak pritiska u tunelu u ustaljenom režimu.

U tehničkoj realizaciji najčešće se upotrebljava vodostan kružnog preseka sa gornjom i donjom komorom i prigušivačem (slika 11.4).



Sl. 11.4.

Oscilacije u vodostanu biće amortizovane i pri najnepovoljnijem statičkom nivou vode u vodostanu, ako površina vertikalnog grla između dve komore bude

određena iz odnosa $\varepsilon = f(\beta)$ predstavljenog sledećom tabelom:

ε	100	50	40	20	10	2,5
β	0,0176	0,0310	0,0375	0,0504	0,730	0,1410

gde je:

$$\varepsilon = \frac{L f v_0^2}{g h_0^2 F} \qquad (11,19)$$

$$\beta = \frac{h_0}{H_{BR}} \qquad (11,20)$$

Pri određivanju gubitaka pritisaka u tunelu upotrebljavaju se različite vrednosti koeficijenta rapavosti:

pri zatvaranju turbine $n = 0,012$
pri otvaranju turbine $n = 0,016$

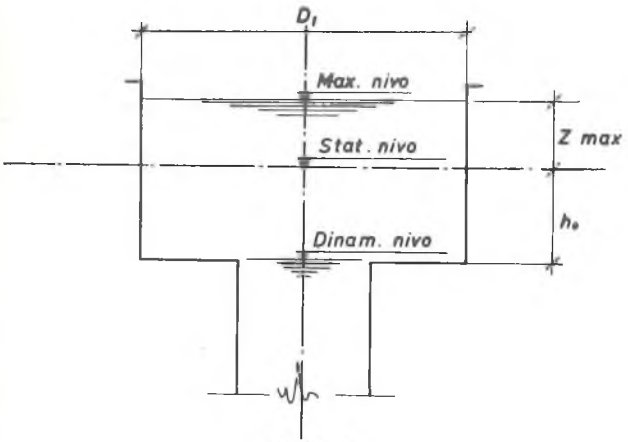
Najnepovljniji manevri kod proračuna vodostana su naglo zatvaranje i naglo otvaranje turbina. Naročito je potrebno proučiti naglo otvaranje turbina, jer je spuštanje nivoa vode pri ovom „fiktivnom manevru približno jednako spuštanju nivoa vode pri realnoj najnepovoljnijoj manipulaciji (naglo zatvaranje — pa zatim postepeno otvaranje turbina).

Postupak pri približnom proračunu gornje komore vodostana sa prigušivačem (slika 11.5) je sledeći:

(1) izračunaju se gubici u tunelu h_o pri koeficijentu trenja $n = 0,012$,

(2) usvoji se vrednost $Z_{max} = a h_o$,

(3) iz koordinatnog početka dijagrama (na slici 11.6) se povuče prava $\frac{Z_{max}}{Z_*} = \frac{1}{a}\frac{h_0}{Z_*}$ koja krivu C—C seče u tački A čija je ordinata



Sl. 11.5.

$$\frac{Z_{max}}{Z_*} = n,$$

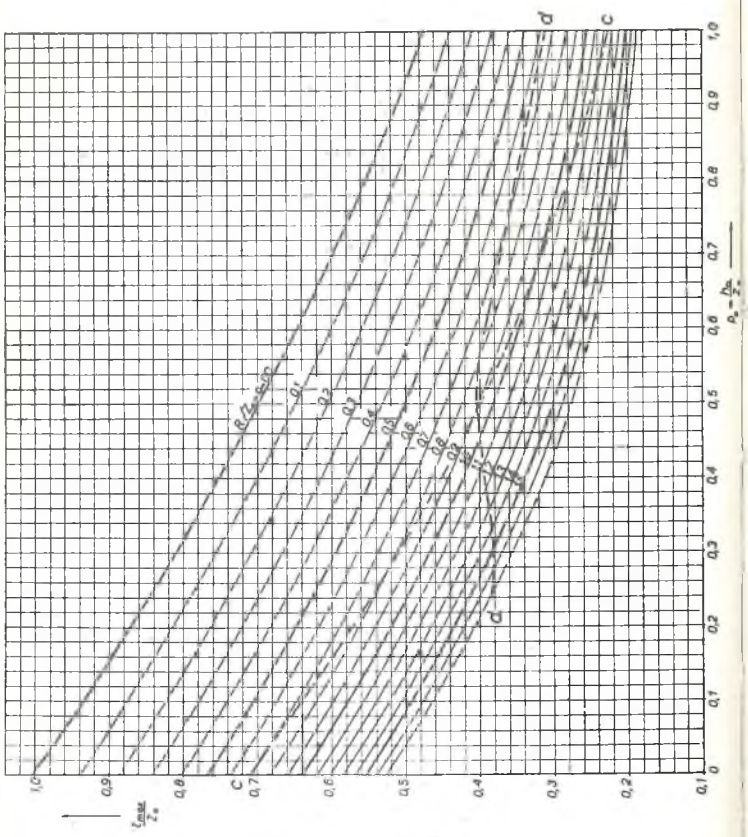
(4) izračunava se vrednost $Z = \frac{Z_{max}}{n}$,

(5) iz odnosa $\frac{D_1}{d} = \frac{v_0\sqrt{L/g}}{Z_*}$ izračunava se prečnik komore D_1, odn. površina $F_1 = \frac{D_1^2 \pi}{4}$,

(6) zapremina vodne komore je $V = (Z_{max} + h_o) F_1$,

(7) otpor na prigušivaču je $R_1 = Z_{max} + h_o$.

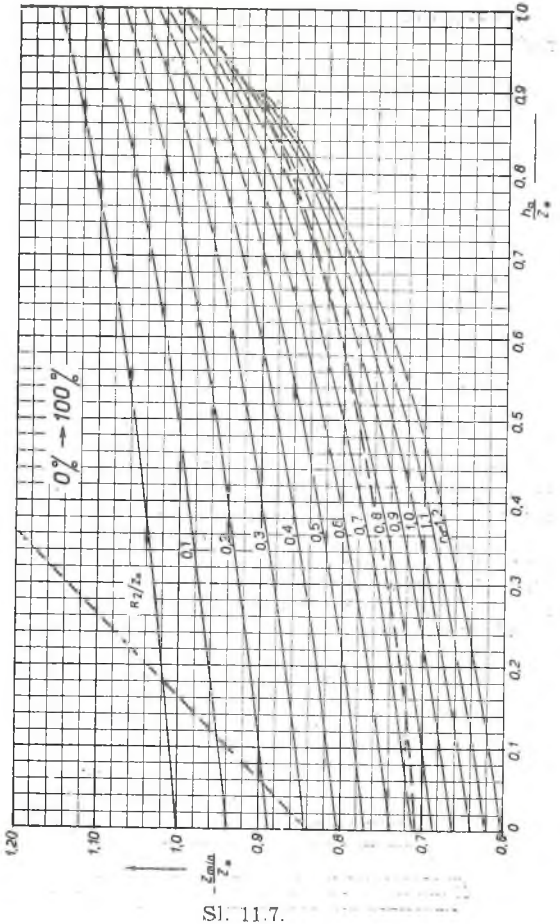
Najpovoljnije rezultate sa hidrauličke tačke gledišta daje cilindrična vodna komora sa položajem kao na slici 11.5.



Sl. 11.6.

3.8

TRENUTNO POTPUNO OTVARANJE
Cilindrična vodostaja sa prigušivačem



Sl. 11.7.

Dimenzije donje komore se određuju na sličan način:

(1) izračuna se h'_o pri $n=0{,}016$,

(2) usvaja se $Z_{min}=\beta h'_o$,

(3) na dijagramu (na slici 11.7) traži se presek prave $\frac{Z_{min}}{Z_*}=\beta\frac{h'_0}{Z_*}$ i krive C–C. Koordinate presečene tačke su $\frac{Z_{min}}{Z_*}=p$; $\frac{h'_0}{Z_*}=q$. Iz jedne od ovih jednačina nađe se Z_*,

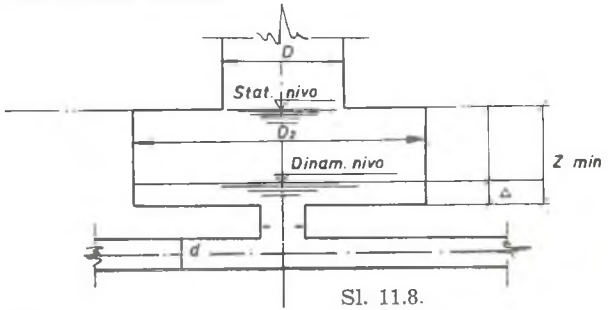
(4) presek donjeg vodostana se nađe preko izraza $\frac{D_2}{d}=\frac{v_0\sqrt{L/g}}{Z_*}$; $F_2=\frac{D_t^2\pi}{4}$,

(5) potrebna zapremina komore je $V=F_2 Z_{min}$,

(6) dalje se nalazi otpor u prigušivaču iz izraza $R_2=tZ_*$ gde je t — odgovarajuća vrednost $\frac{R_2}{Z_*}$ za tačku B.

Potrebno je proveriti da li je eventualna asimetrija prigušivača prihvatljiva. U protivnom, moraju se menjati usvojene vrednosti Z_{max} i Z_{min}.

Vrednosti dobijene gornjim postupkom su tačne samo u slučaju ako je donja komora cilindrična, prečnika D_2 i sa položajem kao na slici 11.8. Poželjno je da minimalni nivo vode u vodostanu bude bar 2,0 m iznad kalote tunela.



Sl. 11.8.

C. STRUJANJE SA SLOBODNIM OGLEDALOM VODE

Strujanje u otvorenim kanalima može biti:

— ravnomerno ili neravnomerno,

— ustaljeno ili neustaljeno,

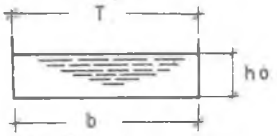
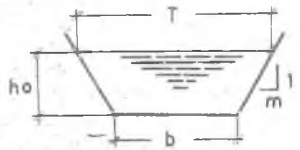
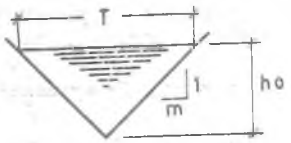
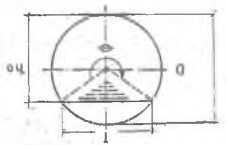
— laminarno ili turbulentno, i

— mirno, burno ili kritično.

Kod ravnomernog toka nema promene brzine duž toka ni po pravcu ni po veličini. Praktično se smatra da je tok ravnomeran ako je dubina duž toka približno konstantna. Dubina pri ravnomernom toku naziva se *normalnom dubinom*. Pri ustaljenom toku brzine u tački prostora se ne menjaju sa vremenom. Da li je tok u otvorenom kanalu laminaran ili turbulentan, zavisi od Rejnoldsovog broja. Turbulentan tok može biti preko hidraulički glatke ili rapave površine, što zavisi od relativne rapavosti zidova kanala u poređenju sa debljinom laminarnog potsloja. Mirno ili burno strujanje je definisano Frudovim brojem $Fr=\frac{v}{\sqrt{gy}}$; kada je $Fr<1$ strujanje je mirno; pri $Fr=1$ stanje toka je kritično, a pri $Fr>1$ tok se nalazi u burnom kretanju.

Ravnomerni tok može imati mali, kritični ili veliki pad vodnog ogledala, u zavisnosti da li je strujanje mirno, kritično ili burno.

U hidrauličkim proračunima ove vrste najčešće se upotrebljavaju geometrijski elementi sledećih poprečnih preseka kanala:

Presek	Površina A	Okvašeni obim P	Hidraulički radijus R	Širina vodnog ogleda T
	$b\,h_0$	$b+2\,h_0$	$\frac{b\,h_0}{b+2\,h_0}$	b
	$(b+m\,h_0)h_0$	$b+2h_0\sqrt{1+m^2}$	$\frac{(b+mh_0)h_0}{b+2\,h_0\sqrt{1+m^2}}$	$b+2m\,h_0$
	$m\,h_0^2$	$2\,h_0\sqrt{1+m^2}$	$\frac{m\,h_0}{2\sqrt{1+m^2}}$	$2m\,h_0$
	$\frac{1}{8}(\Theta-\sin\Theta)D^2$	$\frac{1}{2}\Theta D$	$\frac{1}{4}\left(1-\frac{\sin\Theta}{\Theta}\right)D$	$\left(\sin\frac{1}{2}\Theta\right)D$ ili $2\sqrt{h_0(D-h_0)}$

Bernulijeva energetska jednačina ima izgled:

$$z_1 + h_1 \cos\ominus + \frac{\alpha_1 v_1}{2g} = z_2 + h_2 \cos\ominus + \frac{\alpha_2 v^2}{2g} + h_t \qquad (12,1)$$

gde je $h_{1(2)}$ — dubina vode upravna na dno u preseku 1 (2); $\ominus$ — ugao nagiba dna kanala.

Specifičnom energijom u poprečnom preseku kanala naziva se energija toka u odnosu na horizontalnu površinu povučenu kroz najnižu tačku poprečnog preseka:

$$E_s = h \cos\ominus + \alpha \frac{v}{2g} \qquad (12,2)$$

Funkcija $E_s = f(h)$ ima svoju minimalnu vrednost pri *kritičnoj dubini* vode (h_{kr}). Ako je normalna dubina toka h_o veća h_{kr}, stanje toka je mirno; kada je $h_o = h_k$, stanje vode je kritično; pri $h_o < h_{kr}$ tok se nalazi u burnom stanju. Pri kritičnom stanju toka, mora biti zadovoljena jednačina:

$$\alpha \frac{v^2}{g} = \frac{A \cos\ominus}{T} \qquad (12,3)$$

iz koje se probanjem ili grafički može odrediti kritična dubina za bilo koji oblik poprečnog preseka.

Pad dna kanala, pri kome je normalna dubina jednaka kritičnoj, zove se kritični pad (i_k).

Vrednosti kritičnih dubina su:

— za pravougaoni presek $h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g T^2}}$ (12,4)

— za trouglasti presek $h_{kr} = \sqrt[5]{\frac{2\alpha}{g}\left(\frac{Q}{m}\right)^2}$ (12,5)

12. USTALJENO STRUJANJE

12.1. **Jednačine ravnomernog strujanja**

Najviše upotrebljavane jednačine su Šezijeva i Maningova.

Šezijeva jednačina ima oblik:

$$V = C\sqrt{RI} \qquad (12,6)$$

gde je V — srednja brzina u kanalu; C — Šezijev koeficijent protoka; R — hidraulički radijus; I — pad dna kanala, odnosno, sinus nagibnog ugla.

Za laminarni tok u širokom kanalu vrednost koeficijenta protoka iznosi:

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{Re}{8}} \qquad (12,7)$$

gde je $Re = \frac{4VR}{\nu}$. Pri turbulentnom strujanju u širokom kanalu važi odnos:

$$\frac{(v - V)\varepsilon}{V\sqrt{8g}} = 2 \log \frac{y}{y_0} + 0{,}8\rho \qquad (12,8)$$

gde je v — lokalna brzina na dubini y; V — srednja brzina toka; y_o — ukupna dubina toka. Jednačina nije primenljiva u blizini dna i slobodne površine. Jednačina $C = \sqrt{8g/\lambda}$ daje vezu između Dersijevog i Šezijevog koeficijenta.

Jednačina Maninga ima oblik

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \qquad (12,9)$$

gde je n — Maningov koeficijent rapavosti koji ima sledeće vrednosti:

	n
— vrlo glatke površine (staklo, plastika)	0,010
— vrlo glatke betonske ploče	0,011
— gladak beton	0,012
— običan beton	0,013
— dobro drvo	0,014
— uglačana glina	0,015
— zemljani kanal u dobrom stanju	0,017
— reke i zemljani kanali u zadovoljavajućem stanju	0,025
— vijugavi kanali u dobrom stanju	0,035
— planinski potoci sa stenovitim dnom i reke sa promenljivim presekom i vegetacijom na bokovima	0,040+0,050

Hidraulički najpovoljniji presek je presek pri kome je okvašeni obim najmanji pri datoj površini preseka.

$$b_s/h_o=m_o;\ h_o/R=2;\ b_s/m_o R=2$$

gde je:

$$m_0=2\sqrt{1+m^2}-m\ ;\ b_s=\frac{b+T}{2}\ ;\ A=b_s h_0$$

Elementi nekoliko hidraulički najpovoljnijih preseka dati su u tabeli na str. 267.

12.2. Postepeno promenljivo strujanje u prizmatičnom koritu

Ako su oblik i razmera korita nepromenljivi duž toka, kaže se da je korito prizmatično. Pri postepeno promenljivom strujanju se brzina duž toka smanjuje ili povećava.

Opšta diferencijalna jednačina kretanja ima oblik:

$$\frac{dh}{dx}=\frac{I_o-I_f}{\cos\textcircled{1}+\alpha\dfrac{d(v^2/2g)}{dh}} \qquad (12,10)$$

Poprečni presek	Površina A	Okvašeni obim P	Hidraulički radijus R	Širina vodnog ogledala T
Trapez (polovina šestougaonika)	$\sqrt{3}\,h_0^2$	$2\sqrt{3}\,h_0$	$\frac{1}{2}h_0$	$\frac{4}{3}\sqrt{3}\,h_0$
Pravougaonik (polovina kvadrata)	$2h_0^2$	$4h_0$	$\frac{1}{2}h_0$	$2h_0$
Trougao (polovina kvadrata)	h_0^2	$2\sqrt{2}\,h_0$	$\frac{1}{4}\sqrt{2}\,h_0$	$2h_0$
Polukrug	$\frac{\pi}{2}h_0^2$	πh_0	$\frac{1}{2}h_0$	$2h_0$

gde je I_o — pad dna kanala; I_f — pad linije energije:

$$I_f = \frac{v^2}{c^2 R} \tag{12,11}$$

Za trapezni hidraulički najpovoljniji presek važe sledeći odnosi:

Za široka pravougaona korita sa malim padom, pri upotrebi Šezijeve formule, je:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_0 - \frac{Q^2}{A^2 C^2 R}}{1 - F_R} \tag{12,12}$$

gde je $Fr = \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{T}{A^3}$

Linija normalne i kritične dubine deli prostor u kanalu na tri zone:

zona 1 — prostor iznad gornje linije,
zona 2 — prostor između dve linije,
zona 3 — prostor ispod donje linije.

Linije nivoa vode pri ovoj vrsti strujanja su klasificirane u 13 tipova u zavisnosti od pada dna i odnosa normalne i kritične dubine (slika 12.1. na str. 269).

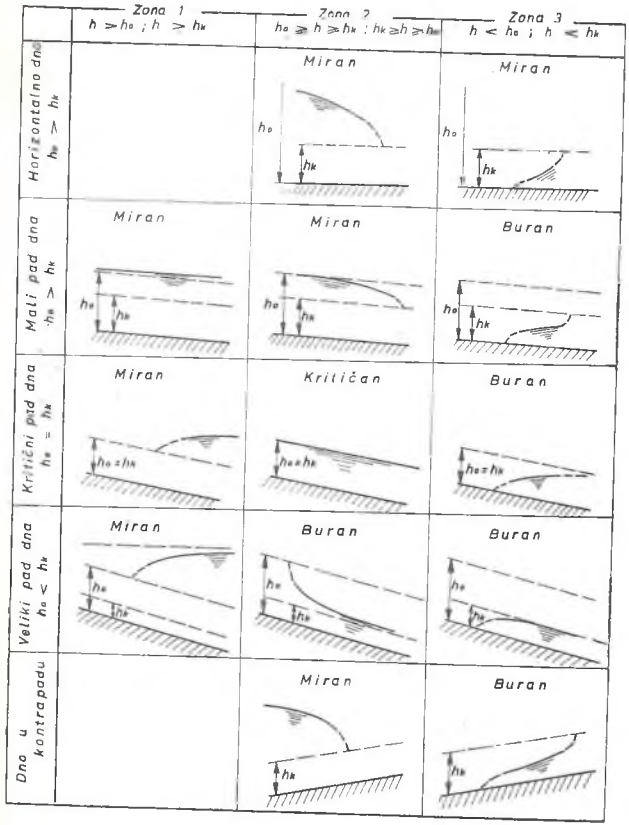
12.3. Postepeno promenljivo strujanje u neprizmatičnom koritu

Kod neprizmatičnog korita se oblik i razmera korita menjaju duž toka.

Opšta diferencijalna jednačina za ovu vrstu toka glasi:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx}\left(Z + \frac{p}{\gamma}\right) + \frac{\alpha Q^2}{2g A^2} \tag{12,13}$$

koja se rešava metodom postepenog približavanja konačnih razlika.



Sl. 12.1.

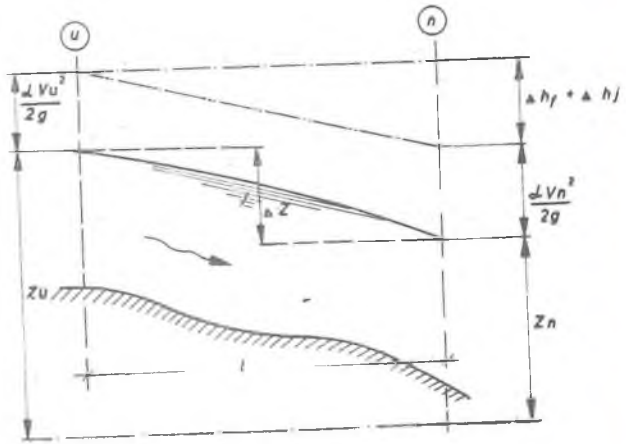
13. TEHNIKA PRORAČUNA KRIVE SLOBODNE POVRŠINE

Iznosi se tehnika proračuna krive slobodne površine toka u prirodnom koritu, koja važi i za sve ostale slučajeve strujanja.

Polazi se od sledećeg diferencijalnog oblika osnovne jednačine kretanja (slika 13.1):

$$dz = dh_v + dh_i + dh_f \tag{13.1}$$

gde su: dz — promena geometrijske visine na dužini ds,
dh_v — promena brzinske visine na istoj dužini,
dh_i — gubici visine na savlađivanje lokalnih otpora,
dh_f — gubici visine zbog trenja.



Sl. 13.1.

Pri rešavanju gornje jednačine metodom postepenog približavanja tok se najpre mora podeliti na deonice čija dužina (1) zavisi od željene tačnosti proračuna. U literaturi se preporučuje da dužina (1) bude birana tako da $\triangle z$ između dva susedna profila ne bude veća od 75 cm.

Jednačina (12.14) se može napisati u obliku:

$$\Delta Z = (1+\xi)\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{\alpha_n}{A_n^2} - \frac{\alpha_u}{A_u^2}\right) + \\ + 0{,}5\, Q^2 l \left(\frac{1}{K_u^2} + \frac{1}{K_n^2}\right) \tag{13,2}$$

gde je: A — površina proticajnog profila,
α — Koriolisov koeficijent,
$C = 1/n \cdot R^{1/6}$ — Šezijev koeficijent,
ξ — koeficijent gubitaka,
$K = A/n \cdot R^{2/3}$,
n — Maningov koeficijent rapavosti,
R — hidraulički radijus,
l — rastojanje između dva profila.

Indeksi (n) i (u) se odnose na nizvodni, odnosno, uzvodni profil.

Herheulidze preporučuje sledeće vrednosti za koeficijente α i ξ:

$$\alpha = 1 + \frac{210}{C^2} \tag{13,3}$$

$\frac{v_n}{v_u}$	1+0,9	0,9+0,75	0,75+0,5	0,5+0,3	< 0,3
ξ	0	−0,3	−0,5	−0,8	−1

Jednačina 13.1 obično se rešava metodom postepenog približavanja. Za svaki profil konstruišu se krive $\frac{1}{A^2}=f(z)$ i $\frac{1}{K^2}=f_1(z)$. Dalje, uzimajući visinu z_u (ili z_n) u uzvodnom (ili nizvodnom) preseku od početnoga i pri poznatom z_u (ili z_n) u početnom preseku nalazi se $\frac{1}{A^2}$ i $\frac{1}{K^2}$, koje odgovaraju vrednostima z_u i z_n, unose u jednačinu (13.1) i izračunava vrednost $\triangle z'$ koja treba da je jednaka vrednosti $\triangle z=z_u-z_n$. Ukoliko su odstupanja znatnija, račun se ponavlja sa drugim vrednostima z_u, odnosno z_n.

14. NEUSTALJENO STRUJANJE

Strujanje vode u otvorenom toku se naziva neustaljenim, ako se protok u bilo kom profilu duž toka menja sa vremenom, što za sobom povlači i promenu proticajnog profila u toku vremena.

Zadatak hidrauličkog proračuna pri neustaljenom strujanju je određivanje osnovnih elemenata toka, protoka (Q) i površine (A) u zavisnosti od položaja profila i vremena:

$$Q=Q(l,\ t) \qquad (14.1\text{-a})$$

$$A=A(l,\ t) \qquad (14.1\text{-b})$$

pri čemu je ovo rešenje određeno u nekoj oblasti u kojoj se menjaju promenljive veličine l i t. Ovo rešenje mora imati još i neprekidne konačne izvode prvog reda u posmatranoj oblasti. Jednačine (14.1) su diferencijalne jednačine hiperboličnog tipa.

Prostiji, ali za praksu važan oblik neustaljenog strujanja je talasno strujanje. Oblik talasa, odnosno tip funkcija (14.1), može biti različit, a zavisi od uslova koji vladaju na granici i unutrašnjosti pomenute oblasti.

Usvojeni su sledeći konvencionalni termini za pojedine tipove talasa:

(1) S obzirom na *smer* kretanja u odnosu na osnovni proticaj:

(1—a) direktni talas — onaj koji se propagira u pravcu strujanja,

(1—b) obratni talas — koji se propagira uzvodno.

(2) S obzirom na *karakter* promene proticaja (odnosno nivoa vode):

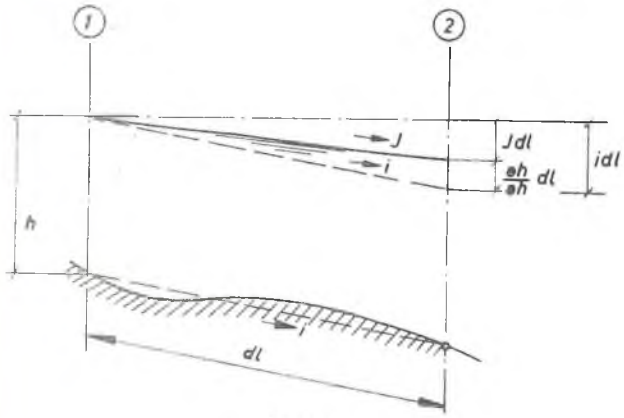
(2—a) pozitivan talas — za slučaj porasta proticaja (odnosno nivoa vode),

(2—b) negativan talas — u slučaju smanjenja proticaja (odnosno nivoa vode).

Osnovne diferencijalne jednačine neustaljenog strujanja za otvorene tokove su:

— dinamička jednačina (slika 14.1)

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(h+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=i-\frac{v^2}{C^2R} \qquad (14{,}2\text{—a})$$



Sl. 14.1.

— jednačina kontinuiteta

$$\frac{\partial Q}{\partial l}+\frac{\partial A}{\partial t}=0 \qquad (14,2-b)$$

Iz sistema jednačina (14.2) se integracijom dobijaju vrednosti

$$Q=Q\,(l,\ t) \text{ i } A=A\,(l,\ t) \text{ ili}$$

$$v=v\,(l,\ t) \text{ i } h=h\,(l,\ t)$$

čije poznavanje dozvoljava da se reši red praktičnih zadataka kao: konstrukcija dijagrama promene protoka u datom preseku, konstrukcija trenutnog profila slobodne površine toka i slično. Jednačine (14.2) nemaju rešenja u prostom analitičkom obliku, pa se u praksi rešavaju približnim metodama koje se mogu podeliti na dve osnovne grupe. U prvu grupu spadaju proračuni koji se baziraju na približnom integrisanju tzv. karakteristika sistema jednačina (14.2). Druga grupa proračuna zasniva se na rešenju jednačina strujanja metodom konačnih razlika.

D. SLIČNOST MODEL — PRIRODA

15. SLIČNOSTI KRETANJA I ZAKONI SLIČNOSTI

Za dva kretanja se kaže da su jednaka ako su geometrijski, kinematički i dinamički slična.

Geometrijska sličnost zahteva jednake odnose svih dimenzija. Ovo je sličnost oblika i neophodna je u hidrauličkim eksperimentima.

Kinematička sličnost je sličnost kretanja. Dva kretanja su kinematički slična ako su putanje čestica geometrijski slične i ako su odnosi brzina svih čestica uključenih u kretanje jednaki.

Dinamička sličnost je sličnost masa i sila. Dva kretanja su dinamički slična kada je postignuta kinematička sličnost, kada su odnosi masa objekata uključenih u kretanje isti i kada su odnosi sila koje izazivaju kretanje tih objekata isti.

U analizi sličnosti kretanja upotrebljavaju se sledeće bezdimenzionalne veličine: Rejnoldosov, Frudov, Veberov i Mahov broj:

$$\text{Rejnoldsov broj: } R_e=\frac{VL}{\nu} \qquad (15,1)$$

iskazuje odnos inercijalnih i viskoznih sila, i koristan je u slučajevima kada su viskozne sile predominantne u kretanju.

Frudov broj: $Fr=\frac{V}{\sqrt{gL}}$ (15,2)

vezuje inercijalne i gravitacione sile i upotrebljava se u slučajevima kada su efekti gravitacije dominantni.

Veberov (Weber) broj: $We=\frac{\rho V^2 L}{\sigma}$ (15,3)

daje odnos inercijalnih sila i površinskih napona.

Mahov (Mach) ili Košijev (Cauchy) broj:

$$M=\sqrt{\rho v^2/E} \tag{15,4}$$

se upotrebljava u slučajevima kada su sile izazvane stišljivošću tečnosti predominantne.

U gornjim jednačinama je: V — brzina toka, L — karakteristična dužina, ρ — gustina, ν — kinematička viskoznost, σ — površinski naponi, E — zapreminski moduo elastičnosti.

16. SLIČNOST KRETANJA MODEL — PRIRODA

Potpunu sličnost dva kretanja skoro nije moguće ostvariti. Zbog toga se pribegava uprošćavanjima pa se, prema vrsti problema, za model i prirodu traži jednakost obično jednog od napred navedenih brojeva.

U slučajevima kad glavnu ulogu igra viskoznost, a težina i stišljivost skoro ne utiču na kretanje, biće dovoljno delimična sličnost pri kojoj su Rejnoldsovi brojevi jednaki:

$$Re_M=Re_P \tag{16.1}$$

Ako se kretanje izvodi pod dejstvom zemljine teže, praktično bez uticaja viskoznosti i stišljivosti, jednakost Frudovih brojeva na modelu i prirodi predstavlja kriterijum za delimičnu sličnost kretanja:

$$Fr_M=Fr_P \tag{16.2}$$

Ako je stišljivost fluida od presudnog značaja, onda delimičnu sličnost strujanja (u pogledu gustine) garantuje jednakost Mahovih brojeva:

$$M_M=M_P \tag{16.3}$$

U slučaju kada površinski naponi igraju značajnu ulogu u strujanju mora biti zadovoljen uslov jednakosti Veberovih brojeva:

$$We_M=We_P \tag{16.4}$$

5.3. NAVODNJAVANJE

1.1. Navodnjavanje u svetu

№	Država	Navodnjavase 000 ha	Obradiva površ. 000 ha	Odnos 3/4 %
1	2	3	4	5
I	EVROPA	10.090	101.570	10,0
1	Albanija	160	500	32,0
2	Bugarska	950	4.560	20,8
3	Engleska	120	7.480	1,6
4	Francuska	2.500	20.540	12,2
5	Grčka	580	3.850	15,0
6	Italija	2.700	15.260	17,7
7	Jugoslavija	120	8.270	1,5
8	Mađarska	230	5.640	4,1
9	Portugalija	200	4.370	4,6
10	Rumunija	330	10.500	3,2
11	Španija	2.200	20.600	10,7
II	SSSR	12.100	240.900	5,0

1	2	3	4	5
III	AMERIKA	23.410	315.810	7,4
12	Argentina	1.500	19.470	7,7
13	Brazil	140	29.760	0,5
14	Čile	1.100	4.500	24,5
15	Dominik. Republ.	110	1.070	10,3
16	Gijana	60	180	33,3
17	Honduras	70	820	8,5
18	Kanada	480	43.400	1,1
19	Kolumbija	230	5.050	4,5
20	Meksiko	3.500	23.800	14,8
21	Peru	1.000	2.700	37,0
22	S A D	15.000	179.840	8,3
23	Venecuela	220	5.220	4,2
IV	AZIJA	136.760	426.190	32,1
24	Burma	800	16.090	5,0
25	Cejlon	400	1.880	21,3
26	Filipini	960	7.930	12,1
27	Indija	26.150	162.430	16,2
28	Indonezija	3.700	17.680	20,9
29	Iran	4.700	11.590	40,6
30	Irak	3.650	7.500	48,6
31	Izrael	150	400	37,5
32	Japan	3.130	6.000	52,0
33	Jordan	60	1.140	5,5
34	J. Koreja	730	2.290	32,0
35	Kina	74.000	109.350	67,5
36	Kina (Tajvan)	520	900	58,0
37	Kipar	100	430	23,3
38	Laos	750	800	94,0
39	Liban	70	300	23,3
40	Malezija	230	3.360	6,8
41	Nepal	1.100	2.270	48,5

1	2	3	4	5
42	Pakistan	10.750	27.680	38,8
43	Saudi-Arabija	160	370	43,0
44	Sirija	650	6.130	10,6
45	Tajland	2.050	11.270	18,2
46	Turska	1.300	26.380	4,9
47	Vijetnam — sev.	650	2.020	32,1
V	AFRIKA	5.790	48.370	12,0
48	Alžir	270	6.780	4,0
49	Južnoafr. Unija	600	12.060	5,0
50	Libija	150	2.510	6,0
51	Madagaskar	680	2.900	23,5
52	Maroko	260	7.860	3,3
53	Senegal	80	5.500	1,5
54	Somalija	170	880	19,0
55	Sudan	800	7.100	11,3
56	U A R	2.780	2.780	100,0
VI	OKEANIJA	1.350	37.970	3,6
57	Australija	1.260	37.150	3,4
58	Novi Zeland	90	820	11,2
	CEO SVET	189.500*	1,170.810*	16,2

Podaci su iz perioda 1960—1966, tako da ukupna navodnjavana površina u svetu danas dostiže oko *200 miliona hektara.*

* Za nekoliko zemalja nema podataka, a zemlje u kojima se navodnjava ispod 50.000 ha nisu ušle u spisak.

1.2. Osnovni pojmovi, nomenklatura i definicije

Bruto-površina sistema za navodnjavanje (irigacionog — zalivnog sistema) obuhvata celokupnu površinu unutar granica do kojih doseže dominacija sistema (zajedno sa poljoprivredno nekorišćenim površinama).

Neto-površina sistema za navodnjavanje obuhvata sve proizvodne poljoprivredne površine unutar granica sistema koje se mogu navodnjavati (ova površina je normalno za 10—15% manja od bruto-površine sistema).

Navodnjavana površina je onaj deo neto-površine sistema koji se u konkretnoj godini stvarno navodnjava — u bilo kom periodu vegetacione sezone; ova površina je u svakoj godini različita, u zavisnosti od količine vremenske raspodele prirodnih padavina i od strukture useva.

Godišnja norma navodnjavanja je količina irigacione vode koja se u toku godine utroši za navodnjavanje jedinice površine — 1 hektara — (m^3/ha/god.).

Mesečna norma navodnjavanja je količina irigacione vode koja se u toku 1 meseca utroši za navodnjavanje jedinice površine — 1 hektara — (m^3/ha/mes.); od naročitog je interesa norma navodnjavanja u mesecu vršne potrebe irigacione vode, jer služi kao baza za projektovanje irigacionih kapaciteta.

Zalivna norma navodnjavanja je količina irigacione vode koja se utroši za jedno zalivanje jedinice površine — hektara — (m^3/ha).

Turnus zalivanja je vreme između dva uzastopna zalivanja; iznosi 4 do 30 dana, u zavisnosti od vrste i stadija zalivane kulture, klimatskih uslova, zemljišta, zalivne norme...

Dnevno radno vreme na zalivanju je vreme za koje se u toku dana irigaciona voda stvarno dovodi na zemljište; iznosi 8 do 24 časa/dan; u vršnom periodu navodnjavanja normalno traje 16 do 18 časova/dan.

Srednje-sušna godina, merodavna za ustanovljavanje potreba irigacione vode je ona sušna godina čija verovatnoća pojave iznosi 10 do 20%, — obično 15%. Ustanovljuje se analizom meteoroloških podataka o veličini i rasporedu padavina za proteklih niz godina.

Verovatne količine mesečnih padavina za takvu — fiktivnu — godinu ustanovljuju se redukcijom (množenjem) prosečnih mesečnih padavina iz proteklih niza godina pomoću faktora dobijenog odnosom količine godišnjih padavina u godini usvojene verovatnoće pojave — npr. 15% — i količine prosečnih godišnjih padavina iz proteklog niza svih godina.

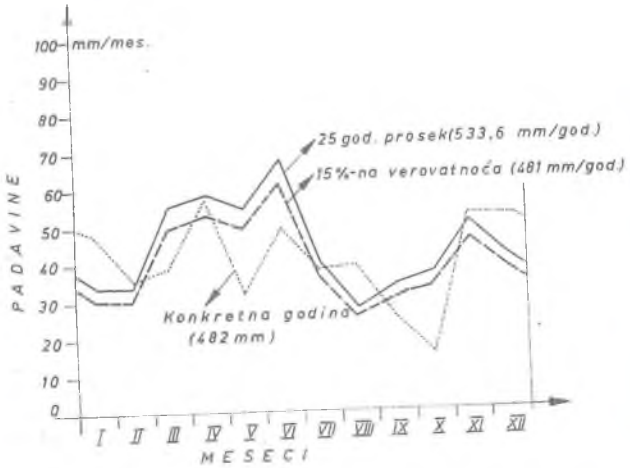
Ova jnačin ustanovljavanja verovatnih padavina po mesecima za merodavnu sušnu godinu korektniji je nego često uobičajeni način — da se u nizu proteklih godina pronađe jedna konkretna godina u kojoj količina godišnjih padavina približno odgovara količini padavina u godini usvojene verovatnoće pojave (15%), pa se stvarne mesečne padavine iz te godine tretiraju kao merodavne u sušnoj godini. Usvajanjem neke stvarne godine kao merodavne sušne deformišu se verovatne mesečne potrebe, što se nepovoljno odražava na planiranje veličine i rada irigacionih i sa njima povezanih kapaciteta (kao npr. veličine akumulacija, dispečinga njihovih zaliha, i dr.)

Primer: Iz niza od 25 godina mesečni proseci merenih padavina iznose:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	God.
34,0	33,6	55,1	58,5	54,6	67,3	40,1	27,8	33,6	36,9	50,4	41,6	553,1

Minimalne godišnje padavine iznosile su 433 mm, a maksimalne 662 mm (vidi sliku 1).

Iz podataka opaženih padavina, sređenih po veličini i Gausovoj krivini verovatnoće pojave, sledi da godina 15%-ne verovatnoće pojave (85%-ne obezbeđenosti) ima 481 mm padavina.



Sl 1

Redukcioni faktor je prema tome 481 : 533,6 = 0,90, verovatne količine mesečnih padavina za sušnu godinu, verovatnoće pojave 15%, bi bile (prosečne podavine množene redukcionim faktorom):

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	God.
30,6	30,3	49,6	52,7	49,2	60,6	36,1	25,0	30,3	33,2	45,4	37,5	481

Konkretna godina, sa podjednakim godišnjim padavina, tako i od verovatnih mesečnih padavina u gramu, imala je sledeće mesečne padavine:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	God.
48	36	39	57	32	49	38	39	25	15	52	52	482

Iz dijagrama se jasno vidi kako ove mesečne padavine odudaraju kako od prosečnih mesečnih padavina, tako i od verovatnih mesečnih padavina u sušnoj godini dobijenih računskim putem.

U sušnijim godinama od usvojene kao merodavne za dimenzionisanje irigacionih kapaciteta, čija je verovatnoća pojave manja od usvojene, manjkovi vode se ublažavaju produženjem dnevnog radnog vremena, forsiranjem irigacionih kapaciteta, delimičnom restrikcijom zalivanja kultura manje osetljivih na sušu, i dr.

Zalivna struja je ona protočna količina vode kojom može da manipuliše jedan zalivač („main d'eau", „corpo d'aqua", „zalivni modul", . . .), ili koja je potrebna za rad jedne kišne garniture (3+1 kišno krilo, ili sl.).

Veličina zalivne struje kreće se od 10 pa do 100 i više *l/s*, u zavisnosti od načina zalivanja, pripreme zemljišta, i dr.

Sektorska (jednačina) zalivna površina je ona površina koju snabdeva jedna zalivna struja.

Hidromodul (*l/s*/ha) je veličina fiktivne struje irigacione vode koju bi neprekidno trebalo dovoditi na jedinicu površine — hektar; dobija se kao odnos zalivne norme i turnusa; npr.:

Turnus zalivanja: $T = 15$ dana $= 1{,}296.000$ sec.

Zal. norma: $N = 600$ m$^3 = 600.000$ lit.

$$\text{Hidromodul: } q = \frac{N}{T} = \frac{600.000 \text{ lit}}{1{,}296.000 \text{ s}} = 0{,}46 \text{ l/s}$$

Za razliku od ovog — fiktivnog, permanentnog — hidromodula, koji se koristi za proračune velikih irigacionih kapaciteta u stalnom pogonu, kao što su akumulacije, neki glavni dovodni kanali, crpne stanice sa kompenzacionim bazenima, i sl., u proračunima detaljnih irigacionih kapaciteta se koristi tzv. *„radni* (operativni) *hidromodul"*, dobijen na bazi dnevnog radnog vremena. Ako je za prethodni primer dnevno radno vreme 18 časova, radni hidromodul q_r iznosi:

$$q_r = \frac{600\,000 \text{ lit}}{15\,d \times 18\,č \times 3\,600s} = \frac{600.000\,l}{972\,000\,s} = \underline{0{,}62 \text{ l/s}}$$

Hidromodul se u toku vegetacione sezone menja; najveći je i merodavan za dimenzionisanje irigacionih kapaciteta u mesecu (ili dekadi) vršnih potreba irigacione vode.

1.3. **Mere i njihovo pretvaranje (konverzija)**

Dužinske mere:

1 in (inch — inč) = 25,40 mm; 1 m = 39,37 in
1 ft (foot — fut) = 30,48 cm; 1 m = 3,2804 ft
= 12 in
1 yd (yard — jard) = 0,9144 m; 1 m = 1,0936 yd
= 3 ft = 36 in
1 M (mile — majl) = 1,609347 km; 1 km = 0,621137 M
= 1.760 yd

Površinske mere:

1 in^2 = 6,4516 cm^2; 1 cm^2 = 0,1550 in^2
1 ft^2 = 144 in^2 = 0,0929 m^2; 1 m^2 = 10,7639 ft^2
1 yd^2 = 9 ft^2 = 0,836127 m^2; 1 m^2 = 1,19599 yd^2
1 acre (ejkr) = 0,404686 Ha; 1 Ha = 2,47105 acres
= 4.840 yd^2
1 M^2 = 640 acres = 259 Ha; 1 km^2 = 100 Ha = 0,386102 M^2
= 2,590 km^2

Zapreminske mere:

1 in^3 = 16,387 cm^3; 1 cm^3 = 0,061024 in^3
1 ft^3 = 28,317 dm^3 (lit); 1 m^3 = 35,315 ft^3
= 0,028317 m^3
1 yd^3 = 0,764555 m^3; 1 m^3 = 1,30795 yd^3
1 acre-ft = 1.233,48 m^3; 1 m^3 = 0,00081071 acre-ft
1 hm^3 = 810,71 acre-ft
1 gal US (galon) = 3,78533 lit; - lit = 0,264178 gal US
= 0,83268 gal imp. = 0,219975 gal imp.
= 0,13368 f^3
1 bu US (bušel) = 35,238 lit; 1 lit = 0,028378 bu US
= 0,352383 hl 1 hl = 2,8378 bu US

Proticaji:

1 cusec = 28,3 *l/s*; 1 *l/s* = 0,035315 cusecs
= 1 ft^3/sec
1 cusec/acre = 70,0 *l/s*/Ha; 1 *l/s*/Ha = 0,0143 cusec/acre
1 gal/min = 0,63 *l/s*; i *l/s* = 15,85 gal/min
1 gal/min/acre = 0,156 *l/s*/Ha; 1 *l/s*/Ha = 6,4 gal/min/acre

Zalivne norme:

1 acre-ft/acre = 3.048 m^3/Ha; 1000 m^3/Ha = 0,328
acre-ft/acre (= 305 mm vodnog sloja)

Težinske mere:

1 lb (pound — funta) = 0,45359 kg; 1 kg = 2,204622 lb
= 16 oz (ounces)
1 kip = 1000 lb = 0,453592 t; 1 t = 2,204622 kips

Brzinske mere:

1 ft/sec = 0,3048 m/s; 1 m/s = 3,281 ft/sec

Gravitacija (akceleracija sile teže):

g = 32,16 ft/sec^2; g = 9,81 m/s^2

Mere za pritisak:

1 lb/in²=- PSI=0,070307 kg/cm²; 1 kg/cm²=14,2233 lb/in²
1 atm=14,696 lb/in²; 1 atm=1,033227 kg/cm²

Mere za opterećenje po jedinici dužine:

1 lb/ft=1,48816 kg/m; 1 kg/m=0,67197 lb/ft
1 lb/yd=0,496055 kg/m; 1 kg/m=2,01591 lb/yd

Specifična težina:

1 lb/in³=27,68 g/cm³; 1 g/cm³=0,036127 lb/in³

Koncentracija rastvora:

1 oz/gal imp.=0,3893 lb/ft³=6,2362 g/1; 1 g/l=0,062426 lb/ft³
1 oz/gal US= =7,4893 g/1 =0,16 oz/gal imp.

Rad — Energija — Snaga:

1 ft-lb (foot-pound)=0,138255 sgm; 1 kgm=7,233 ft-lb
=0,324 cal =2,347 kal.

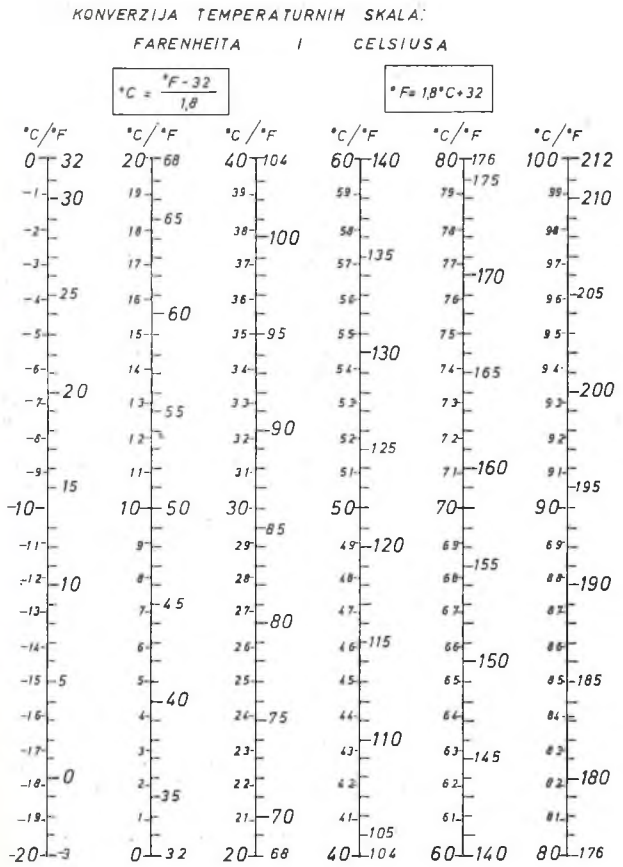
1 HP (horse-power)=1 KS=0,7457 KW;
1 KW=1,34102 HP

Temperatura:

$$^0F = 1{,}8\,^0C + 32 \quad ; \quad ^0C = \frac{^0F - 32}{1{,}8}$$

^0F=broj stepeni po skali Fahrenheit-a
^0C=broj stepeni po skali Celsius-a

Na slici 2 prikazana je konverzija temperature grafički.



Sl. 2

1.4. Vodni kapaciteti zemljišta — stepeni vlažnosti

Zemljište je u stanju *saturacije*, kad su mu praktično sve mikro- i makro-pore ispunjene vodom (maksimalni kapacitet).

Kad se iz saturisanog zemljišta ocedi slobodna — gravitaciona voda, ono dospeva (posle 1 do 3 dana) u stanje vlažnosti *retencionog kapaciteta* (poljski vodni kapacitet, field capacity, capacité de retention, point de ressuyage...). Vodu retencionog kapaciteta zadržavaju u zemljištu kapilarne sile. Teža zemljišta, sastavljena od finijih čestica, imaju veći retencioni kapacitet od lakših, usled veće količine finih kapilarnih šupljina.

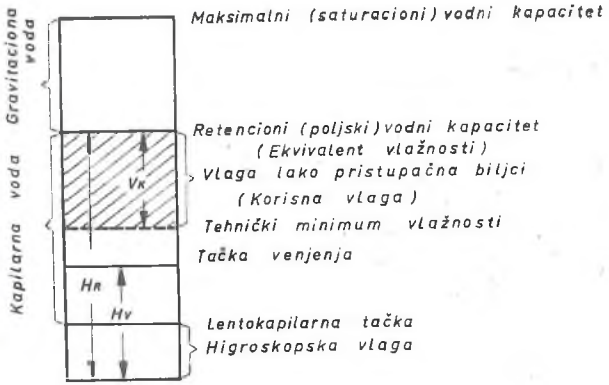
Daljim angažovanjem vlažnosti zemljišta — usled isparavanja (evaporacije) i apsorpcije vode iz zemljišta biljnim korenjem i njenog transporta u lišće i dalje u vazduh (transpiracije) — vlažnost dospeva do *tačke venjenja*, ispod koje vlaga više nije pristupačna biljci, jer je vezana kapilarnim i higroskopskim silama jačim od apsorpcione moći biljnog korenja, to je *mrtva vlaga*.

Još niži stepen vlažnosti predstavlja *higroskopska* vlaga, čvrsto vezana za čestice zemljišta u vidu opne i za biljke potpuno beskorisna.

Na slici br. 3 daje se šematski prikaz stepena vlažnosti zemljišta, a na slici br. 4 orijentacioni odnosi vlažnosti u zavisnosti od sadržine gline u zemljištu.

Lako pristupačne količine vode za biljke i veličina maksimalnih zalivnih normi za glavne kulture i zemljišta daju se orijentaciono u sledećoj tabeli — u mm:

Kultura	Zemljište		
	Peskuša	Peskovita glinuša	Ilovasta glinuša
Povrće, repa	35	80	70
Žitarice	50	130	130
Lucerka	70	170	170
Voćnjaci	100	200	170



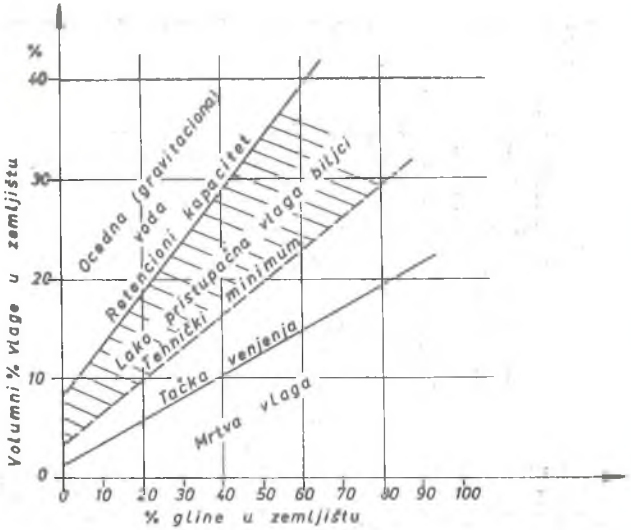
Sl. 3

Zalivne norme praktično ne treba da prelaze 2/3 vodnog kapaciteta zemljišta između retencionog kapaciteta i tačke venjenja, što približno odgovara 1/3 retencionog kapaciteta.

Na slici br. 5 daju se orijentaciono zalivne norme za razne kategorije zemljišta i razne dubine kvašenja.

Glavni kapaciteti — *retencioni i tačka venjenja* — za osnovne predstavnike zemljišta iznose orijentaciono — u volumnim %-ima:

Zemljište	Retenc. kapac.	T. venj.	Lako pristupačna vlaga
Glina	35	18	12
Ilovača	18	9	6
Peskovita ilovača	13	6	5
Peskuša	6	2	3



Sl. 4

Stanje vlažnosti ustanovljuje se na više načina:

— laboratorijski — najprecizniji način,

— pomoću vlagomera raznih tipova, na licu mesta,

— dovoljno tačno za praksu navodnjavanja,

— vizuelno i opipom — prema sledećoj tabeli i iskustvu („Feeling chart"):

ORIJENTACIONE ZALIVNE NORME

Kateg. zemljišta	Tekstura	Sadržaj % Gline	Ilovače	Peska	Retenc. kapacitet Vol.%	Zalivne norme u m³/Ha za dubinu sloja: 10 cm	40 cm	70 cm	120 cm
Veoma laka	Pesak uša	10	20 – 30	60 – 70	10	50	200	400	650
Laka	Ilovasta peskuša	15	35 – 45	40 – 50	15	75	300	500	900
Srednja	Glinovito-peskovi-ta ilovača	20	40 – 50	30 – 40	20	100	400	700	1200
Teža	Ilovača	20	65	15	25	115	450	800	1350
Teška	Glinovita ilovača	30	50	20	30	125	500	850	1500

Sl. 5

Vlažnost zemljišta	Karakteristike uzorka zemljišta	% korisne vlage
Suvo	Prašinasto suvo	Nema
Slaba	Mrvičasto, rasipa se, ne može se gnječiti ni praviti grudva	25 ili manje (kritično)
Prilična	Ponešto mrvičasto, ali se može gnječiti i praviti grudva	25—50
Dobra	Može se praviti grudva, lako se razmazuje prstima	50—75
Odlična	Lako se pravi grudva, plastično, lako se razmazuje, stiskanjem u ruci pojavljuje se na površini grudve mokri sjaj	75—100
Previše vlažno	Može se istisnuti slobodna voda	Preko retenc. kapaciteta

Zalivanje treba obaviti kad vlažnost spadne približno na 1/3 kapaciteta između retencionog kapaciteta i tačke venjenja, pri tzv. *tehničkom minimumu.*

1.5. Kretanje vode u zemljištu — filtracija, infiltracija

Filtracija je kretanje vode u zemljištu u zoni podzemne vode, pod uticajem sile teže. Voda se kreće u smeru pada ogledala podzemne vode. Brzina kretanja

zavisi od propusnosti — permeabiliteta — zemljišta; u lakšim zemljištima brzina filtracije je znatno veća nego u teškim. Važna je za *odvodnjavanje* zemljišta. Karakteriše se *koeficijentom filtracije.*

$v = K \cdot I$ — v = brzina kretanja vode (fiktivna brzina — u odnosu na čitavu površinu nekog profila: zemljište + pore),

— K = koeficijent filtracije,

— I = relativni pad nivoa podz. vode

Prosečni koeficijenti filtracije za osnovne kategorije zemljišta:

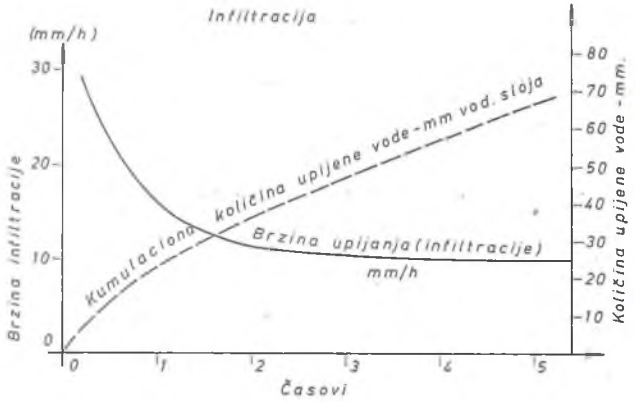
pesak	1,3	do 50	×	10^{-3}	cm/s
peskuše	0,3	do 0,8	×	10^{-3}	„
lake i srednje ilovače	0,05	do 0,9	×	10^{-3}	„
teške ilovače	0,005	do 0,01	×	10^{-3}	„
gline	0,001	do 0,003	×	10^{-3}	„

Infiltracija je brzina kojom se površinska voda upija u zemljište. Ova brzina vremenom opada, da bi posle nekoliko časova prešla u praktično *konstantnu veličinu;* to je tzv. *osnovna (bazična) brzina upijanja.* Važna je za *navodnjavanje,* jer opredeljuje dozvoljeni intenzitet davanja irigacione vode zemljišta. Kad je intenzitet dovođenja vode na zemljište veći od brzine upijanja, pojavljuje se površinsko oticanje viška vode kao gubitak (ukoliko se zalivanje ne obavlja potapanjem ili slepim brazdama).

Brzina upijanja i komulaciona količina upijene vode daju se šematski predstavljene na slici br. 6.

Bazične brzine upijanja za karakteristične kategorije zemljišta iznose — u proseku:

peskuše	25 — 50 mm/čas
peskovite ilovače	15 — 25 mm/čas
srednje ilovače	10 — 15 mm/čas
glinovite ilovače	3 — 10 mm/čas



Sl. 6

O bazičnoj brzini upijanja naročito treba voditi računa u projektima navodnjavanja veštačkom kišom. Bazične brzine upijanja moraju se, pre usvajanja, ustanoviti *eksperimentalno* za sve glavne kategorije zemljišta zastupljene na irigacionom području.

1.6. **Potrebe vode za navodnjavanje**

Količina vode za navodnjavanje neke kulture (irigacione vode) rezultatira iz ukupne potrošnje vlage za vreme razvoja te kulture — na evaporaciju i transpiraciju — koja bi usledila pri optimalnoj vlažnosti zemljišta, i prirodnih padavina pred i za vreme vegetacione sezone.

Za ustanovljavanje ukupne potrošnje vlage (consumptive use) na evapotranspiraciju raspolažemo brojnim metodama, od čisto eksperimentalnih do teoretskih.

Navode se neke metode koje su najviše u primeni:

a) — kao sasvim približno može se za naš klimat prihvatiti da je u mesecu vršne potrošnje vode na evapotranspiraciju dovoljno za sve kulture *oko 100 mm vlage* — neto,

b) — *metoda prof. Šarova* i dr. — daje takođe orijentaciono potrošnju vlage po obrascu:

$$V = K \cdot (T) m^3/Ha, \text{ gde je:}$$

V = potrošnja vlage,

(T) = suma srednjih dnevnih temperatura u periodu vremena,

K = koeficijent, čija je vrednost 1,25 — 2, u zavisnosti od ostalih faktora klimata, kulture, zemljišta, i dr.,

c) — *Metoda Blaney — Criddle* — definiše potrošnju vlage na evapotranspiraciju kao funkciju temperature i svetla, po obrascu:

$$U = K \frac{t \times p}{100}, \text{ gde su:}$$

U = ukupna potrošnja vlage na evapotranspiraciju (ET), u inčima

t = srednja mesečna temperatura vazduha, u stepenima Farenhajta,

p = trajanje dnevnog svetla u toku meseca, izraženo u procentima od ukupnog godišnjeg trajanja; ovo je astronomski podatak i zavisan samo od geografske širine područja,

K = korelacioni koeficijent koji povezuje ove raznorodne veličine i treba da odražava sve ostale nedefinisane uticajne faktore; ustanovljuje se empirički, merenjem faktične potrošnje vlage i upoređenjem ove količine, izražene u inčima, sa proizvodom $\frac{t \times p}{100}$.

Prelazom na temperaturu izraženu stepenima Celsijusa i na potrošnju vlage izraženu milimetrima vodenog sloja, ovaj obrazac dobija sledeći oblik:

$$U = K \frac{(1{,}8\, t^0 C + 32) \times p}{100} \times 25{,}4 \text{ mm, ili}$$

$$U = 0{,}254\,(1{,}8\ t^0 C + 32)\, p\, K$$

gde $t^0 C$ predstavlja srednju mesečnu temperaturu vazduha po Celsijusu.

U sledećoj tabeli daju se vrednosti za mesečno trajanje svetla, — p —, izraženo u %-ima od godišnjeg trajanja:

U sledećoj tabeli daju se orijentacione vrednosti za korelacioni koeficijent K, ustanovljene empirički za važnije kulture, koje se vrednosti mogu primenjivati i u našim uslovima, uz obavezno proveravanje i korigovanje:

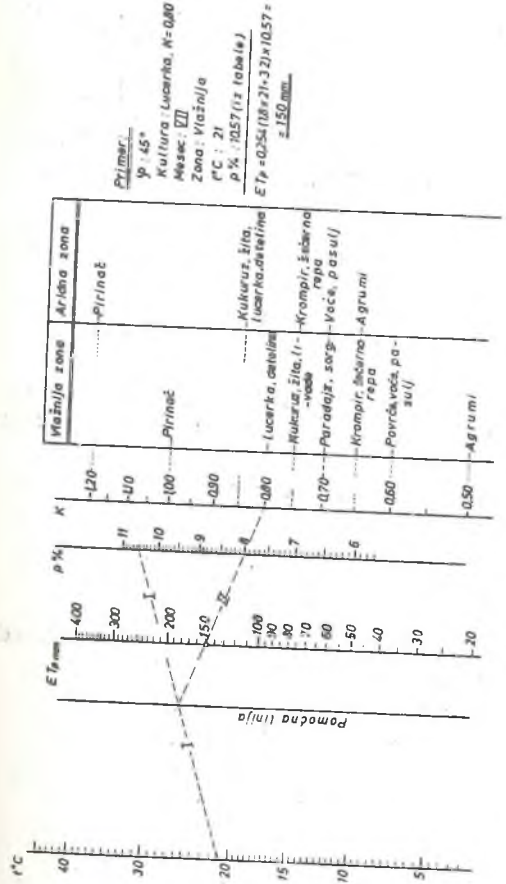
Mesec — φ^0 — GEOGRAFSKA ŠIRINA (severna)

	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	
I	7,40	7,30	7,20	7,10	6,99	6,87	6,74	6,62	6,49	6,33	6,17	
II	7,07	7,03	6,97	6,91	6,86	6,79	6,72	6,65	6,58	6,50	6,42	
III	8,39	8,38	8,37	8,36	8,35	8,34	8,33	8,31	8,30	8,29	8,27	
IV	8,68	8,72	8,75	8,80	8,85	8,90	8,95	9,00	9,05	9,12	9,18	
V	9,46	9,53	9,63	9,72	9,81	9,92	10,03	10,14	10,26	10,39	10,53	
VI	9,38	9,49	9,60	9,70	9,83	9,95	10,08	10,21	10,38	10,54	10,71	
VII	9,58	9,67	9,77	9,88	9,99	10,10	10,22	10,35	10,49	10,64	10,80	
VIII	9,16	9,22	9,28	9,33	9,40	9,47	9,54	9,62	9,70	9,79	9,89	
IX	8,32	8,34	8,34	8,36	8,36	8,38	8,39	8,40	8,41	8,42	8,44	
X	8,02	7,99	7,93	7,90	7,85	7,80	7,75	7,70	7,63	7,58	7,51	
XI	7,27	7,19	7,11	7,02	6,92	6,82	6,73	6,62	6,49	6,36	6,22	
XII	7,27	7,14	7,05	6,92	6,79	6,66	6,52	6,38	6,22	6,04	5,86	
S:	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Kultura	Zone	
	Vlažnije	Suvlje
Povrće — razno	0,60	.
Paradajz	0,70	.
Pasulj	0,60	0,70
Krompir	0,65	0,75
Šećerna repa	0,65	0,75
Kukuruz	0,75	0,85
Žitarice	0,75	0,85
Sorgum (sirak)	0,70	.
Pirinač	1,00	1,20
Lucerka	0,80	0,85
Detelina	0,80	0,85
Livade, vešt. pašnjaci	0,75	.
Voćnjaci (listopadni)	0,60	0,70
Limun	0,50	0,65
Pamuk	0,60	0,65

Sračunata potrošnja vlage po obrascu Blaney-Criddle predstavlja *potencijalnu* evapotranspiraciju (ET_p), potrošnju vlage koja bi se ostvarila kad bi se vlažnost zemljišta stalno održavala u zoni optimalne. Kako u stvarnosti vlažnost zemljišta varira od retencionog kapaciteta do tehničkog minimuma, stvarna (realna) veapotranspiracija je nešto manja od potencijalne. Stoga se po ovom obrascu dobijaju nešto previsoke količine za *ET* i treba ih redukovati koeficijentom 0,8 — 0,9, u zavisnosti od kulture, klimata i zalivnih normi; za male zalivne norme, gde su gubici na evaporaciju značajniji, redukcija nije potrebna.

Na slici br. 7 daje se nomogram (M. G. Guyona), sačinjen na bazi Blaney-Criddleovog obrasca za potencijalnu evapotranspiraciju — ET_p —, pomoću koga se na veoma jednostavan način dolazi do rezultata.



Sl. 7

Mesečna norma navodnjavanja, dobijena pomoću ovog obrasca, umanjuje se efektivnim padavinama. Godišnja norma navodnjavanja umanjuje se i ocenjenom (ili merenom) zalihom zimske vlage u zemljištu, čija maksimalna vrednost može biti ravna jednoj zalivnoj normi, a obično se kalkuliše sa 0,5 retencionog kapaciteta. Za efektivne padavine kalkulišu se sve sezonske padavine jačine preko 5 mm, uz redukciju koeficijentom 0,7 — 0,9.

d) — *Metoda Turca* daje orijentaciono potrošnju vlage na evapotranspiraciju (potencijalnu), po obrascu (uprošćenom):

$$ET_p = (I_g + 50) \times 0{,}40 \frac{t}{t+15} \text{ mm}$$, gde su;

I_g = srednja mesečna vrednost globalne sunčane radijacije, izražene u (malim) kalorijama /cm²/dan,

t = srednja mesečna temperatura u stepenima Celsijusa,

$$I_g = I_{gA} \times \left(0{,}18 + 0{,}62 \frac{h}{H}\right)$$

I_{gA} = energija sunčane radijacije (bez atmosfere) u kal/cm²/dan,

h = trajanje mesečne insolacije,

H = astronomsko trajanje svetla, mesečno,

$\frac{h}{H}$ = relativna insolacija

Srednje mesečne vrednosti za I_{gA} — cal/cm²/dan:

Mesec	Geografska širina φ⁰								
	42	43	44	45	46	47	48	49	50
I	336	321	307	293	278	264	250	236	222
II	468	454	441	427	414	400	387	373	360
III	651	640	629	618	606	595	584	573	562
IV	819	812	805	798	791	785	778	771	764
V	939	937	934	932	929	927	925	922	920
VI	985	985	984	984	984	984	983	983	983
VII	954	952	950	948	946	944	942	940	938
VIII	846	840	835	829	823	817	812	806	800
IX	689	679	668	658	648	638	627	617	607
X	510	496	483	470	457	443	430	417	404
XI	362	347	332	318	303	289	275	260	246
XII	294	280	266	251	237	223	208	194	180

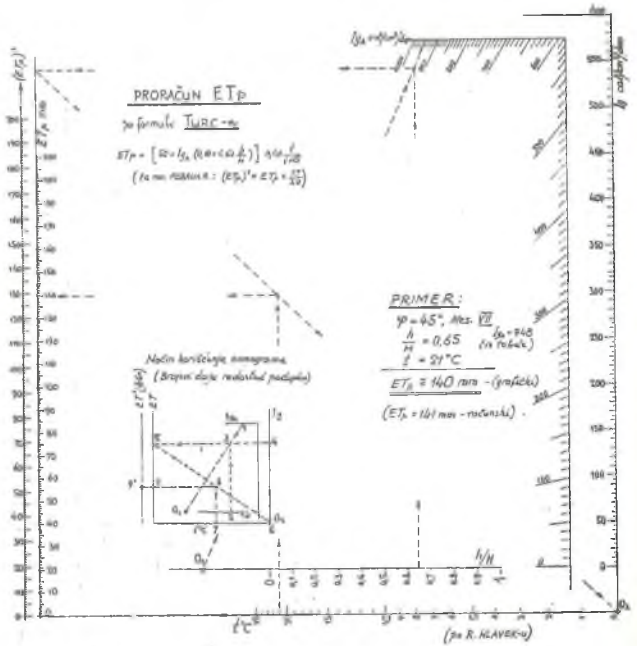
Mesečno trajanje svetla (astronomsko), H časova:

Mesec	Geografska širina φ⁰								
	42	43	44	45	46	47	48	49	50
I	296	292	288	284	281	277	274	270	266
II	297	296	295	293	291	290	288	286	284
III	370	370	370	370	370	370	369	369	368
IV	401	403	404	405	407	409	410	412	413
V	452	455	457	461	465	468	472	475	479
VI	454	458	462	467	471	476	480	485	490
VII	461	465	468	472	475	479	483	488	492
VIII	429	432	435	437	439	442	444	447	449
IX	376	376	376	377	377	377	377	378	378
X	343	342	342	341	340	338	337	336	334
XI	295	282	289	287	284	281	278	275	272
XII	284	281	277	273	270	266	262	257	253

Na slici br. 8 daje se nomogram, sačinjen na bazi Turcovog obrasca (R. Hlavek) za potencijalnu evapotranspiraciju — ET_p —, za brz i jednostavan način dobijanja rezultata.

Kao nedostatak ove metode navodi se da ne vodi računa o kulturi.

e) — Od ostalih metoda navode se:



Sl. 8

Thornthwaitova, Hargreavesova, Penmanova, Olivierova, Bouchetova, Voltmanova, Kremeneckog, metoda transpiracionih koeficijenata, ...

Svaka od ovih metoda bazira se na definisanju potrošnje vlage kao funkcije izvesnih prirodnih činilaca. Nijedna od njih ne obuhvata, niti se mogu definisano obuhvatiti svi činioci, tako da se rezultati dobijeni po raznim metodama razlikuju u dosta širokim okvirima, ponekad i do 100%. Stoga od proračuna potreba vlage za evapotranspiraciju ma po kojoj metodi ne treba očekivati strogo definisane i pouzdane količine; *proračuni služe za orijentaciono sagledavanje potreba* i kao baza za projektovanje irigacionih sistema, a stvarne količine irigacione vode, turnuse zalivanja i zalivne norme treba ustanovljivati u eksploataciji — *na bazi faktičnih opažanja, praćenja i merenja vlažnosti zemljišta.*

Sve navedene i druge metode daju *neto potrebe* vode za evapotranspiraciju, tj. bez gubitaka vode na njenom putu do zemljišta, o čemu se govori u poglavlju 1.9.

1.7. **Metode zalivanja (natapanja) zemljišta**

U primeni su 3 osnovne metode zalivanja:

— *Površinske*
— *Podzemne* i
— *Nadzemne* (veštačka kiša)

Najraširenije su metode površinskog zalivanja. U novije vreme sve se više uvodi nadzemno zalivanje — veštačka kiša. Podzemno zalivanje je veoma malo u primeni.

1.7.1. **Površinske metode zalivanja**

1.7.1.1. Zalivanje brazdama — obavlja se upuštanjem vode u otvorene (protočne) ili u zatvorene (slepe) brazde.

Dužina brazda i količina vode — natapana struja — koja se upušta u brazde u jedinici vremena (l/s) u zavisnosti su od tekstura i strukture zemljišta i pada brazda. Vreme upuštanja u zavisnosti je od jačine natapne struje i zalivne norme.

Radi postizanja što ravnomernije raspodele vode u zemljištu duž brazda i što manjih gubitaka na poniranje i oticanje, često se na početku zalivanja u brazde upušta jača struja da bi voda što pre stigla do kraja brazde, a potom se jačina struje smanji na veličinu koja odgovara infiltracionom kapacitetu duž brazde.

U sledećoj tabeli daju se orijentacioni iskustveni podaci o veličinama u zalivanju brazdama (protočnim): padovima i dužinama brazda — u metrima:

Pad brazda	Kategorija zemljišta			
	Ilovaste peskuše, grube peskovite ilovače	Peskovite ilovače	Ilovače	Glinovite ilovače
0— 20‰	75—120	90—200	200—400	260—400
20— 50‰	60— 90	60— 90	90—200	120—260
50— 80‰	45— 60	45— 75	60— 90	75—120
80—150‰	30— 45	30— 60	30— 60	60— 90

Proticaji u brazdama — natapne struje — kreću se od 0,3 do 2,5 l/s, u zavisnosti od zemljišta i njegove brzine upijanja, pada i dužine brazda; manji pad i teže zemljište podnose jaču natapnu struju. Jačina struje obično je limitirana zahtevom da ne dolazi do značajnije erozije dna i bokova brazda.

Elementarne veličine pri zalivanju brazdama — jačinu natapne struje i dužinu brazda — najbolje je — *ustanoviti ogledom* na licu mesta.

U zatvorene brazde upušta se znatno jača struja vode nego u protočne.

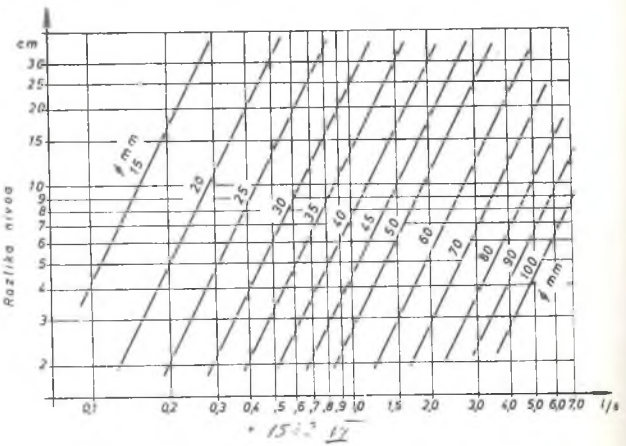
q l/s	Vis. pritiska z cm	Φ cevč. d cm	Strana kvadr. otvora cm
0,3	3	2,8	2,5
0.3	5	2,5	2,2
0.3	8	2,2	1,9
0.5	3	3,7	3,3
0,5	5	3,2	2,9
0 5	8	2,9	2,6
0.8	3	4,7	4,1
0 8	5	4,1	3,6
0,8	8	3,6	3,2
1,5	3	6,4	5,7
1,5	5	5,6	4,8
1,5	8	5,0	4,4
2,0	3	7,4	6,5
2,0	5	6,5	5,8
2,0	8	5,8	5,1
3,0	3	9,0	8.0
3,0	5	7,9	7,0
3,0	8	7,1	6,3

Za upuštanje vode u brazde služe razni uređaji: obični proseci u bokovima razvodnika čelo brazda, drvene ili keramičke cevčice kružnog ili kvadratnog preseka ugrađene u bokove razvodnika, otvori — rupice — na metalnim prenosnim zatvaračima, sifoni (natege), i sl.

U sledećoj tabeli daju se prečnici cevčica kružnog preseka i strane cevčica kvadratnog preseka, dužine 30—60 cm, za upuštanje u brazde raznih protočnih količina (natapnih struja) — q l/s — pod raznim pritiscima (razlikama nivoa vode):

Na dijagramu — slika 9 — daju se približni kapaciteti natega, u zavisnosti od njihovog prečnika i razlike nivoa vode na ulaznom i izlaznom kraju sifona.

1.7.1.2. — Zalivanje prelivanjem (Border-strip, Planches, Calants) — primenjuje se obično za livade, žitarice i sl.



Sl. 9

Površina se niskim pregradnim nasipima u smeru pada izdeli na trake, širine 5—20 m, dužine 60—400 m, na koje se, na uzvodnom čelu, upušta voda koja u vidu tankog sloja od nekoliko stantimetara napreduje duž prelivne trake — čitavom njenom širinom. Pad prelivnih traka može iznositi 1½ do 20—30‰; najpovoljniji je pad oko 3‰. Poprečnog pada praktično ne sme biti. Teža zemljišta zahtevaju manji pad i duže trake.

U sledećoj tabeli daju se orijentaciono pogodne dimenzije prelivnih traka — u m — i jačine zalivnih struja — u *l/s*:

Zalivna struja — l/s	Kategorija zemljišta					
	Peskovito		Ilovasto		Glinovito	
	Šir.	Duž.	Šir.	Duž.	Šir.	Duž.
30	6	60— 90	7½	100—160	9	160—230
30— 60	9	100—130	10	160—230	12	200—260
60—120	10	130—160	12	160—230	15	200—300
120—175	12	160—200	15	200—260	18	260—400
175—225	20	200—230	20	260—400	20	400—450

Jačina zalivne struje obično se smanjuje kad čelo vode stigne blizu kraja (do 3/4) prelivne trake, — slično kao za protočne brazde.

1.7.1.3. **Zalivanje potapanjem (plavljenjem)**

Zalivna površina se izdeli nasipima na bazene (kasete, čekove), veličine 0,01 do 1 ha, u koje se upušta voda strujom nekoliko puta jačom od infiltracionog kapaciteta bazena, tako da upijanje date zalivne norme traje znatno duže od njenog upuštanja u bazen. Zalivna struja može da iznosi i do 500 l/s.

Površina bazena treba da je praktično bez pada; toleriše se razlika unutar bazena od svega nekoliko cm.

Najviše se primenjuje za navodnjavanje pirinča i za ispiranje zasoljenih zemljišta.

Jedan vid ove metode predstavlja baštovansko zalivanje povrća pomoću malih bazena „leja" —, tzv. bugarsko navodnjavanje.

1.7.2. Podzemno navodnjavanje

Retko se primenjuje, jer zahteva velike investicije. Voda se dovodi ukopanim, mestimično perforisanim, cevima na dubini 60—80 cm, odakle je zemljište uzima putem kapilariteta. Često se kombinuje sa drenažom. Za ovaj način navodnjavanja pogodne su površine sa nepropusnom podlogom ispod sloja koji se vlaži, jer se sprečavaju gubici na poniranje vode u dublje slojeve.

U ovu grupu spada i navodnjavanje podzemnom vodom na taj način da se regulacionim objektima njen nivo održava na željenoj dubini.

1.7.3. Navodnjavanje kišenjem (veštačkom kišom)

U novije vreme sve se više uvodi ova metoda navodnjavanja, naročito u semiaridnim, pa i humidnim područjima, za mnoge irigacione površine, navodnjavanje ranije klasičnim — površinskim — metodama. Izgraduju se kišni sistemi, kao savremeniji. Naročite prednosti ima kišenje na veoma propusnim zemljištima i na površinama nemirnog reljefa i većeg pada.

U primeru su 3 osnovna tipa kišnih sistema:
— *pokretni*,
— *polustacionarni*, i
— *stacionarni*.

Kišenje *pokretnim* uređajima obavlja se premeštanjem svih delova uređaja — crpke, razvodnih cevovoda i kišnih krila sa prskačima (rasprskivačima) — sa okišene površine na sledeću.

Polustacionarni sistemi imaju stacionarnu crpnu stanicu i razvodne cevovode sa hidrantima, a kišna krila sa prskačima se premeštaju. Razvodni cevovodi se ukopavaju na 70—100 cm ispod površine.

Stacionarni sistemi imaju sve elemente nepokretne, izuzev eventualno prskače, koji se mogu premeštati od hidranta do hidranta.

S obzirom na pritisak u kišnim uređajima i sa njim vezan domet prskača, delimo ih na uređaje sa visokim pritiskom — dalekometne, sa srednjim pritiskom — srednjeg dometa, i sa niskim pritiskom — kratkog dometa.

Ovu podelu karakterišu orijentaciono sledeće veličine:

Tip kišnog uređaja	Pritisak na mlaznici prskača — atm	∅ mlaznica mm	Domet prskača m	Kapacitet prskača l/s
Visok prit. dalekometni	6 —12	15—40	40—80	6 —40
Sred. prit. sred. domet	3 — 6	6—20	15—40	0,6—10
Niski prit kratki domet	1,5— 3	3— 8	10—20	0,2— 1,2

Veoma važan elemnat za kišne sisteme i uređaje predstavlja brzina upijanja vode u zemljište, koja limitira *intenzitet kišenja*. Kako brzina upijanja (infiltracije) vremenom opada, da bi posle nekoliko časova praktično stagnirala (bazična brzina upijanja), *intenzitet kišenja ne sme biti veći od bazične brzine infiltracije* (Vidi t. 1.5.).

Principijelno treba nastojati da intenzitet kišenja bude što bliže maksimalno dozvoljenom (bazičnoj brzini infiltracije) da bi gubici vode bili što manji. Pri tome treba voditi računa o neravnomernosti intenziteta kišenja u krugu kišne površine oko prskača, naročito za vreme vetra, pa je potrebno da *prosečni intenzitet kišenja bude niži od bazične brzine infiltracije* (i mm/čas=0,5—0,8 x bazična brzina infiltracije).

Kišni uređaji se projektuju obično sa sledećim intenzitetom kišenja:
— za lakša zemljišta . . . . i=10—20 mm/čas
— za srednje teška zemljišta i=oko 10 mm/čas
— za teška zemljišta . . . . . i= 5— 8 mm/čas

Intenzitet kišenja na nagnutom zemljištu treba da je manji nego na ravnici.

Bazičnu brzinu infiltracije treba utvrditi na licu mesta, na više karakterističnih tačaka i kontrolnim ponavljanjem. Korektne podatke daje dvostruki cilindar.

Kišni uređaji treba da daju *finu kišu,* — da se mlaz vode, po izlasku iz mlaznice (dize) fino raspršuje. Finoća kiše raste sa pritiskom, a opada sa prečnikom mlaznice.

U novije vreme sve više se favorizuju kišni uređaji sa niskim pritiskom (2—3 atm.), mlaznicama malog prečnika (do 10 mm) i kratkim dometom (do 20 m), jer, upoređeni sa uređajima sa dalekometnim prskačima, obezbeđuju bolju raspodelu vode, zahtevaju manje pogonske energije, manje su podložni negativnom uticaju vetra, daju finiju kišu, imaju manji intenzitet kišenja, pa dozvoljavaju veća preklapanja kišenih površina, itd.

Optimalna dužina prenosnih kišnih krila pokretnih i polustacionarnih sistema iznosi 100—200 m; kraća kišna krila zahtevaju gušću i skuplju razvodnu mrežu, a duža veće prečnike kišnih cevi i veću toleranciju razlike u pritisku na početku i kraju krila, prema tome i veću toleranciju u neravnomernosti raspodele vode duž krila.

Dnevni red na kišenju sa prenosnim kišnim krilima može da traje 16—20 časova; stacionarni kišni sistemi mogu da rade svih 24 časa dnevno.

Radne garniture prenosnih kišnih krila treba da imaju takav sastav da su kišna krila što više vremena u pogonu, tj. da *prekidaju rad samo za vreme potrebno za njihovo premeštanje* na novu poziciju. Ovome dobro odgovara garnitura sa četiri kišna krila, od kojih su tri u radu a jedno se premešta. Za premeštanje jednog kišnog krila pri ovakvom sastavu raspoloživo vreme iznosi, prema tome, 1/3 trajanja rada kišnog krila na jednoj poziciji.

Primer: Kišom se daje zalivna norma od 400 m³/ha (=40 mm), intenzitetom od 8 mm/čas; trajanje rada krila na jednoj poziciji iznosi 400/8=5 časova. Pri sastavu radne garniture od 3+1=4 kišna krila raspoloživo vreme za premeštanje jednog kišnog krila iznosi 5 časova/3=1 čas i 40 minuta.

Rad potreban za premeštanje kišnog krila sa jedne pozicije na susednu zavisi od dužine krila, razmaka pozicija, kulture, sistema za rasklapanje i sklapanje kišnih cevi, težine kišnih cevi i prskača. Za prosečne prilike radno vreme (za 1 radnika) za premeštanje 100 m kišnog krila, sa glavama cevi za brzo rasklapanje i sklapanje (držeći cev na sredini), iznosi orijentaciono:

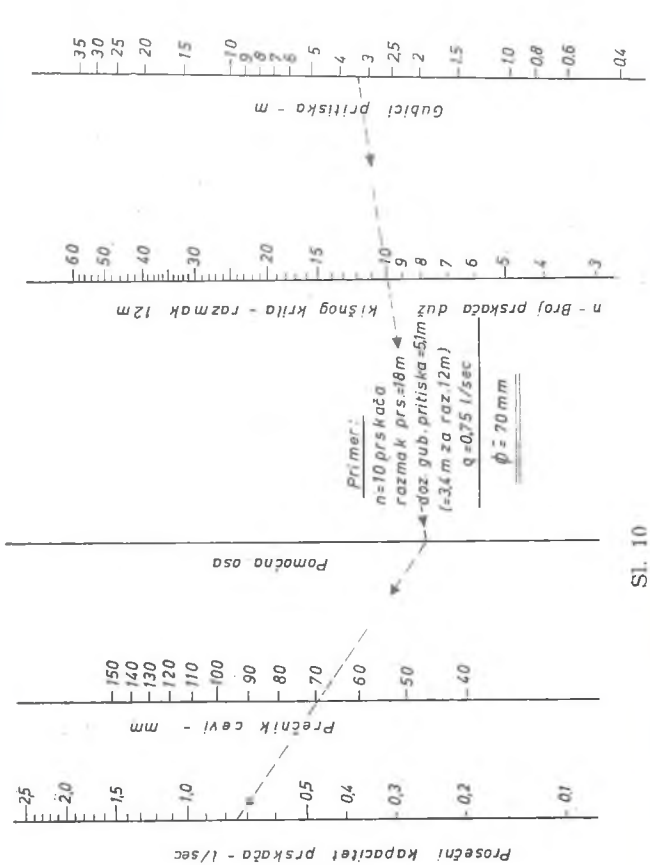
Razmak pozicija za kišno krilo	Rad potreban za premeštanje 100 m krila
12 m	35 minuta
18 m	40 „
24 m	45 „
48 m	55 „

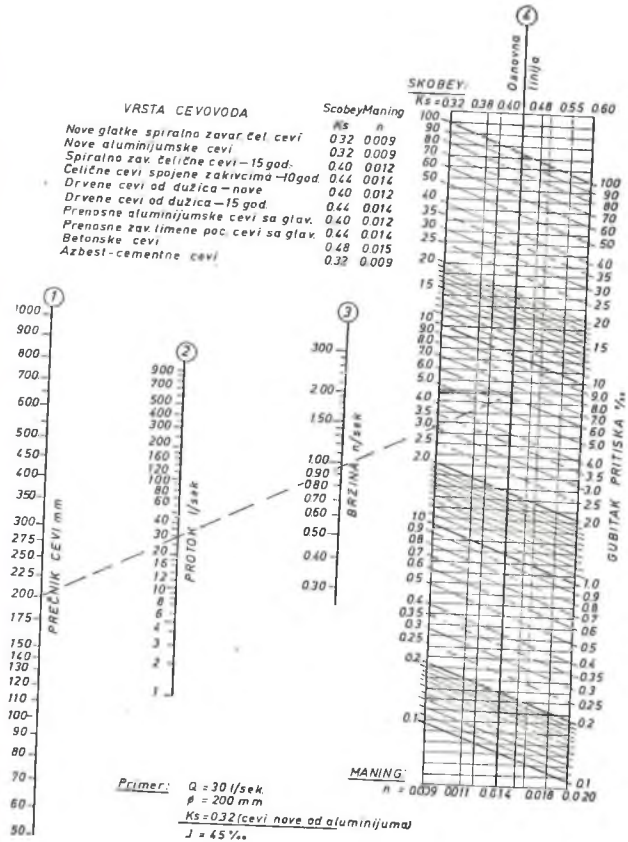
Zbog gubitaka pritiska duž kišnog krila, kapacitet prskača, idući prema kraju krila, opada, a time i zalivna norma. Obično se toleriše razlika između kapaciteta prvog i poslednjeg prskača od maks. 10%, što *odgovara toleranciji razlike u pritisku na mlaznicama krajnjih prskača od oko 20%.*

Za brzo kalkulisanje potrebnog prečnika cevi za kišna krila daje se na slici 10 nomogram, sačinjen na bazi Scobeyevog obrasca za gubitke pritiska i eksperimentalne provere gubitaka.

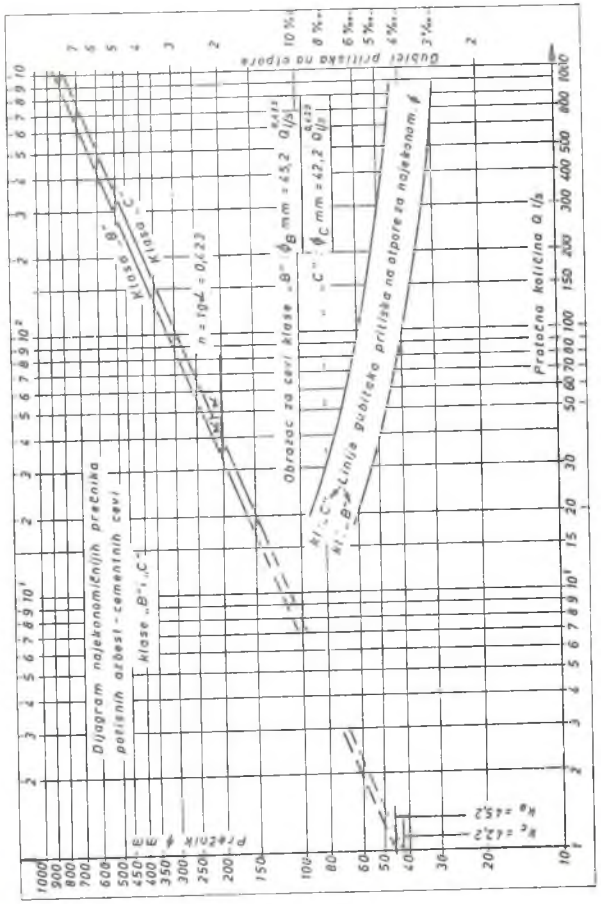
Za kalkulisanje potrebnog prečnika (ili gubitaka prtiska) razvodnih cevovoda (bez prskača) služi nomogram slika br. 11.

Najekonomičniji prečnici azbest-cementnih cevovoda, klasa „B" i „C" (do 5, odnosno do 10 atm.) prikazani su na dijagramu — slika br. 12. Dijagram


Prosečni kapacitet prskača - l/sec
Pomoćna osa
Primer:
n=10 prskača
razmak prs.=18m
-doz. gub. pritiska=6lm
(=3,4 m za raz.12m)
q =0,75 l/sec
ϕ= 70 mm
Sl. 10


VRSTA CEVOVODA
Scobey Ks
Maning n
Nove glatke spiralno zavar.čel. cevi 0,32 0,009
Nove aluminijumske cevi 0,32 0,009
Spiralno zav. čelične cevi – 15 god. 0,40 0,012
Čelične cevi spojene zakivcima – 10 god. 0,44 0,014
Drvene cevi od dužica – nove 0,40 0,012
Drvene cevi od dužica – 15 god. 0,44 0,014
Prenosne aluminijumske cevi sa glav. 0,40 0,012
Prenosne zav. limene poc. cevi sa glav. 0,44 0,014
Betonske cevi 0,48 0,015
Azbest-cementne cevi 0,32 0,009
SKOBEY
Ks = 0,32 0,38 0,40 0,48 0,55 0,60
Osnovna linija
PREČNIK CEVI mm
PROTOK l/sek
BRZINA m/sek
GUBITAK PRITISKA ‰
MANING
n = 0,009 0,011 0,014 0,018 0,020
Primer: Q = 30 l/sek
ϕ = 200 mm
Ks = 0,32 (cevi nove od aluminijuma)
J = 45 ‰

Sl. 11


Dijagram najekonomičnijih prečnika
patisnih azbest - cementnih cevi
Obrazac za cevi klase „B" i „C"
Linija pubitske pritiska na stopi za najekonomičnije
Pritisak u atm
Protočna količina Q l/s
Gubici pritiska na stopi
Klase „B" i „C"
n = 10⁴ = 0,123
Klase „B" i „C"

Sl. 12

je sačinjen na bazi sledećih usvojenih elemenata: otplatni period investicija sa 4½%-nim kamatama 15 godina, rok amortizacije 40 godina, godišnje održavanje 2% od investicionog koštanja, cena pogonske energije 0,20 Din/KWh, godišnji rad crpki 1.600 časova.

Za godišnje troškove cevovoda, kao merodavan kriterij njihove ekonomičnosti, usvojen je ponderisani prosek god. troškova iz otplatnog perioda (15 god.) i perioda posle okončane anuitetne otplate investicionog kredita.

1.8. Dimenzionisanje irigacionih organa

Za kapacitete i dimenzije irigacionih organa merodavne su bruto potrebe irigacione vode u mesecu vršne potrošnje; ređe se ide na dekadu vršne potrošnje.

Pri kalkulisanju mesečnih potreba irigacione vode vodi se računa o zastupljenosti kultura i njihovim potrebama; ponderisani prosek potreba za pojedine kulture daje potrebe za tzv. *idealni hektar*. Mesečne potrebe za idealni hektar, podeljene sa efektivnim radnim vremenom u mesecu na zalivanju, daju radni hidromodul irigacionog sistema (ili dela sistema) — q 1/s/ha.

Radni hidromodul, pomnožen sa neto irigacionom površinom, daje potrebni neto proticaj za tu površinu. Kako ovaj proizvod za manje površine od 20—30 ha) daje suviše malu i neekonomičnu protočnu količinu — manju od ekonomične zalivne struje — za razvodne organe (kanale, cevovode) usvaja se *kao minimalni kapacitet jačina ekonomične zalivne struje*, tj. proticaj kojim može efikasno da rukuje jedan zalivač, *odnosno kapacitet jedne radne kišne garniture.*

Pri dimenzionisanju dovodnih i razvodnih organa treba nastojati da kanali i cevovodi budu u toku zalivnog turnusa *što duže u pogonu*, tj. da im kapaciteti i demenzije budu što manji — u granicama zahteva

eksploatacije irigacionih površina. Često se, naime. zahteva da se izvesna kultura zalije u znatno kraćem vremenu od zalivnog turnusa da bi se omogućilo blagovremeno obavljanje poljoprivrednih radova posle zalivanja. Uzimajući u obzir ovakve zahteve eksploatacije, za dimenzionisanje dovodnih i razvodnih organa, može se dati sledeće praktično pravilo:

Kapacitet dovodnog kanala (cevovoda) treba najmanje da je ravan *proizvodu neto irigacione površine* koju dovodnik snabdeva i *radnog hidromodula, uvećanom za veličinu zalivne struje* i za gubitak vode.

$$Q=\frac{F\times q+q_0}{\eta}$$, gde su:

Q — kapacitet dovodnika,
F — neto površina koju dovodnik snabdeva,
q — radni hidromodul (vršnog perioda),
q_0 — zalivna struja,
η — korisni koeficijent zalivanja.

Ovako dobijen kapacitet uvećava se na najbliži veći, deljiv sa zalivnom strujom.

Primer: Radni hidromodul: $q = 0{,}75$ *l/s/Ha*
Neto irig. površ.: $F = 44$ *Ha*
Zalivna struja: $q_0 = 30$ *l/s*
Gubici vode 20%: $\eta = 0{,}80$

Kapacitet kanala koji snabdeva ovu površinu treba da je:

$$Q=\frac{44\times 0{,}75\quad 30}{0{,}80}=79\ l/s+$$ zaokruženo na sledeći kapacitet, deljiv sa zal. strujom, to daje:

$$Q = 90\ l/s$$

Ovakav način dimenzionisanja dovodnih organa je ekonomičan i zadovoljava normalne eksploatacione uslove. No, ukoliko bi se radilo o velikim površinama (više stotina hektara) *jedne kulture*, koja zahteva kratke i oštre termine zalivanja (za svega nekoliko dana), dovodni kanali bi morali imati odgovarajuće veće kapacitete i dimenzije od ovako sračunatih. U takvom slučaju potreban kapacitet kanala bi iznosio:

$$Q=\frac{F\times q}{\eta}\times\frac{T}{t}$$, g'e su:

T = trajanje zalivnog turnusa — dana,
t = rok za obavljanje zalivanja — dana.

Ako je u prethodnom primeru: $T = 15$ dana, a $t = 6$ dana, bilo bi

$$Q=\frac{44\times 0\,75}{0{,}80}\times\frac{15}{6}=103$$, okruglo 120 *l/s*

1.9. Gubici vode u navodnjavanju i njihovo sprečavanje

Navode se glavni vidovi gubitaka vode — manje ili više neizbežnih:

— poniranje vode u dublje slojeve, odakle se ne iskorišćuje za evapotranspiraciju,
— površinsko oticanje viškova vode koji nisu dospeli da se infiltruju u zalivano zemljište,
— gubici iz dovodnih i razvodnih kanala na poniranje, curenje, prelivanje, isticanje, evaporaciju, i dr.,
— isparavanje sa slobodne vodene površine pri zalivanju potapanjem (plavljenjem),
— isparavanje iz kišnog mlaza,
— isparavanje sa lišća biljaka pri zalivanju kišenjem,
— pražnjenje kišnih krila pri njihovom premeštanju, i dr.

(Gubici vode na isparavanje sa slobodne površine u dovodnim i razvodnim kanalima su beznačajni.)

Gubici irigacione vode uveliko zavise od načina zalivanja i od kvaliteta izgradnje irigacionog sistema. Kreću se u praktičnim granicama od 15 do 60% ($n = 0{,}40—0{,}85$).

Najmanji gubici se postižu u savremeno i kvalitetno izgrađenom sistemu (betonski dobro zaptiveni kanali ili cevovodi, dobro zaptiveni manipulacioni objekti: zatvarači, upusti, merni uređaji, i dr.) i pri zalivanju malim bazenima — lejama — ili kratkim neprotočnim brazdama — jednostavnim ili dvojnim (billons), i pri zalivanju kišenjem (ukoliko se ne zaliva pri jakom vetru i pri visokoj temperaturi i suvom vazduhu).

Najveći gubici nastaju pri dalekom vođenju vode u neobloženim kanalima i razvodnicima, pri zalivanju dugačkim brazdama, pri zalivanju prelivanjem na neplaniranom zemljištu, i sl.

Glavne mere za sprečavanje gubitaka su:

— oblaganje dovodnih i razvodnih kanala (beton sa gumenim ili bitumenskim spojnicama, polivinilski zemljom pokriveni zastori, bitumenske emulzije, bentonit, glina, i dr.),
— dovođenje i razvođenje vode cevovodima (metalnim, betonskim, azbest-cementnim, plastičnim),
— efikasan način zalivanja — bez većih gubitaka na površinsko oticanje i na dubinsko poniranje,
— ravnanje — planiranje — zemljišta, radi ravnomernije raspodele vode,
— merni uređaji za doziranje vode,
— stalno merenje i praćenje vlage u zemljištu i davanje odgovarajućih zalivnih normi u odgovarajuće vreme,

— kultivacija — prašenje — golih površina zemljišta posle zalivanja radi prekidanja kapilarnog penjanja vlage i isparavanja sa površine, uništavanje korova, malčovanje (prekrivanje površine slamom, ili drugim otpacima), i dr.

1.10. — Merenje vode

U navodnjavanju su u primeni razni uređaji za merenje vode; ovde se prikazuje nekoliko najčešćih i najprostijih (vidi sliku br. 13):

— pravougaoni — potpuni — neusporeni — preliv,
— trapezni — Cipollettiev — preliv, i
— žlebasti — Thomsonov — preliv.

Složeniji od ovih su vodomeri: Parshal, Venturi, Neyrpic, Grleni, Automatski vodomer-regulator (konstrukcija autora), i dr.

Za približno ustanovljavanje proticajne količine, $Q = F \times v$, dovoljno je izmeriti površinu protočnog profila i brzinu u matici pomoću časovnika i koraka; ovu brzinu treba redukovati faktorom 0,8 da bi se dobila srednja brzina u profilu. Proizvod površine protočnog profila, izražene u dm^2, i srednje brzine, izražene u dm/s, daje proticaj u l/s.

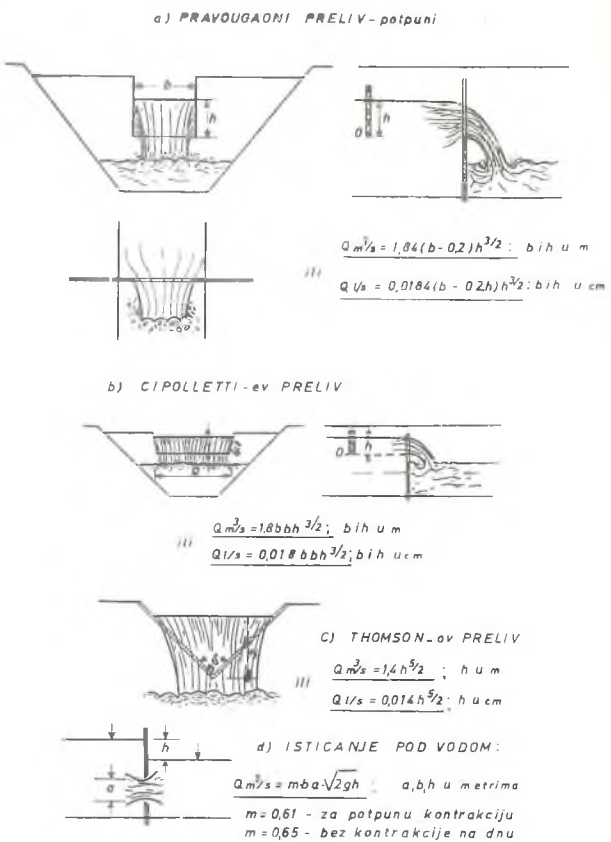
U sledećim tabelama daju se prelivne količine za:

a) — Pravougaoni preliv (potpuni):

(Tabela je sastavljena na bazi Francisovog obrasca:

$$Q\ m^3/s = 1{,}84\ h^{3/2}\ (b - 0{,}2\ h)$$

dobijenog iz osnovnog obrasca za prelive, uz koeficijent kontrakcije m = 0,623).


a) PRAVOUGAONI PRELIV - potpuni
b
h
$Q\ m^3/s = 1{,}84(b - 0{,}2)h^{3/2}$; b i h u m
$Q\ l/s = 0{,}0184(b - 0{,}2h)h^{3/2}$; b i h u cm
b) CIPOLLETTI - ev PRELIV
$Q\ m^3/s = 1{,}86\,b\,b\,h^{3/2}$; b i h u m
$Q\ l/s = 0{,}018\,6\,b\,b\,h^{3/2}$; b i h u cm
C) THOMSON - ov PRELIV
$Q\ m^3/s = 1{,}4\,h^{5/2}$; h u m
$Q\ l/s = 0{,}014\,h^{5/2}$; h u cm
d) ISTICANJE POD VODOM:
$Q\ m^3/s = m\,b\,a\sqrt{2gh}$; a, b, h u metrima
m = 0,61 - za potpunu kontrakciju
m = 0,65 - bez kontrakcije na dnu

Sl. 13

U obrascu su:

h = visina prelivnog mlaza (merena na udaljenosti 4 — 5 h uzvodno od preliva), — u m,

b = širina prelivnog praga — u m.

Visina preliva h cm	Širina prelivnog praga — b cm								
	10	20	30	40	50	75	100	150	200
1	0,18	0,37	0,55	0,74	0,92	1,4	1,8	2,8	3,7
2	0,52	1,03	1,54	2,06	2,6	3,9	5,1	7,7	10,3
3	0,96	1,9	2,9	3,8	4,8	7,2	9,5	14,3	19,1
4	1,35	2,8	4,3	5,8	7,2	10,9	14,6	21,9	29,3
5	1,9	3,9	6,0	8,0	10,1	15,3	20,4	30,8	41,1
6	2,4	5,1	7,8	10,5	13,2	20,0	26,8	40,3	53,9
7	3,0	6,4	9,8	13,2	16,6	25,1	33,6	50,7	67,8
8	3,5	7,7	11,8	16,0	20,2	30,6	41,0	62,0	82,9
9	4,1	9,1	14,0	19,0	24,0	36,5	49,0	74,0	99,0
10	4,7	10,5	16,3	22,1	28,0	42,5	57,0	86,2	115
11	.	.	18,7	25,4	32,1	49,0	65,8	99,4	133
12	.	.	21,1	28,9	36,5	55,7	74,9	113	152
13	.	.	23,7	32,3	41,0	62,7	84,3	128	171
14	.	.	26,3	36,0	45,6	69,9	94,0	142	191
15	.	.	29,0	39,7	50,2	77,1	104	157	211
16	.	.	.	43,4	55,2	84,7	114	173	232
17	.	.	.	47,3	60,2	92,4	125	189	254
18	.	.	.	51,2	65,2	101	136	206	276
19	.	.	.	55,2	70,5	109	147	223	299
20	.	.	.	59,2	75,6	117	158	240	323

Visina preliva h cm	Širina prelivnog praga — b cm								
	10	20	30	40	50	75	100	150	200
21	.	.	.	.	81,1	125	170	258	347
22	.	.	.	.	86,6	134	181	276	371
23	.	.	.	.	92,1	143	193	295	397
24	.	.	.	.	98,0	152	206	315	423
25	.	.	.	.	104	161	219	334	449
26	.	.	.	.	.	170	231	354	476
27	.	.	.	.	.	180	244	374	502
28	.	.	.	.	.	190	258	395	531
29	.	.	.	.	.	200	271	415	560
30	.	.	.	.	.	210	285	436	589
31	.	.	.	.	.	.	298	457	617
32	.	.	.	.	.	.	312	479	646
33	.	.	.	.	.	.	326	500	676
34	.	.	.	.	.	.	340	523	706
35	.	.	.	.	.	.	355	545	736
36	.	.	.	.	.	.	369	569	768
37	.	.	.	.	.	.	384	592	800
38	.	.	.	.	.	.	399	614	831
39	.	.	.	.	.	.	413	638	862
40	.	.	.	.	.	.	.	661	893

U tabeli su prelivna visina i širina praga date u cm, a prelivna količina u l/s.

b) — Cipollettiev preliv:

Q m$^3/s = 1{,}86\ b\ h^{3/2}$; b i h u m,
U tabeli se b i h daju u cm, a Q u l/s:

Visina preliva h cm	Širina prelivnog praga — b cm									
	10	15	20	25	30	40	50	60	80	100
1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,1	1,5	1,9
2	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,1	2,6	3,1	4,2	5,2
3	1,0	1,5	1,9	2,4	2,9	3,9	4,8	5,8	7,7	9,7
4	1,5	2,2	3,0	3,7	4,5	6,0	7,5	9,9	11,9	14,9
5	2,1	3,1	4,2	5,2	6,3	8,4	10,4	12,5	16,7	20,9
6	2,7	4,1	5,5	6,8	8,2	11,0	13,7	16,4	21,9	27,4
7	3,5	5,2	6,9	8,6	10,3	13,8	17,2	20,7	27,5	35
8	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	16,8	21,1	25,2	33,6	42
9	5,0	7,5	10,0	12,6	15,0	20,1	25,1	30,1	40,5	50
10	5,9	8,8	11,8	14,7	17,7	23,5	29,4	35,3	47,0	59
11	6,8	10,2	13,6	17,0	20	27	34	41	54	68
12	7,7	11,6	15,5	19,4	23	31	39	46	62	78
13	8,7	13,1	17,5	22	26	35	44	52	70	87
14	9,7	14,6	19,5	24	29	39	49	58	78	97
15	10,8	16,2	22	27	32	43	54	65	87	108
16	11,9	17,9	24	30	36	48	60	72	95	119
17	13,0	19,6	26	33	39	52	65	78	104	130
18	14,2	21,3	28	36	43	57	71	85	114	142
19	15,4	23,0	31	39	46	62	77	92	124	154
20	16,7	25	33	42	50	67	83	100	134	167

Za pravilno merenje ovim vodomerom potrebno je obezbediti punu kontrakciju i odozdo i sa strana prelivnog otvora, a ivice otvora da budu oštre.

Visina prelivnog mlaza predstavlja razliku nivoa vode uzvodno od preliva i visine prelivnog praga. Nivo vode uzvodno od preliva meri se na udaljenosti

4—5 h, gde se praktično više ne oseća depresioni uticaj preliva. U tu svrhu postavi se uzvodno od preliva vodomerna letvica, sa nulom tačno u visini prelivnog praga. Dolazna brzina vode ka vodomeru treba da je što manja, da se može zanemariti.

c) — Thomsonov preliv

$Q\ m^3/s = 1{,}4\ h^{5/2}$, gde je h visina prelivnog mlaza merena kao pod *t*·a) i b). I za ovaj preliv mora se obezbediti puna kontrakcija sa strana.

U sledećoj tabeli daju se prelivne količine za ovaj prelivni vodomer:

h cm	q l/s	h cm	q l/s
5	0,8	21	28,7
6	1,2	22	31,7
7	1,8	23	35,6
8	2,5	24	39,5
9	3,4	25	44,3
10	4,4		
		26	48,5
11	5,6	27	53
12	6,9	28	58
13	8,4	29	63
14	10,3	30	69
15	12,2		
		31	75
16	14,3	32	81
17	16,7	33	87
18	19,3	34	94
19	21,9	35	101
20	25,0		

I za druge, komplikovanije merne uređaje mogu se naći grafički i tabelarno obrađeni podaci u stručnoj literaturi.

VI

PROJEKTOVANJE PUTEVA

SADRŽAJ

1. Uvod — — — — — — — — — — 329
2. Podela javnih puteva — — — — — — 330
3. Prethodne studije — — — — — — — 332
4. Trasiranje i projektovanje puteva — — — 334
5. Konstruktivni elementi puta — — — — 337
6. Serpentine — — — — — — — — — 364
7. Dimenzionisanje kolovoznih konstrukcija — 368
8. Primena stabilizovanih materijala za savremene kolovozne konstrukcije — — — — 374

PROJEKTOVANJE PUTEVA

1. UVOD

Putevi imaju zadatak da ljudima omoguće saobraćaj između naseljenih mesta, a osim toga da omoguće prilaz industrijskim i poljoprivrednim područjima, mestima za odmor i oporavak, železničkim stanicama, kao i rečnim i morskim pristaništima.

Ulice u naseljenim mestima i gradovima povezuju stambena područja i time omogućavaju gradski saobraćaj. Vozila koja se kreću otvorenim putevima i gradskim ulicama veoma su raznovrsna, usled čega se putevima postavljaju različiti zadaci.

Naglo usavršavanje saobraćaja i povećanje težine osovinskih pritisaka motornih vozila nametnuli su potrebu da se pri projektovanju i građenju puteva obrati naročita pažnja brzini, što je iz osnova izmenilo shvatanje o projektovanju ovih objekata. Nove, geometrijske karakteristike u pogledu oblikovanja trase treba da osiguraju brz, nesmetan i bezbedan saobraćaj.

Savremenim metodama ide se za tim da se put kao saobraćajnica tako projektuje, kako bi se, pored zadovoljenja vozno-dinamičkih i ekonomskih, zadovoljili još i biološki i psihološki uslovi. Pored toga, put, mora biti tako konstruisan da je prilagođen okolnom terenu i da sa njim čini skladnu — estetsku celi-

nu. Otuda je i estetika veoma važan element pri projektovanju puteva, jer se njenom zastupljenošću poboljšavaju i uslovi bezbednosti saobraćaja.

2. PODELA JAVNIH PUTEVA*

Javni putevi se dele na puteve I, II, III i IV reda, a prema vrsti saobraćaja na autoputeve i puteve za mešoviti saobraćaj.

Autoput je namenjen isključivo motornom saobraćaju i sastoji se od najmanje 4 saobraćajne trake (po dve za svaki smer vožnje). Autoput ne sme da se ukršta u istom nivou sa drugim komunikacijama, kolovozi za jedan i drugi smer vožnje moraju biti razdvojeni; mora da ima kontinuivne trake za zaustavljanje vozila u nuždi, a izuzetno, ako ovih nema, mestimična proširenja kolovoza određene dužine.

Putevi za mešoviti saobraćaj namenjeni su kretanju svih vrsta vozila (motornih, zaprežnih, bicikla) i pešaka.

S obzirom na perspektivnu gustinu i strukturu saobraćaja, javni putevi se dele na 5 razreda:

1. razred: putevi za vrlo gust saobraćaj sa više od 7.000 motornih vozila na 24 časa, od toga preko 1.200 motornih vozila nosivosti veće od 5 tona;

2. razred: putevi za gust saobraćaj sa 3.000 do 7.000 motornih vozila na 24 časa, od toga 300 do 1.200 motornih vozila nosivosti veće od 5 tona;

3. razred: putevi za saobraćaj srednje gustine sa 1.000 do 3.000 motornih vozila na 24 časa, od toga 100 do 300 motornih vozila nosivosti veće od 5 tona;

4. razred: putevi za saobraćaj male gustine sa 500 do 1.000 motornih vozila na 24 časa, od toga 10 do 100 motornih vozila nosivosti preko 5 tona;

* Vidi Tehničke propise o elementima za projektovanje javnih puteva („Službeni list SFRJ", br. 12/1969. god.).

Tablica 1

Osnovna karakteristika	Klasa predela			
	ravničarski	brežuljkast	brdovit	planinski
Relativna visinska razlika u reljefu*	neznatna	do 70 m	70—150 m	> 150 m
Nagib padina	do 1:10	1:10 do 1:5	1:10 do 1:1	> 1:1 do vertikalnih padina
Kupiranost (naboranost) terena	—	slabije izražena	jače izražena	vrlo jaka isprelamanost, oštri grebeni uzane duboke uvale
Mogući elementi trase	Izbor slobodan	Izbor delimično otežan	Izbor ograničen, elementi delimično prinudni	elementi mahom predodređeni

* Podrazumevaju se visinske razlike u pravcu pružanja trase

5. razred: putevi za saobraćaj vrlo male gustine do 500 motornih vozila na 24 časa, od toga 10 motornih vozila nosivosti preko 5 tona.

Ako u strukturi saobraćaja na datom putu ima više motornih vozila nosivosti veće od 5 tona no što je navedeno za taj razred, put će se uvrstiti u sledeći viši razred, ali samo u pogledu uzdužnih nagiba; za slučaj da je broj motornih vozila nosivosti preko 5 tona manji od navedenog za taj razred, put će se zadržati u tome razredu.

Pri određivanju broja motornih vozila jedan motocikl se računa za 0,5 motornog vozila. Zaprežni saobraćaj se ne uzima u obzir za određivanje elemenata puteva, sem u posebno obrazloženim slučajevima.

2.1. Podela terena — klase predela

Shodno našim propisima za projektovanje puteva, predeli kroz koje se pružaju putevi dele se u četiri klase: ravničarski, brežuljkasti, brdovit i planinski. Karakteristike su prikazane u tablici 1.

3. PRETHODNE STUDIJE

Imajući u vidu zahteve i probleme koji se postavljaju za izbor pravca nekog značajnog puta, a posebno autoputa, neophodno je da se prethodno izvrše sledeće detaljne studije:

3.1. Studija mogućih varijanata trase

Prvo se na generalštabnoj karti razmere 1:50.000 ucrtaju moguće varijante sa izdužnim profilima i sastave približni predračuni troškova građenja. Na bazi

ove studije vrši se na terenu obilazak svih varijanata, prikupljaju orijentacioni podaci o geološkoj građi terena, klizištima, postojećim saobraćajnicama, vodotocima, broju i veličini mostova, izvorištima građevinskog materijala i dr. Posle razmatranja svih varijanata i rezultata ekonomske studije, usvaja se ona generalna trasa koja je najpovoljnija.

3.2. Saobraćajna studija

Ova studija treba da pruži dokaz opravdanosti građenja prethodno usvojene generalne trase puta imajući u vidu dinamiku razvoja regiona na pravcu pružanja predviđene putne saobraćajnice. Kao osnova za izradu ove studije treba da posluži postojeće stanje užeg i šireg gravitacionog područja. Pri obradi ove studije treba uzeti u obzir: broj stanovnika, gustina naseljenosti, nacionalni dohodak, raspored privrednih kapaciteta, glavne tokove robe i postojeće stanje saobraćaja po veličini i strukturi dobijenog anketiranjem. Posle sređivanja podataka dobijenih anketiranjem pristupa se drugoj fazi saobraćajne studije: prognozi budućeg saobraćaja u gravitacionoj zoni predviđenog puta. Uzimajući u obzir sadašnje i buduće saobraćajno opterećenje određuje se broj saobraćajnih traka budućeg puta, širinu svake od njih, dimenzije pomoćnih traka i dr.

3.3. Geološke i geomehaničke podloge — prethodni i detaljni istražni radovi

Pri izradi idejnog projekta puta treba koristiti savremene metode istraživanja koje omogućavaju da se dosta brzo prikupe podaci o geološkoj građi terena. Geoelektrična metoda, primena izotopa i zvučnih talasa jesu metode koje se danas primenjuju za brzo dobijanje orijentacionih podataka o tlu.

Za izradu glavnog projekta puta moraju se po obeleženoj trasi izvršiti detaljni istražni radovi kopanjem jama i sondažnim bušenjima sa uzimanjem uzoraka za laboratorijska geomehanička ispitivanja. Ova ispitivanja treba da obuhvate:

— određivanje geomehaničkih karakteristika tla koje će se ugrađivati u donji stroj puta,
— ispitivanje prirodne zbijenosti i vlažnosti materijala u podtlu,
— ispitivanje indeksa nosivosti CBR,
— ispitivanje nosivosti tla za objekte — mostove,
— ispitivanje nagiba kosina useka i zaseka, dimenzionisanje kolovozne konstrukcije.

3.4. **Ekonomska studija**

Ova studija treba da obuhvati: značaj puta u putnoj mreži, podatke o saobraćaju i saobraćajnom opterećenju, troškove saobraćaja, troškove održavanja, rentabilnost predviđenih investicija, određivanje roka otplate i upoređenje varijanata.

4. TRASIRANJE I PROJEKTOVANJE PUTEVA

4.1. Savremeno trasiranje i projektovanje puteva predstavlja složenu delatnost, jer se, pored tehničkih, mora voditi računa i o drugim uticajnim faktorima. Naime, trasa puta treba da ispunjava ove uslove:

— da svojim tokom prelazi preko zemljišta povoljnog geološkog sastava i da je ekonomična u pogledu troškova građenja i eksploatacije,
— da je po karakteru bez osetnih preloma i dugačkih pravaca, tj. da je kontinualna — „kao da teče",
— da se prilagođava terenu i zadovoljava uslove estetike,

— da se tako projektuje, kako bi put u pogledu bezbednosti vožnje, vozno-dinamički, psihološki i estetski bio povoljan,
— da geografski i u pogledu saobraćaja ispunjava postavljene uslove,
— da je biološki zdrav.

4.2. **Geometrijsko oblikovanje linije trase**

Povećavanje brzina motornih vozila nametnulo je i potrebu vođenja kontinualne trase puta, kako u situacionom planu, tako i u uzdužnom profilu.

Trasa sastavljena iz dugačkih pravaca i kružnih krivina ne omogućava kontinualnost, a još manje bezbednost vožnje. Pored najboljih rešenja trase u geometrijskom smislu, teži se i zadovoljenju estetike, jer ona psihički povoljno deluje na vozača, što se odražava u pogledu bezbednosti vožnje. Pokazalo se da se zahtevi estetike zasnivaju na dubljim psihičkim i dinamičkim osećanjima vozača, zbog čega se i zahteva kontinualnost trase, koja treba da „teče" i da se kao takva oseti u punom smislu.

Međuprave pri istosmislenim krivinama treba zameniti lukom velikog poluprečnika. Dugačke prave i kratke međuprave daju rđavu trasu. Date tačke na terenu bolje je preći upotrebom luka, nego li sa više kratkih pravih i krivih.

Ako se npr. upotrebi poluprečnik horizontalne krivine R = 1.000 m, a odmah za njim poluprečnik R = 200 m, vozač će se uplašiti i nehotice preći na stranu vozača iz suprotnog smera što je opasno. Međutim, u slučaju uzastopnosti poluprečnika koji stoje u odnosu $R:R_1 = 1{,}2—1{,}5$ neće se javiti osećaj opasnosti, te ovaj odnos ne treba prekoračiti. Dužine pravaca treba po mogućstvu smanjivati, tako da se prelazne krivine između dveju susednih krivina skoro dodiruju.

Ako se trasa spretno i gipko prilagođava terenskim prilikama, onda ona pruža mogućnost za eko-

nomično izvršenje radova. Harmoničnim vođenjem trase i spretnom kombinacijom krivina i prelaznica pnstiže se u velikom obimu kontualnost, odnosno trasa „teče", prilagođava se terenu i time zadovoljava vozno-psihološke, estetske, a istovremeno i uslove bezbednosti vožnje.

Kontinualnošću linije trase istovremeno se ostvajuje i dobar vizuelni efekt kod vozača. Ovako projektovana trasa omogućava vozaču da pri vožnji za svaki deo unapred oseti njen dalji tok, što je od velikog značaja u pogledu psihičkog stanja vozača. Jedan od osnovnih uslova da se ovo postigne jeste i taj da se pri projektovanju nastoji kako bi se tačke skretanja u situacionom planu slagale sa onima u uzdužnom profilu.

Na trasama koje su u situaciji i uzdužnom profilu projektovane sa krivinama dešava se manji broj nesrećnih slučajeva nego li kod trase sa dugačkim pravcima. Ovo dolazi usled toga što se položaj, odnosno oko vozača stalno pomera po visini, te je vozač u stanju da bolje primeti odnose nagiba i krivina nego li što je to slučaj na pravim delovima trase puta.

4.3. **Računske brzine**

Određivanje elemenata puta pri projektovanju vrši se na osnovu računske brzine. Ona zavisi od buduće gustine i strukture saobraćaja, od klase predela, kao i od značaja puta u putnoj mreži, što je prikazano u tablici 2.

Shodno našim propisima, mora se težiti da se usvojena osnovna računska brzina zadrži na što dužim odsecima puta s tim, da se može menjati samo na mestima gde to zahtevaju terenski i saobraćajni uslovi na dovoljno dugom odseku puta. Za računske brzine ispod 60 km/čas treba u što manjoj meri primenjivati minimalne elemente, jer se oni često u vožnji prekoračuju.

Tablica 2

Razred puta prema budućoj gustini saobraćaja	Računska brzina u km/čas za predeo			
	ravničarski	brežuljkast	brdovit	planinski
Autoputevi i putevi 1. razreda	120	120(100)	100(80)	80(60)
2. razred	120(100)	100(80)	80(60)	60(40)
3. razred	100(80)	80(60)	60(50)	50(40)
4. razred	80(60)	60(50)	50(40)	40(30)
5. razred	60(50)	50(40)	40(30)	40(30)

Za puteve na najvažnijim saobraćajnim pravcima može se uzeti računska brzina koja važi za sledeći viši razred u istoj klasi predela. Ovo ne važi za prelaz iz 2. u 1. razred.

Za puteve I reda računske brzine ne mogu biti manje od brzina predviđenih gore za puteve 3. razreda, a za puteve II reda računske brzine odgovaraju putevima 4. razreda.

Brzine date u zagradama predstavljaju izuzetne donje granice računskih brzina u zagradama predstavljaju izuzetne donje granice računskih brzina i njihovu primenu treba posebno opravdati.

5. KONSTRUKTIVNI ELEMENTI PUTA

5.1. **Koeficijenti otpora klizanja točka po kolovozu**

Elementi puta koji zavise od otpora klizanju sračunati su na osnovu realne vrednosti tog otpora, tako da taj otpor iznosi $f_s = 0{,}5$.

S obzirom na obezbeđenje sigurnosti vozila, Propisima je predviđen koeficijent sigurnosti kojim treba podeliti realnu vrednost koeficijenta f_s. Kako se koeficijent otpora klizanju smanjuje sa povećavanjem brzine vozila, Propisima su usvojene sledeće vrednosti koeficijenta sigurnosti (ξ) koje daju ukupnu vrednost dopuštenog koeficijenta otpora klizanju točka po kolovozu (f), tako da je

– za $V \leqslant 80$ km/čas, $\xi = 1{,}25$, $f = 0{,}40$
– za $V > 80$ km/čas, $\xi = 1{,}56$, $f = 0{,}32$

Ukupna vrednost dopuštenog koeficijenta otpora klizanju (f) razlaže se na otpor klizanju za preuzimanje podužnih sila vuče ili kočenja (f_1) i na otpor klizanju za preuzimanje sila koje dejstvuju upravno na pravac kretanja (centrifugalna sila) i komponentu težine vozila usled poprečnog nagiba kolovoza f_2. Ovo razlaganje vrši se pod pretpostavkom da ugao koji zaklapa koeficijent f sa pravcem kretanja vozila iznosi $\alpha = 22^0$, te vrednosti koeficijenata prema sl. 1 iznose:

$f_1 = f \cos \alpha = 0{,}4 \cos 22^0 = 0{,}37$; $f_2 = f \cdot \sin \alpha = 0{,}4 \sin 22^0 = 0{,}15$
$f_1 = f \cos \alpha = 0{,}32 \cos 22^0 = 0{,}30$; $f_2 = f \sin \alpha = 0{,}32 \sin 22^0 = 0{,}12$

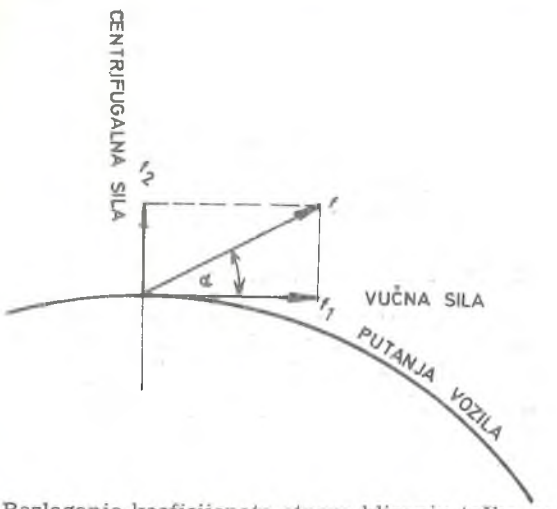
Koeficijenti f, f_1 i f_2 prikazani su u tablici 3.

Tablica 3

Računska brzina	Koeficijent		
	f	f_1	f_2
$V \leqslant 80$ km/čas	0,40	0,37	0,15
$V > 80$ km/čas	0,32	0,30	0,12

Ako se iz nekih razloga primenjuje kolovozni zastor za koji je realna vrednost koeficijenta otpora klizanju $f_s < 0{,}5$, svi elementi puta moraju se sračunati na

osnovu izmerene vrednosti f_s podeljene koeficijentom sigurnosti (ξ) i razložene na podužni i poprečni pravac prema uglu $\alpha = 22^0$.



Sl. 1. Razlaganje koeficijenata otpora klizanju točka po kolovozu (f)

Projektovanjem puta u predelu velike nadmorske visine, gde poledica traje više meseci u toku godine, realnu vrednost f_s treba obazrivo usvojiti i elemente puta odrediti prema prethodnom stavu.

5.2. Dužina puta kočenja motornih vozila

Shodno našim Propisima za projektovanje, dužina puta kočenja (u metrima) motornih vozila za razne brzine i uzdužne nagibe određuje se prema jednačini:

$$L_k = \frac{t \cdot V}{3{,}6} + \frac{1.3625\, V\,(f_1 + 0{,}01\, s)}{p} + \frac{V^2}{254{,}2752\,(f_1 \pm 0{,}01\, s)}$$

Ova se dužina može dobiti korišćenjem grafikona 1 i 2 prikazanim u našim Propisima.

U navedenoj jednačini oznake su sledeće:

V = računska brzina u km/čas
t = prelazno vreme = 1,5 sek
f_1 = koeficijent otpora klizanju iz tablice 3
p = dopušteni specifični podužni udar = 1,5 m/sec³
s = uzdužni nagib u %.

5.2.1. **Normalna pregledna dužina** P

Našim Propisima je predviđeno da vozaču, čije se oko nalazi na visini od 1,35 m iznad površine kolovoza, treba omogućiti da opazi prepreku visine 0,10 m koja se nalazi na kolovozu. Udaljenost prepreke od vozača treba da odgovara preglednoj dužini P koja mora biti jednaka dužini puta kočenja, odnosno dužini zaustavnog puta.

5.2.2. **Preglednost puta u horizontalnim krivinama**

Za određivanje širine otvaranja profila u usecima svih horizontalnih krivina mora biti obezbeđena dužina preglednosti koja odgovara usvojenoj računskoj brzini. Preglednost se obezbeđuje proširenjem useka na unutrašnjoj strani. Određivanje širine preglednosti puteva sa jednim kolovozom vrši se od merodavne (vozne) linije koja se nalazi na rastojanju 1,5 m od ivice kolovoza, a računsko određivanje ove širine vrši se po obrascu

$$b_1 = \frac{P^2}{8R} + \left(\frac{\check{s}}{2} - 1{,}5\right)$$

gde je: $\check{s}$ = širina kolovoza, R = poluprečnik horizontalne krivine. Berma preglednosti se izvodi u visini ivičnjaka rigola.

Određivanje širine preglednosti može se izvesti i grafičkim putem (sl. 2). Na voznoj liniji, koja je za 1,5 m udaljena od untrašnje ivice kolovoza, nanosi se po luku pregledna dužina P. Prave koje spajaju krajnje tačke nanetih preglednih dužina tangiraju krivinu koja ograničava vidno polje.

Kod autoputeva merodavnu liniju predstavlja osovina krajnje desne saobraćajne trake. Obrazac za određivanje širine preglednosti glasi:

$$b_2 = \frac{P^2}{8R} - \frac{\check{s}}{4}$$

Pri čemu se R i b_2 odnose na osovinu desnog kolovoza.

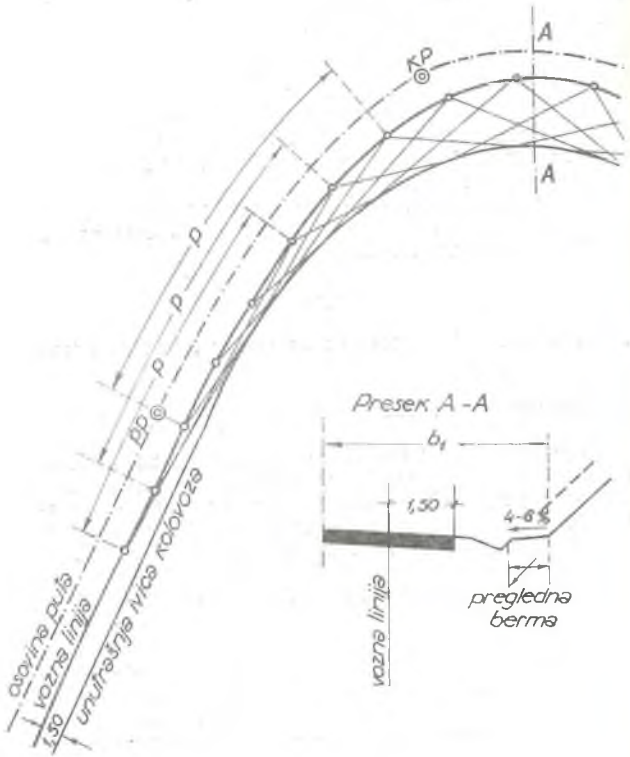
5.3. **Elementi poprečnih profila**

Propisima je usvojena minimalna širina saobraćajne trake 2,75 m, zato što je širina savremenih teretnih vozila i autobusa 2,5 m. Na ovaj način izbeći će se nailazak vozila na ivicu kolovoza, odnosno bankinu, što je od značaja i za bezbednost vozila i za stabilnost puta.

Širina saobraćajne trake određuje se prema računskoj brzini i tablici 4.

Tablica 4

Računska brzina V(km/čas)	Širina saobraćajne trake (u metrima)
$\geqslant 100$	3,50
$80 \leqslant V < 100$	3,25
$60 < V < 80$	3,00
$40 < V \leqslant 60$	2,75
$V \leqslant 40$	



Sl. 2. Grafičko određivanje širine preglednosti

Broj saobraćajnih traka određuje se prema gustini budućeg motornog saobraćaja i zahtevanoj propusnoj moći puta. Ako je broj traka jednak ili veći od 4, treba projektovati dva kolovoza odvojena razdelnom trakom.

5.3.1. **Poprečni nagib kolovoza u pravoj**

Veličina poprečnog nagiba kolovoza u pravcu zavisi od vrste kolovoznog zastora. Za pojedine vrste zastora treba primenjivati ove poprečne nagibe:

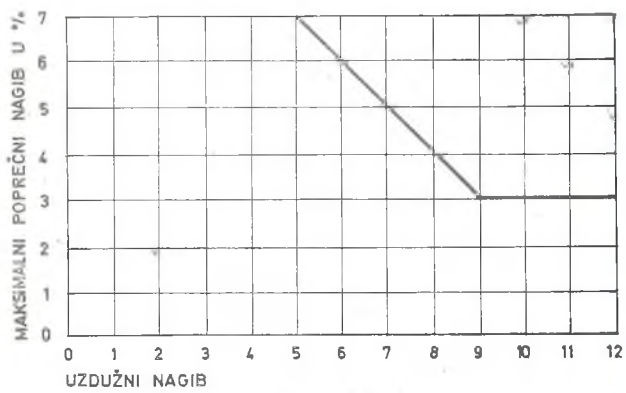
— za vodom vezane tucaničke zastore 4%
— za kamenu kocku i površinske obrade 3%
— za ostale vrste asfaltnih zastora 2,5%
— za zastor od cementnog betona 2% (1,5%)

Ako je put u podužnom nagibu, poprečni nagib u pravoj ne sme se smanjivati, jer bi atmosferska voda tekla duž kolovoza. Poprečni nagib kolovoza je jednostran, osim za otvorene zastore (tucaničke, šljunčane), kao i za savremene, kada je broj saobraćajnih traka veći od 3.

5.3.2. **Poprečni nagib kolovoza u krivinama**

Maksimalni poprečni nagib u krivinama iznosi 7%, a minimalni 3%, dok se u serpentinama može primeniti i veći nagib, ali ne preko 9%. Veličina poprečnog nagiba u navedenim granicama određuje se prema tač. 5.4. Ako na nekim deonicama puta postoji uzdužni nagib veći od 5%, to za odgovarajući iznos treba smanjiti maksimalni poprečni nagib prema grafikonu na sl. 3.

Primer: za nagib nivelete 7% maksimalni poprečni nagib prema grafikonu na sl. 3 iznosi 5%.



Sl. 3. Grafikon za smanjenje poprečnog nagiba kolovoza u krivinama

5.3.3. **Ivične trake**

Prema našim Propisima ivične trake su obavezne za sve puteve 1. i 2. razreda. Njihova širina iznosi:

— za računske brzine $\geqslant$ 100 km/čas 0,50 m
— za računske brzine 60—100 km/čas 0,35 m

Za brzine manje od 60 km/čas ivične trake se ne primenjuju.

5.3.4. **Bankine**

Širina bankina prikazane su u tablici 5.

Tablica 5

Računska brzina u km/čas	Širina bankina	
	normalne	minimalne
$V \geqslant 100$	2,50	1,50
$80 \leqslant V < 100$	2,00	
$60 \leqslant V < 80$	1,50	1,00
$V < 60$	1,00	

U slučaju da su ivice planuma puta osigurane čeličnom odbojnom ogradom, širina bankine je 1,00 m, a ukoliko duž kolovoza postoji kontinuivna traka za zaustavljanje vozila u nuždi, najmanja širina bankine iznosi 0,75 m.

5.3.5. **Odvođenje površinske vode**

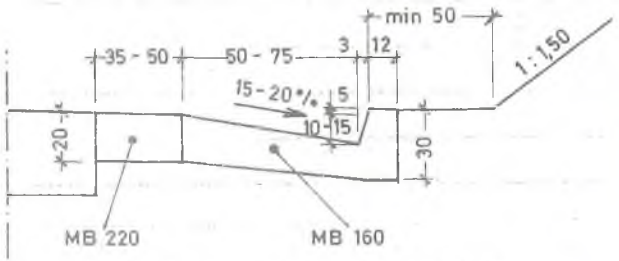
Površinsko odvodnjavanje vrši se primenom trouglastih rigola (sl. 4) ili primenom segmentskih rigola (sl. 5).

Minimalni uzdužni nagib segmentskih rigola iznosi:

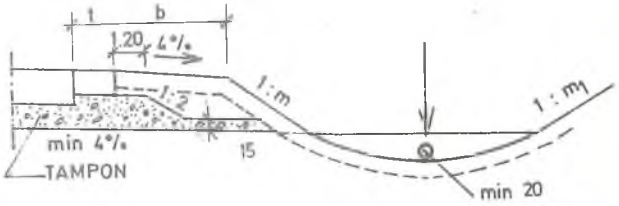
— 0,2% za rigol obložen betonom,
— 0,3% za rigol obložen kamenom,
— 0,5% za rigol zatravljen.

5.3.6. **Odvodnjavanje posteljice i tamponskog sloja**

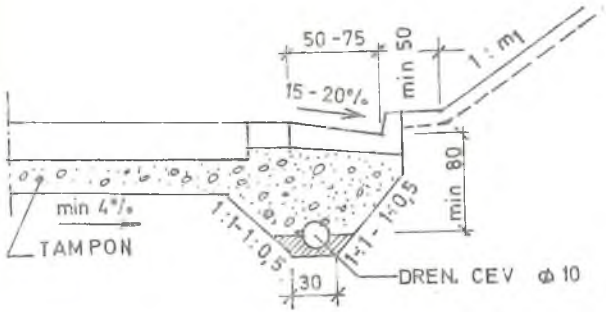
Odvodnjavanje posteljice i tampona u nasipu i useku prikazano je na sl. 5 (nasip) i sl. 6 (usek ili zasek). Plitke drenaže primenjuju se u usecima i zasecima (Vidi tipove odvodnjavanja i pribrežnih strana na putevima — JUS U. S4. 062).



Sl. 4. Trouglasti rigol od betona



Sl. 5. Odvodnjavanje posteljice i tampona primenom segmentskog rigola



Sl. 6. Odvodnjavanje posteljice i tampona primenom plitkih drenaža

5.3.7. **Poprečni profili puteva**

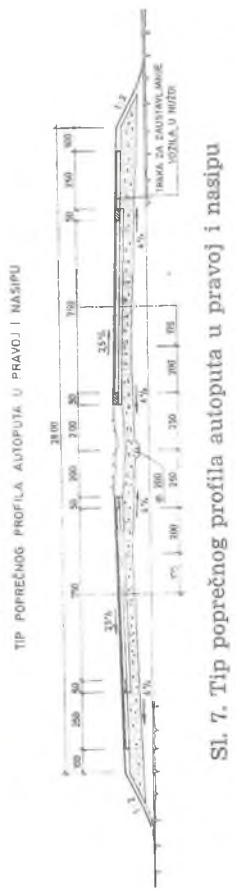
Poprečni profil autoputa u pravoj i nasipu prikazan je na sl. 7, a profil puta 1. i 2. razreda u zaseku na sl. 8.

Širine kolovoza B, traka za zaustavljanje vozila u nuždi t_n, razdelne trake (zeleni pojas) R, ivičnih traka t, rigola r i bankina b predvideni su Propisima.

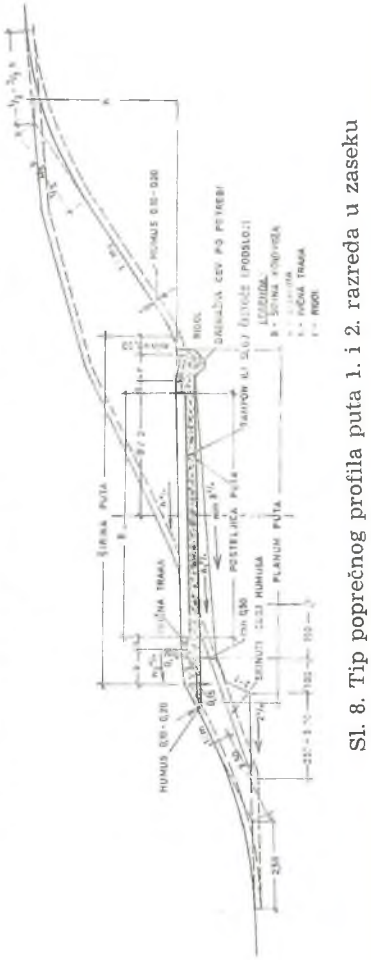
5.3.8. **Slobodni profil**

Na sl. 9 i sl. 10, a prema našim propisima za projektovanje prikazani su slobodni profil na otvorenom putu i mostovima i slobodni profil u tunelima i galerijama.

Slobodna visina od 4,50 m meri se uvek od najviše tačke projektovanog kolovoza. U izuzetnim slučajevima, zbog velikih troškova, ova se visina može smanjiti na 4,20 m, što se mora dokumentovati. Na

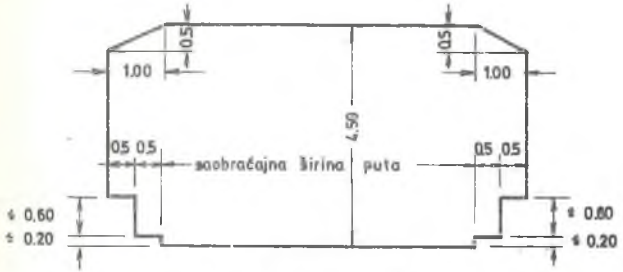


Sl. 7. Tip poprečnog profila autoputa u pravoj i nasipu

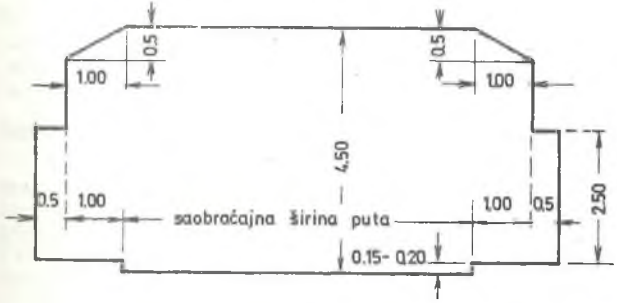


Sl. 8. Tip poprečnog profila puta 1. i 2. razreda u zaseku

manje važnim pravcima puteva može se predvideti i slobodna visina manja od 4,20 m, u opravdanim i obrazloženim slučajevima.



Sl. 9. Slobodni profil na otvorenom putu i mostovima



Sl. 10. Slobodni profil u tunelima i galerijama

Ako je na putu predviđen trolejbuski i tramvajski saobraćaj, slobodan profil se ima prilagoditi tome saobraćaju.

5.4. Horizontalne krivine

Veličine minimalnih poluprečnika krivina kao funkcija računskih brzina, poprečnih nagiba i koeficijenta otpora klizanju računaju se prema obrascu

$$R_{min}=\frac{V^2}{127\,(f_2+0{,}01\,q_{max})}$$

Ova vrednost može se očitati u grafikonima 6, odnosno 7 naših Propisa. Na ovaj način određeni minimalni poluprečnici, korišćenjem obrasca i navedenih grafikona, mogu se primeniti samo u slučajevima kada se ne mogu primeniti veći poluprečnici horizontalnih krivina. Ukoliko su slučajevi nejasni, izbor poluprečnika treba vršiti na osnovu saobraćajno-tehničkog i ekonomskog poređenja.

Veličina poprečnog nagiba kolovoza u krivini q za $R>R_{min}$ određuje se po obrascu

$$q^0/_0=k.\frac{V^2}{1{,}27\,R}$$, gde je „k" koeficijent srazmere.

I ova se vrednost može očitati u grafikonima 5. odnosno 7. naših Propisa. Napominje se da ovaj nagib ne može biti manji od 3%, kako je to navedeno u tač. 5.3.2.

Vrednosti koeficijenta srazmere „K" za usvojene vrednosti f_2 i poprečnog nagiba q_{max} treba uzeti iz sledeće tablice 6.

Tablica 6

Računska brzina	q_{max}	Koeficijent	
		f_2	k
$V\leqslant 80$ km/čas	7%	0,15	0,318
$V>80$ km/čas		0,12	0,368

U krivinama poluprečnika $R>R_{min}$ zahteva se da otpori f i nagibi q budu u istom odnosu u kakvom su u krivini minimalnog poluprečnika. Zbog toga se uvodi koeficijent srazmere „k", čija se vrednost određuje po obrascu

$$k=\frac{0{,}01\,q_{max}}{f_2\,mah+0{,}01\,q_{max}{}^0/_0}$$

Za svaku drugu vrednost q_{max}, odnosno f_2 treba koeficijent „k" posebno sračunati prema napred navedenom obrascu. U tom slučaju veličine R_{min} i q treba odrediti isključivo prema datim obrascima.

Koeficijent proporcionalnosti „k" važi za krivine poluprečnika kojima odgovaraju nagibi

$$q_{max}\geqslant q\geqslant q_{min}$$

Pošto je odnos $\frac{q_{max}}{q_{min}}=\frac{7^0/_0}{3^0/_0}=2{,}33$ (vidi sl. 3), to će koeficijent „k" važiti u krivinama poluprečnika

$$R_{min}\leqslant R\leqslant 2{,}33\ R_{min}$$

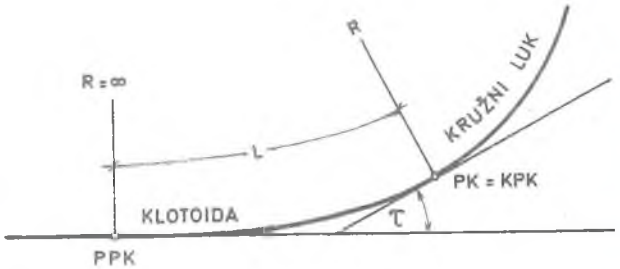
Za sve krivine poluprečnika $R\geqslant 2{,}33\ R_{min}$ biće $q=q_{min}=3\%$

S obzirom na to da grafikon 6 naših Propisa daje male vrednosti poluprečnika za vrlo male računske brzine, to pri usvajanju minimalnog poluprečnika treba voditi računa o konstrukciji određenog vozila i mogućnosti da to vozilo prođe kroz krivinu bez manevrisanja.

5.4.1. Primena prelazne krivine oblika klotoide

Najpovoljniji oblik prelaznice je klotoida. Proporcionalno, sa stalnom primenom zakrivljenosti, nastaje i promena poprečnog nagiba. Oboje zajedno,

pri vožnji dužinom prelaznice, utiču na postepenu promenu centrifugalne sile. Primenom prelaznice postiže se povoljan oblik krivine ne samo u dinamičkom, već i u vizuelnom pogledu.



Sl. 11. Prelaznica u obliku klotoide između prave i kružnog luka

Prema našim Propisima za projektovanje puteva primena prelazne krivine oblika klotoide je obavezna kako za nova građenja, tako i za rekonstrukcije. Ona se primenjuje i to:

— na putevima sa računskom brzinom $V=80$ km/čas za sve kružne lukove poluprečnika $R-7.000$ m,
— na putevima sa računskom brzinom $V=80$ km/čas za sve lukove $R-10.000$ m.

Ukoliko su poluprečnici veći od navedenih, primena prelaznih krivina nije obavezna, ali se preporučuje zbog boljeg oblikovanja trase puta.

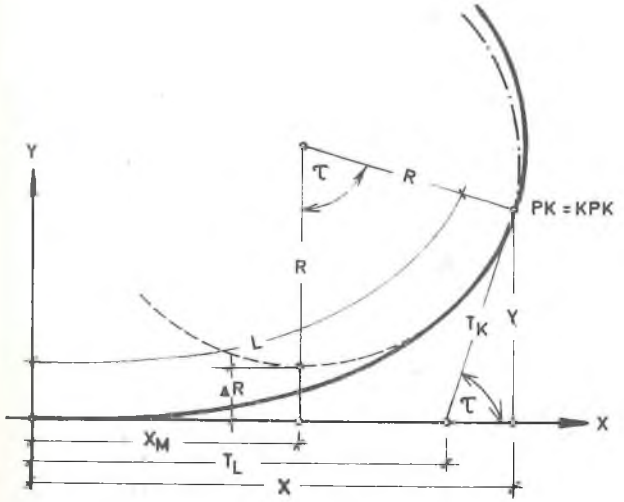
Prelazne krivine primenjuju se tamo gde trasa prelazi iz jedne zakrivljenosti u drugu i to:

— između prave i kružnog luka,
— između dva istosmerna kružna luka različitih poluprečnika (korpasta krivina),
— između dva kružna luka suprotno usmerena (kontrakrivina).

Prelazna krivina oblika klotoide izvodi se na osnovu njene jednačine. Za taj oblik krivine zakrivljenost se linearno povećava sa dužinom luka. Jednačina klotoide glasi:

$$A^2=RL$$

Za sve tačke određene klotoide, proizvod poluprečnika R i dužine krivine L ima istu vrednost. Elementi za konstrukciju klotoide vide se iz sl. 12*. Oznake su ove:



Sl. 12. Elementi za konstrukciju klotoide

A — parametar klotoide (m)
R — poluprečnik zakrivljenosti (m)
L — dužina klotoide (m)
$\triangle R$ — pomeranje tangente kružnog luka (m)
toide (m)
x, y — koordinate proizvoljne tačke klotoide (m)
PPK — početak prelazne krivine
PK — početak kružnog luka
X_M, Y_M — koordinate centra poluprečnika zakrivljenosti klotoide (centar kružnog luka) (m)
T_K — kratka tangenta (m)
T_L — dugačka tangenta (m)
τ — ugao tangente klotoide (o)
KPK — kraj prelazne krivine
KK — kraj kružnog luka.

Sve klotoide geometrijski liče jedna na drugu. Njihova veličina i mera povećavanja zakrivljenosti određena je parametrom A. Promena smera klotoide sračunava se iz osnovne jednačine (u lučnoj meri):

$\tau = \frac{L}{2R}$ ili u stepenima $\tau^0 = 28{,}65\,\frac{L}{R}$, odnosno u gradu sima $\tau^g = 31{,}82\,\frac{L}{R}$

5.4.1.1. Oblik klotoide

Da bi prelazna krivina optički lepo izgledala, mora se izvesti primetna promena smera od najmanje $\tau = 3^0$. Iz ovoga proizilazi uslov za parametar:

* Za obeležavanje prolaznica oblika klotoide na terenu, koriste se tablice prof. dr Branka Znidaršiča (izdanje Građevinske knjige — Beograd) ili koje druge tablice.

$A_{min} \geqslant \frac{1}{3} R$; A = parametar klotoide u (m)
R = poluprečnik kružnog luka u (m)

5.4.1.2. Dinamika vožnje

Promena centrifugalnog ubrzanja u jedinici vremena naziva se specifični bočni udar na jedinicu mase (trzaj). On je mera sigurnosti i udobnosti vožnje u krivini, te ne treba da prekorači vrednost $K = 0{,}5$ m/sec^3. Iz ovoga proizilazi uslov:

$A_{min} \geqslant 0{,}17\sqrt{V^3}$; A = parametar u (m)
V = računska brzina (km/čas).

5.4.2. Minimalna dužina prelazne krivine

Minimalna dužina prelazne krivine pri prelazu iz pravca u kružni luk i pri prelazu između kružnih lukova suprotno usmerenih, može se očitati iz grafikona 8, odnosno grafikona 9 naših Propisa; ova dužina može se sračunati i iz obrasca:

$$L_{min} = \frac{2{,}725 \cdot f_2 \cdot V}{K}, \text{ odnosno } L_{min} = \frac{1-k}{46.656\,K} \cdot \frac{V^3}{R}, \text{ pri}$$

čemu je

f_2 = koeficijent otpora klizanju iz tablice 3,
V = računska brzina,
K = bočni udar u m/sec^3,
k = koeficijent srazmere iz tač. 5.4,
L_{min} = najmanja teorijska dužina prelazne krivine u (m).

Za bočni udar „K" dopušta se gornja granica od 0,3 m/sec^3 (izuzetno 0,5 m/sec^3). Minimalna dopuštena prelazna krivina mora biti odmaknuta od kruga za $\triangle R \geqslant 0{,}3$ m i ne sme biti kraća od prelazne rampe.

5.4.2.1. Prelaz između istosmernih kružnih lukova

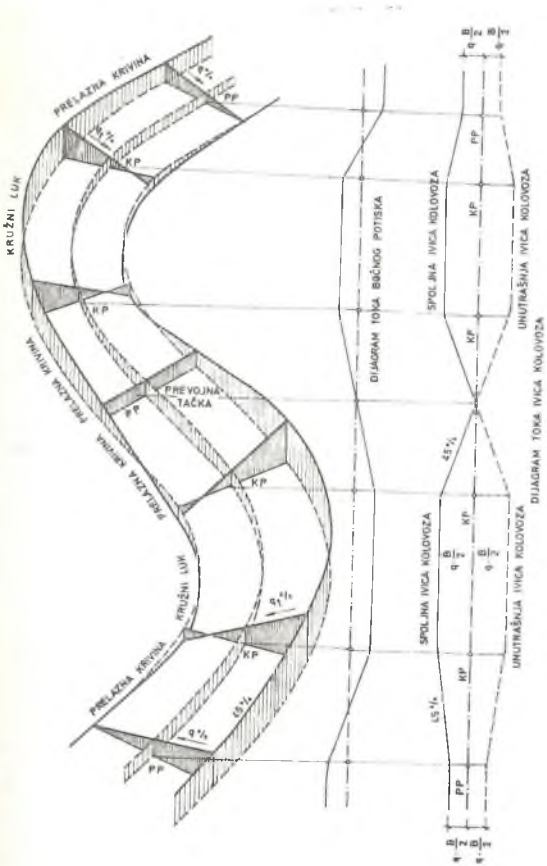
Ne preporučuje se konstrukcija složene krivine sa dva različita poluprečnika, ako je njihova razlika veća od 1 : 3, a manja od ovih poluprečnika ima veličinu $R \leqslant 100$ m. U slučaju da je manji poluprečnik $R \geqslant 500$ m, ne postavlja se ograničenje odnosa poluprečnika ovakvih složenih krivina.

Neposredni prelaz iz jednog u drugi luk složene krivine može se vršiti samo ako je odnos poluprečnika $R_1 : R_2 \leqslant 1{,}3$. U svim ostalim slučajevima obavezna je primena prelaznih krivina između oba luka. Dužina odgovarajućeg dela prelazne krivine može se odrediti iz grafikona 10 i 11 naših Propisa.

5.4.3. **Prelazne rampe**

Prelazna rampa omogućuje pravilno prevođenje poprečnog nagiba kolovoza. Vitoperenje kolovoza u cilju promene nagiba po veličini i smeru, ili samo po veličini, vrši se okretanjem poprečnog profila oko osovine kolovoza ili oko njegove unutrašnje ivice. Izuzetno vitoperenje se može vršiti oko ma koje tačke u profilu kolovoza. U slučaju da se kolovoz vitoperi oko svoje ivice, a kolovoz je u krivini proširen, tada se vitoperenje vrši oko ivice neproširenog kolovoza. Maksimalna veličina nagiba prelazne rampe iznosi $\triangle S = 0{,}5\%$, izuzetno $\triangle S = 0{,}8\%$ s tim, da dužina prelazne rampe mora biti jednaka dužini prelazne krivine. Prelazna rampa može biti i kraća od prelazne krivine, ali ne i duža.

U ravničarskom terenu, kada je unutrašnja ivica kolovoza pregledna i kada su podužni nagibi nivelete kolovoza mali, a širine kolovoza velike, pri vitoperenju kolovoza oko osovine javljaju se „udoljice" na unutrašnjoj ivici kolovoza koje stvaraju nepovoljne estetske efekte. O ovome treba voditi računa pri odvodnjavanju rigola i njegovom podužnom nagibu. Naime, u takvim slučajevima ne treba primenjivati



Sl. 13. Vitoperenje kolovoza sa jednostranim poprečnim nagibom između dveju suprotnih krivina („S" krivina)

kontra nagib u rigoli, već ga treba izvesti kontinualno.

Kada se poprečni nagib u pravcu menja zbog promene kolovoznog zastora, i u tome slučaju je obavezna prelazna rampa. Najmanja dužina prelazne rampe tada je

$$min\ D \geqslant 0{,}091 \cdot V \cdot \triangle q\%$$

gde je $\triangle q\%$ apsolutna razlika dva poprečna nagiba u pravcu. Na sl. 13. pokazano je vitoperenje kolovoza između dveju suprotnih krivina.

5.5. Vertikalni tok trase

5.5.1. Maksimalno uzdužni nagib puta

Uzdužni nagibi preko 3% zahtevaju ojačanu hrapavost kolovoznog zastora. Maksimalne vrednosti uzdužnog nagiba puta prikazane su u tablici 7.

Tablica 7

Razred puta	Maksimalni uzdužni nagib puta u %, za predeo			
	ravničarski*	brežuljkast	brdovit	planinski
1.	—	4	5	5
2.	—	4	6	6(7)
3.	—	5	6(7)	7(8)
4.	—	6	8(9)	9(10)
5.	—	6	9(10)	10(11)

* U ravničarskim terenima na navoznim rampama za prelaz preko drugih saobraćajnica ili vodenih tokova, oštrina preloma nivelete za prva tri razreda puta ne sme biti veća od 3% za konkavne prelome, odnosno 4% za konveksne prelome. Vrednosti navedene u zagradama primenjuju se najviše na dužini do 500 m i to samo onda ako tome nagibu već ne prethodi maksimalni uspon na većoj dužini.

Pri vožnji kroz krivinu i dodatnim otporima kretanju, treba u oštrim krivinama smanjiti uzdužni nagib puta. Ovo smanjenje dobija se iz obrasca:

$$\Delta S^0/_0 = \frac{200 - R}{25\,R} \cdot S^0/_0, \text{ gde su:}$$

$\triangle S$ = veličina smanjenja nagiba nivelete,
S = primenjeni neublaženi nagib puta u pravcu ili krivinama velikih poluprečnika.

Primer: odrediti smanjivanje uzdužnog nagiba $S=8\%$ u kružnom luku poluprečnika $R=50$ m.

$$S^0/_0 = \frac{200-50}{25 \cdot 50} \cdot 8^0/_0 = 0{,}96^0/_0 = 1^0/_0$$

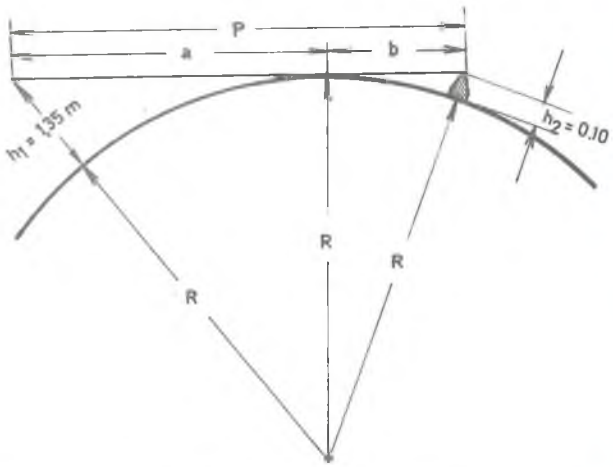
Uzdužni nagib u kružnom luku biće: $8\% - 1\% = 7\%$. Smanjenje uzdužnog nagiba puta može se očitati i u grafikonu 12 naših Propisa, koji je i konstruisan na osnovu navedenog obrasca.

5.5.2. Zaobljavanje preloma nivelete

Minimalni poluprečnik zaobljenja konveksnog preloma nivelete treba da zadovolji uslove bezbednosti saobraćaja dovoljnom preglednošću puta. Za poluprečnik R usvaja se nepokretna smetnja u površini kolovoza visine $h_2=0{,}10$ m, a visina oka vozača $h_1=1{,}35$ m (sl. 14).

Prema oznakama na sl. 14. dužina preglednosti P biće:

$$P = a + b;\ a = \sqrt{R + h_1)^2 - R^2} = \sqrt{2Rh_1 + h_1^2}\ ;\ b =$$
$$= \sqrt{(R + h_2)^2 - R^2} = \sqrt{2\,R\,h_2 + h_2^2}$$



Sl. 14. Određivanje poluprečnika vertikalne krivine za konveksan prelom nivelete

Ako se zanemare vrednosti h_1^2 i h_2^2 kao male veličine drugog reda u odnosu na R, dobija se:

$P=\sqrt{2Rh_1}+\sqrt{2Rh_2}$, odnosno $R=\frac{P^2}{(\sqrt{2h_1}+\sqrt{2h_2})^2}$, a zamenom vrednosti za $h_1=1{,}35$ m i $h_2=0{,}10$ m proizilazi da je

$$R=\frac{P^2}{4{,}33}\approx\frac{P^2}{4}, \text{ odnosno } R=0{,}25\ P^2$$

Na osnovu ove jednačine $R=0{,}25\ P^2$ sračunat je grafikon 13 u našim Propisima koji služi za direktno određivanje konveksnog zaobljenja nivelete. Dobijene vrednosti računskim putem ili iz grafikona 13 Propisa

zaokružuju se naviše na celih 100, 500 ili 1.000 m, zavisno od veličine poluprečnika. Najmanji poluprečnik zaobljenja konkavnog preloma nivelete ne sme biti manji od 2/3 najmanjeg poluprečnika zaobljenja konveksnog preloma. Poluprečnici zaobljavanja i konveksnih i konkavnih preloma nivelete treba da budu određeni i na bazi estetskog oblikovanja puta. Ovako određeni poluprečnici veći su od onih koje daje grafikon 13 naših Propisa.

5.6. Proširenje kolovoza u krivini

Iz grafikona na sl. 15 može se za određeni poluprečnik kružnog luka i određeno motorno vozilo dobiti potrebno proširenje kolovoza u kružnom luku.

U krivinama manjih poluprečnika i za dva smera vožnje prethodno se usvajaju dva vozila, čije mimoilaženje u krivinama treba da bude merodavno. Za usvojeni slučaj mimoilaženja, vrednosti potrebnog proširenja svake saobraćajne trake dobijaju se iz pomenutog grafikona.

Primer 1: odrediti veličinu proširenja kolovoza u kružnom luku poluprečnika $R=70$ m za mimoilaženje autobusa i teretnog automobila sa prikolicom.
Iz grafikona na sl. 15 dobija se:

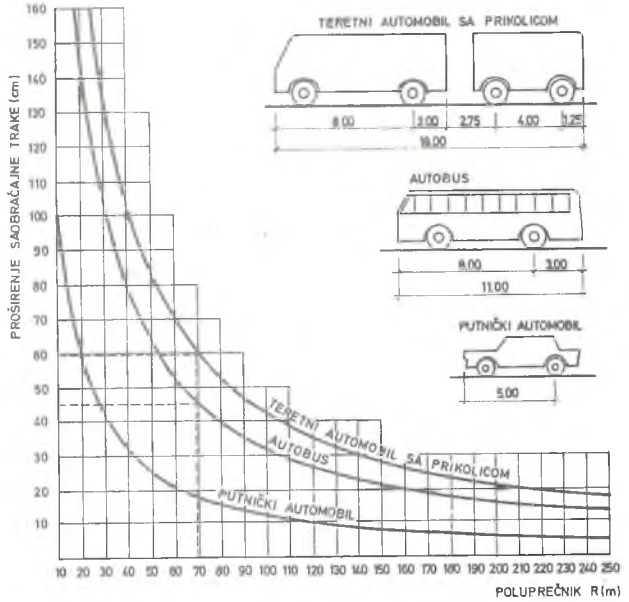
proširenje za autobus	0,45 m
proširenje za teretni automobil sa prikolicom	0,60 m
$š=1{,}05$ m	

Dobijeno proširenje kolovoza ostvaruje se postepeno duž prelazne krivine. Ovde treba razlikovati dva slučaja:

— slučaj da se celo proširenje kolovoza izvodi samo na unutrašnjoj ili samo na spoljnoj strani krivine

$$\Delta š\leqslant\frac{L^2}{24\,R}$$

— slučaj da se polovina proširenja kolovoza izvodi na unutrašnjoj, a druga polovina na spoljnoj strani krivine



Sl. 15. Grafikon za određivanje proširenja kolovoza u krivini

$$\frac{\Delta \check{s}}{2} \leqslant \frac{L^2}{24\,R}$$

gde su:

$\Delta \check{s}$ = proširenje kolovoza u kružnom luku (m),
L = dužina prelazne krivine (m),
R = poluprečnik kružnog luka (m).

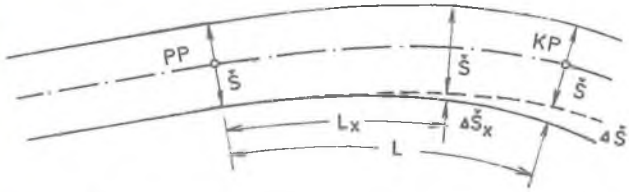
Primer 2: odrediti proširenje kolovoza u bilo kom profilu na prelaznoj krivini.

Dato: $R=40$ m, $L=50$ m, $\Delta \check{s}=1{,}50$ m

Proširenje kolovoza predvida se samo na unutrašnjoj strani krivine, pa mora biti:

$$1{,}50 < \frac{50^2}{24 \cdot 40} = 2{,}60 \text{ m}$$

Traži se vrednost proširenja na poprečnom profilu udaljenom od početka krivine za $L=35$ m (sl. 16).



Sl. 16. Određivanje proširenja na profilu prelazne krivine

Iz grafikona 15 naših Propisa za $\xi = \frac{L_x}{L} = \frac{35}{50} = 0{,}70$ i $\Delta \check{s}=1{,}50$ m dobija se $\Delta \check{s}=0{,}98$ m.

Grafikon 15 Propisa obuhvata proširenje kolovoza samo do 1,60 m. Za proširenja koja su veća od 1,60 m treba izvršiti podelu na dva dela i svaki deo, koristeći grafikon 15, odrediti odgovarajuće proširenje, pa dobijene vrednosti sabrati.

Primer 3: $R=50$ m, $L=60$ m, $\Delta \check{s}=1{,}70$ m, $L_x=35$ m.

$$1{,}70 < \frac{60^2}{24 \cdot 50} = 3{,}0 \text{ m}$$

$$\xi = \frac{L_x}{L} = \frac{35}{60} = 0{,}58$$

Proširenje se podeli na dva dela i to npr. na 1,0 m i na 0,70 m; na osnovu ove veličine i $\xi = 0{,}58$ dobija se iz grafikona 15 Propisa:

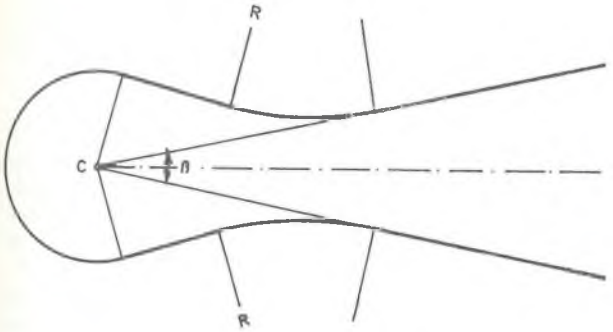
— za proširenje 1,0 m	0,44 m
— za proširenje 0,7 m	0,31 m
za $\triangle š =$ 1,70 m	$\triangle š = 0{,}75$ m

6. SERPENTINE

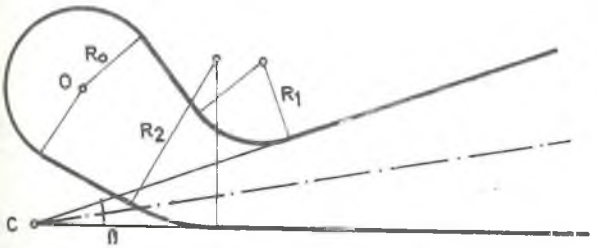
Serpentina je složena krivina koju sačinjavaju glavni kružni luk malog poluprečnika i velikog središnog ugla ($\alpha \leqslant 180^0$) i dva priključna luka. Prema smeru priključnih lukova razlikuju se serpentine I i II reda. Kod serpentina I reda su priključne krivine suprotno orijentisane (konveksna i konkavna), dok su kod serpentina II reda obe krivine (R_1 i R_2) istog smera (sl. 17 i 17a). Prosečna tačka C priključnih pravaca nalazi se kod serpentina II reda izvan glavne krivine. Između pojedinih kružnih lukova moraju postojati dovoljno duge prelazne krivine, kako bi se put u serpentini što bolje prilagodio stvarnoj putanji vozila. Napominje se da postoji više oblika serpentina.

Primena serpentina dolazi u obzir samo u teškim terenima, gde treba savladati veliku visinsku razliku i gde za normalno razvijene trase nema dovoljno dužine. Serpentine, čak i kad su dobro oblikovane, omogućavaju male brzine vozila, te time umanjuju saobraćajnu vrednost puta. Zbog toga ih, gde je to moguće, treba izbegavati. Na važnijim pravcima i pri intenzivnijem motornom saobraćaju, serpentina se može samo izuzetno primeniti, ako se opravdanost njene primene dokaže saobraćajno-tehničkom i ekonomskom analizom mogućih varijanata. Najmanji poluprečnik osovine luka serpentine mora biti bar 1,5 puta veći od najmanjeg poluprečnika koji uslovljava konstrukcija merodavnog vozila, tako da za puteve 1. i 2. razreda ne može biti ispod 20 m.

Poluprečnici priključnih kružnih lukova treba da se kreću u granicama od $2R$ do $4R$, gde je R poluprečnik osovine glavnog kružnog luka serpentine, pod pretpostavkom da terenski uslovi ne zahtevaju odstupanje od ovoga.



Sl. 17. Serpentina I reda (simetrična)



Sl. 17a. Serpentina II reda

6.1. Prelazne krivine u serpentinama

Svi prelazi iz pravca u kružni luk i iz jednog kružnog luka u drugi kružni luk istog ili suprotnog smera moraju se izvesti sa prelaznim krivinama. Dužina prelazne krivine i u serpentini ne sme biti kraća od prelazne rampe i ovaj uslov mora biti uvek zadovoljen.

6.2. Proširenje kolovoza u serpentini

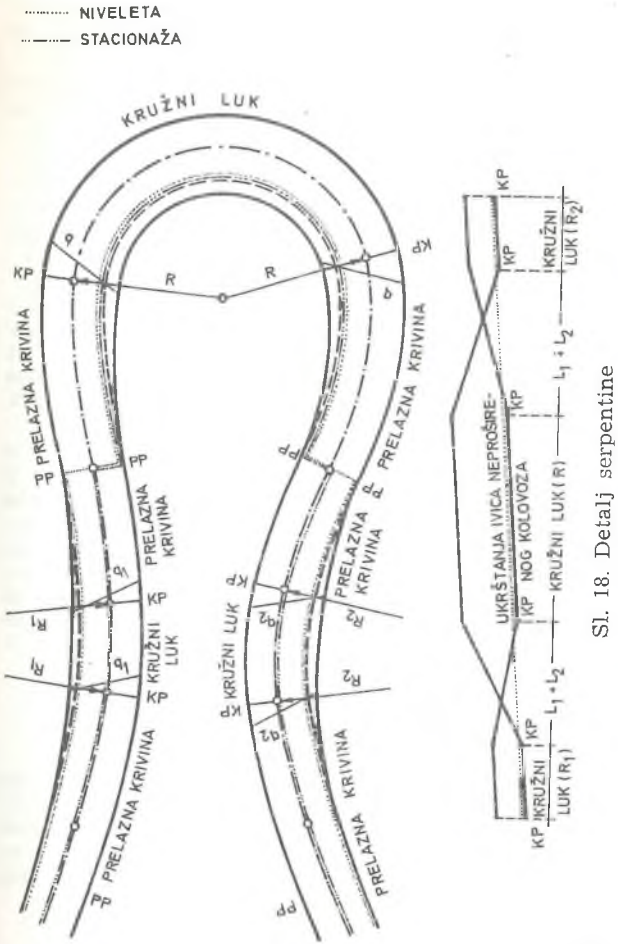
Proširenje kolovoza u serpentini određuje se prema grafikonu prikazanom na sl. 15 i vrši se na dužini prelazne krivine, a veličine proširenja u pojedinim profilima na prelaznoj krivini određuju se prema grafikonu 15 naših Propisa.

Proširenje kolovoza u serpentini može se vršiti na unutrašnjoj strani krivine ili po polovinu na unutrašnjoj i spoljašnjoj strani, ili pak samo na spoljašnjoj strani. U stvari, proširenje treba izvršiti na onoj strani gde se ostvaruje najpovoljniji efekt. Treba imati u vidu da se proširenjem na unutrašnjoj strani okretišta smanjuje poluprečnik krivine proširene ivice kolovoza.

6.3. Poprečni nagib kolovoza u serpentini

U predelima gde je poledica dugotrajna, nepovoljno dejstvo velikog poprečnog nagiba kolovoza u serpentini može se smanjiti na ovaj način:

— u levoj serpentini u smeru uspona na spoljnoj polovini kolovoza, po kojoj se kreću vozila na usponu, kolovoz se može izvesti sa poprečnim



Sl. 18. Detalj serpentine

nagibom od 6%, a na unutrašnjoj polovini kolovoza poprečni nagib kolovoza može biti do 9%;

— u okretištu desne serpentine u pravcu uspona kolovoz se može izvesti sa razdelnom trakom u sredini, izdignutom iznad kolovoza primenom normalnog trotoarskog ivičnjaka; unutrašnji deo kolovoza (u smeru uspona) može biti izveden sa poprečnim nagibom od 6%, a spoljni deo kolovoza (u smeru pada) treba izvesti sa poprečnim nagibom do 9%.

6.4. **Uzdužni nagib u serpentini**

Na području cele serpentine uzdužni nagib puta ne sme da pređe 3% na putevima 1, 2. i 3. razreda, odnosno 5% na ostalim putevima.

Imajući u vidu da su poluprečnici okretišta i priključnih lukova u serpentini mali, to razlika u dužini krivine po osovini, odnosno unutrašnjoj ivici kolovoza može biti velika u odnosu na celu dužinu krivine. Zbog toga niveletu puta treba uvek voditi po unutrašnjoj ivici neproširenog kolovoza. Za slučaj primene veoma malih poluprečnika preporučuje se da se i stacionaža u području serpentine vodi po unutrašnjoj ivici neproširenog kolovoza (sl. 18).

7. DIMENZIONISANJE KOLOVOZNIH KONSTRUKCIJA

Ovde će se ukratko prikazati francuska metoda za dimenzionisanje fleksibilnih kolovoznih konstrukcija. Naime, u Francuskoj se primenjuje jedna nova metoda za dimenzionisanje pomenutih kolovoznih konstrukcija zasnovana na inostranim i francuskim teo-

rijskim i praktičnim proučavanjima, kao i na statističkoj analizi rezultata dobijenih na opitnoj deonici AASHO (SAD).

Metoda je zasnovana na proračunu ekvivalentne debljine kolovozne konstrukcije koja obuhvata:

7.1. određivanje ekvivalentnog saobraćaja,

7.2. određivanje indeksa nosivosti tla CBR, i

7.3. određivanje ekvivalentne debljine kolovozne konstrukcije.

Na osnovu osmatrane strukture i obima dnevnog saobraćaja na jednom putu i veka trajanja kolovoza u dobrom stanju, tj. do njegovih većih opravki ili pojačanja, procenjuje se ukupan broj ekvivalentnih osovina koje će preći preko kolovoza do njegovog pogoršanja.

Ekvivalentni sagbraćaj proračunava se sabiranjem raznih realnih opterećenja primenom ekvivalentnog faktora. Ovaj faktor dat je od strane Asfaltnog instituta SAD u sledećem obrascu:

$$F = 10^{0,255/C - 8,25/}$$

gde je C = težina jednoosovinskog opterećenja u tonama, dok se težine dvoosovinskih opterećenja množe sa 0,57.

S obzirom na to da je u nas maksimalno osovinsko opterećenje 10 tona, to će ekvivalentni faktor biti:

$$F = 10^{0,255/C - 10/}$$

što znači da će ekvivalentni faktor za normalno osovinsko opterećenje od 10 tona biti jednako 1,0.

U tablici 8 prikazani su ekvivalentni faktori za proste i tandem osovine od 1—16 tona.

7.1. **Ekvivalentni saobraćaj**

Tablica 8

Jednoosovinsko opterećenje u tonama	Ekvivalentni faktor	Dvoosovinsko opterećenje u tonama	Ekvivalentni faktor
1	0,005	1	0,004
2	0,009	2	0,005
3	0,016	3	0,008
4	0,029	4	0,011
5	0,054	5	0,015
6	0,096	6	0,021
7	0,172	7	0,029
8	0,310	8	0,041
9	0,560	9	0,057
10	1,00	10	0,080
11	1,80	11	0,112
12	3,24	12	0,156
13	0,81	13	0,219
14	10,50	14	0,305
15	18,84	15	0,427
16	33,88	16	0,596

7.2. Vrednost indeksa nosivosti tla *CBR* određuje se na poznat način, vodeći računa da se usvaja onaj indeks, koji odgovara laboratorijskoj zbijenosti od 95% dobijenoj po modifikovanom Proctorovom postupku i uz zasićavanje uzoraka od 4 dana u vodi.

Ukoliko se radi o šljunkovitim i peskovitim materijalima, preporučuje se da se usvoje empiričke vrednosti *CBR*, i to za šljunak 10 do 20%, a za pesak 6—10%, zavisno od čistoće i valjanosti granulacije. Pri proračunu konstrukcije za jednu deonicu treba uzeti u obzir najmanju vrednost *CBR* na toj deonici.

7.3. **Proračun ekvivalentne debljine kolovozne konstrukcije***

Kada su poznati ekvivalentni saobraćaj i indeks nosivosti tla *CBR* može se odrediti minimalna ekvivalentna debljina kolovozne konstrukcije *D* koristeći grafikon prikazan na sl. 19. Grafikon se može koristiti za vrednosti *CBR* od 1,5% do 20% i ekvivalentni saobraćaj od $3 \cdot 10^5$ do $3 \cdot 10^7$. Ekvivalentna debljina *D* je u stvari zbir ekvivalentnih debljina pojedinih slojeva kolovozne konstrukcije, tj.

$$D = \Sigma a \cdot h,$$

gde je: h = debljina pojedinih slojeva kolovozne konstrukcije,

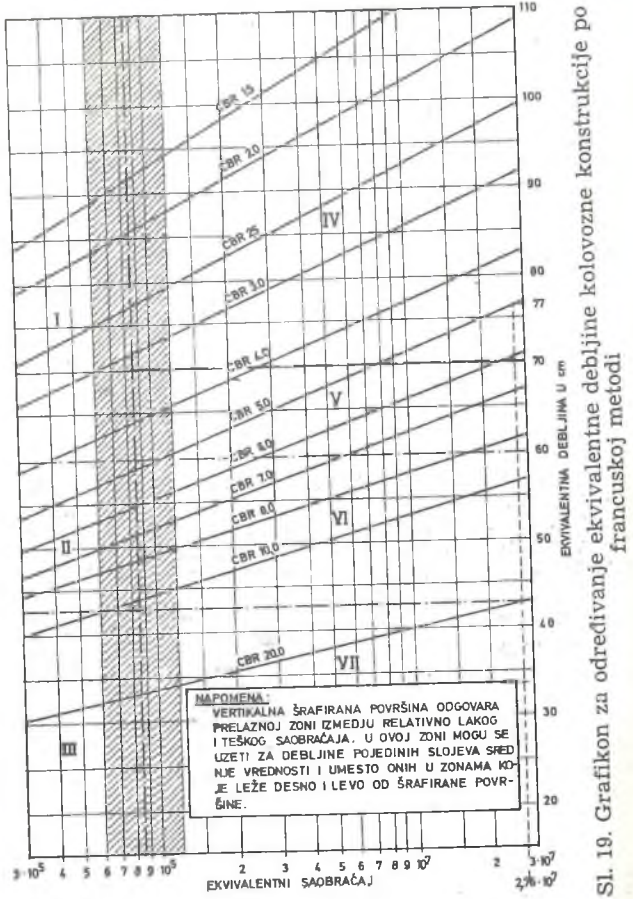
a = ekvivalentni koeficijent zavisan od sastava materijala u odgovarajućem sloju.

Primer: Odrediti dimenzije kolovozne konstrukcije za jedan put na kome je u donjem stroju ispitivanjem dobijena vrednost indeksa nosivosti od *CBR*=5%. Osmatranjem saobraćaja i prognozom određeno je perspektivno saobraćajno opterećenje čija je struktura:

putnička vozila	18840 voz/dan
autobusi	550 voz/dan
teretni automobili	4400 voz/dan

Rešenje: Prvo treba odrediti ekvivalentni saobraćaj, odnosno broj osovina. Koristeći jednoosovinsko opterećenje iz tablice 8, svođenjem saobraćajnog opterećenja na osovine od 10 tona dobija se:

* Detaljnije vidi „Privremena uputstva za dimenzionisanje kolovoznih konstrukcija". Izdanje Jugoslovenskog društva za puteve — oktobar 1968. g. Beograd.



Sl. 19. Grafikon za određivanje ekvivalentne debljine kolovozne konstrukcije po francuskoj metodi

18840 × 0,005 =	94 osovina
550 × 1,0 =	550 osovina
4400 × 1.0 =	4400 osovina
Svega	5044 osovina/dan

Pretpostavlja se vek trajanja kolovoza u dobrom stanju za vreme od 15 godina, tako da će preko kolovoza u tome periodu preći osovina:

5044×15 god. $\times 365$ dana $= 27{,}615.900$ osovina $= 2{,}76 \times 10^7$

Na grafikonu (sl. 19) za vrednosti $CBR = 5\%$ i ekvivalentni saobraćaj od $2{,}76 \times 10^7$ (27,615.900 osovina) očita se ekvivalentna debljina, koja iznosi 77 cm.

Svaki sloj pretpostavljene kolovozne konstrukcije (h) pomnožen sa ekvivalentnim koeficijentom (a) daje ekvivalentnu debljinu toga sloja. To znači da je debljina pretpostavljene kolovozne konstrukcije u stvari zbir ekvivalentnih debljina pojedinih slojeva; ovaj je zbir dobijen iz grafikona i iznosi 77 cm.

Pretpostavljena kolovozna konstrukcija sa svojim slojevima

Vrste slojeva	Debljina slojeva cm	Ekvivalentni koeficijent „a"	Ekvivalentna debljina „h" cm
Asfaltni beton	5	2	10
Asfaltni vezni sloj	5	2	10
Bituminizirani šljunak	10	1,5	15
Stabilizacija šljunka cementom	20	1,5	30
Šljunkoviti materijal-tampon	25	0,5	12,5
	65		$77{,}5 \cong 77$

Kao što se vidi pretpostavljena kolovozna konstrukcija ima ekvivalentnu debljinu od 77 cm dobijenu iz grafikona, te se kao takva i usvaja.

LITERATURA

1) Tehnički propisi o elementima za projektovanje javnih puteva („Službeni list SFRJ", br. 12/1969. god.) i komentar uz nacrt propisa.

2) ERWIN NEUMANN — Neuzeitliche Strassenbau-Springer-Verlag Berlin (Göttingen) Heidelberg — 1959.

3) Časopis „Strasse und Autobahn" — Entwurf der Richtlinien für die Anlage von Landstrassen (RAL), Heft 12/1959. — str. 465—507.

4) Prof. ing. MIROSLAV MARKOVIĆ — Projektovanje puteva I — Izdanje Naučne knjige — Beograd, 1954. god.

5) Jugoslovensko društvo za puteve oktobar 1968. god. Privremena uputstva za dimenzionisanje kolovoznih konstrukcija

8. PRIMENA STABILIZOVANIH MATERIJALA ZA SAVREMENE KOLOVOZNE KONSTRUKCIJE

1. Uvod

Pod pojmom stabilizacije materijala treba razumeti svaki onaj postupak koji ima za cilj da trajno poveća otpornost nekog prirodnog materijala. Stabilizovan materijal, kao čvrsta masa, mora da ima dovoljnu otpornost na pritisak i smicanje da bi se bez razaranja i deformacija u svako doba suprotstavio naprezanju usled saobraćajnog opterećenja.

Značaj izvođenja stabilizovanih nosećih slojeva kolovozne konstrukcije leži u korišćenju lokalnih materijala kao što su šljunak, pesak, kamena sitnež i dr., što znatno utiče na smanjenje troškova transporta, a time i građenja.

Postoje uglavnom dve vrste stabilizacije:

— mehanička ili granularna,

— hemijska stabilizacija.

Mehanički stabilizovano tle za izradu nosećeg sloja kolovozne konstrukcije predstavlja mešavinu šljunka, peska i gline ili prašine kao veziva, sastavljenu u određenim odnosima i sabijenu pri optimalnoj vlažnosti.

Pod pojmom hemijski stabilizovanog tla za izvođenje nosećeg sloja kolovozne konstrukcije treba razumeti mešavinu tla sa vezivima kao što su cement, kreč ili ugljovodonična veziva i sabijenu na pogodan način.

2. Mehanička stabilizacija

Pri izradi mehaničke stabilizacije, šljunak i pesak imaće dovoljnu nosivost i otpornost ako spoljne sile usled saobraćaja ne savladaju njihovu čvrstoću protiv čistog smicanja. Pomenuta čvrstoća počiva na unutrašnjem trenju šljunčanih i peščanih zrna, kao i na koheziji njihovih vezivnih sastojaka.

Otpornost protiv čistog smicanja povećava se ispunom šupljina vezivnim zemljanim materijalom, čime se pojedina zrna slepljuju. Kohezija kao važan element utvrđuje se indeksom plastičnosti, koji ne sme da bude veliki, jer visoka vrednost ukazuje na veliki sadržaj gline, koja u većem obimu nije poželjna. Da bi se materijal dobro sabio potreban je optimalan sadržaj vlage, koja dejstvuje kao mazivo, tako da se usled dejstva vibracionih sredstava pri nabijanju pore sve više gube.

Granulometrijski sastav mešavine šljunak-pesak-gline (vezivo) mora da bude takav da šupljine između krupnih zrna budu ispunjene frakcijama sitnijih

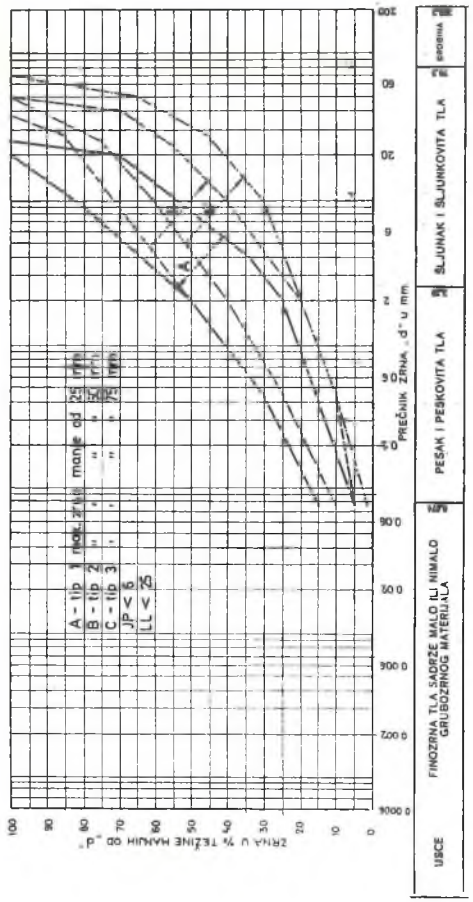
zrnaca. Pored granulometrijskog sastava mora se obratiti pažnja i na indeks plastičnosti i granicu tečenja zemljanog materijala. Indeks plastičnosti treba da bude ne veći od 6 (JP<6) za tipove *A* i *B* (vidi sl. 1), a 3% za tip *C*, dok granica tečenja (*LL*) ne treba da prekorači vrednost od $LL \leqslant 25\%$. Procent materijala koji prolazi kroz sito 0,074 mm ne treba da bude veći od 1/2 onog materijala koji prolazi kroz sito 0,42 mm.

Granulometrijski sastav mešavina za izradu nosećih slojeva mehaničke stabilizacije po američkim propisima A. S. T. M. prikazan je na slici 1.

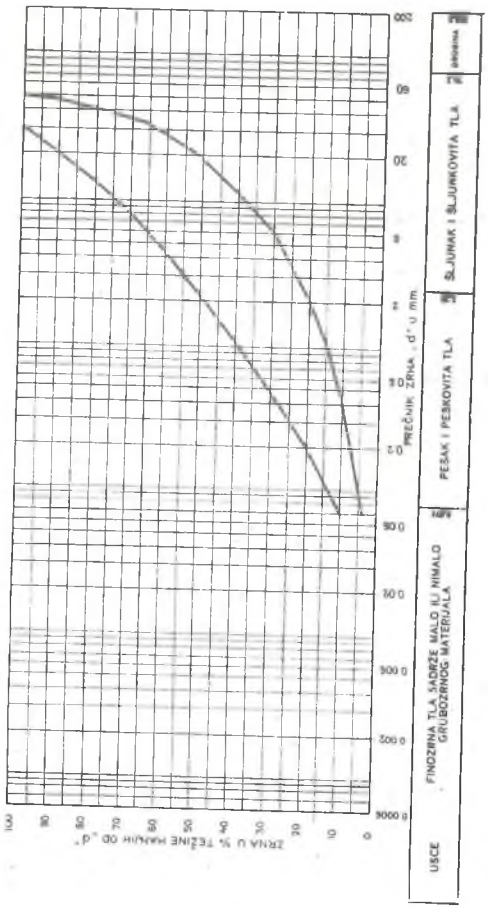
Postoje i druge linije granulometrijskog sastava mešavina kao što su po Aichornu (Austrija) ili linije prema nemačkim iskustvima. Mehanički stabilizovani noseći slojevi treba da imaju optimalnu vlažnost određenu po modificiranom Proctorovom postupku. Debljina slojeva u sabijenom stanju mora da bude jednaka najmanje dvostrukoj veličini najkrupnijeg zrna u mešavini.

U toku dugogodišnjih naših iskustava na sastavljanju prethodnih mešavina, kontroli kvaliteta ugrađenih mešavina, kao i njihovom ponašanju u kolovoznoj konstrukciji, utvrđeno je da za klimatske uslove koji vladaju u SR Srbiji treba procent veziva u mešavini da iznosi obično 7 do 8%, najviše do 10%, s tim da granične krive linije povoljnih mešavina odgovaraju onim prikazanim na sl. 2. (iskustva Instituta za ispitivanje materijala SRS).

Rezultati ispitivanja u nas su pokazali da se mnogo povoljnije mešavine, a samim tim i veća čvrstoća i bolja nosivost mehanički stabilizovanih nosećih slojeva — podloga, ostvaruju kada se koriste materijali sa oštroivičnim, nego materijali sa oblim zrnima. Sa takvim mešavinama se vrlo lako mogu postići vrednosti modula stišljivosti $M_E = 1\,000$ kp/cm², dok se sa materijalima zaobljenih zrna postižu vrednosti $M_E = 600$—800 kp/cm².


A - tip 1 max zrno manje od 25 mm
B - tip 2 " " " 50 "
C - tip 3 " " " 75 "
JP < 6
LL < 25
PREČNIK ZRNA „d" u mm
ZRNA U % TEŽINE MANJIH OD „d"
USCE
FINOZRNA TLA SADRŽE MALO ILI NIMALO GRUBOZRNOG MATERIJALA
PESAK I PESKOVITA TLA
ŠLJUNAK I ŠLJUNKOVITA TLA
GROMA

Sl. 1. Granulometrijski sastav materijala za noseće slojeve mehaničke stabilizacije — američka iskustva


PREČNIK ZRNA „d" U mm
ZRNA U % TEŽINE MANJIH OD „d"
FINOZRNA TLA SADRŽE MALO ILI NIMALO GRUBOZRNOG MATERIJALA
PESAK I PESKOVITA TLA
SLJUNAK I SLJUNKOVITA TLA
USCE

Sl. 2. Granulometrijski sastav graničnih linija mehaničke stabilizacije — naša iskustva

Pre početka radova moraju se izvršiti sva potrebna geomehanička laboratorijska ispitivanja.

2.1. **Kvalitet materijala**

Materijal-agregat mora da bude otporan prema atmosferilijama. Kod dobro sastavljenih i potpuno zbijenih mehaničkih stabilizacija smatra se da su agregati sa otpornošću na pritisak iznad 850 kp/cm² zadovoljavajući.

2.2. **Debljine slojeva**

Debljine nosećeg stabilizovanog sloja za dato saobraćajno opterećenje određuje se na osnovu poznatih metoda za dimenzionisanje kolovoznih konstrukcija.

Debljine slojeva kreću se od 15—25 cm., a najčešće se primenjuje debljina od 20 cm.

2.3. **Izrada mehaničke stabilizacije**

Materijal potreban za noseći sloj treba smestiti u određenoj količini u podužne neprekidne figure na pažljivo profilisan tamponski sloj ili sloj čistoće, odnosno na već izrađen noseći sloj. Ovaj materijal mora da ima propisan granulometrijski sastav i određen indeks plastičnosti. Ispravnost sastava i indeks plastičnosti mora se proveravati za vreme građenja od strane laboratorije, koja mora biti na gradilištu za vreme izvršenja radova. Uzorke za ispitivanje treba uzimati na svakih 100 metara puta.

Podužne neprekidne figure prvo razastreti grederom, a zatim pristupiti nanošenju veziva (koherentnog materijala — gline, lesa), usitnjavanju i mešanju materijala primenom tanjirače, rotofrezera ili

neke druge pogodne sprave. Najpotpunije mešanje se postiže, ako dodatni koherentni materijal-vezivo (glina, lesna ilovača, les i dr. u količini 7—8%) ima vlažnost približno do granice plastičnosti. Mešanje treba nastaviti pomoću motornog gredera u punom sloju i to prebacivanjem materijala u više navrata (4—8 puta), kretajući se od ivice ka osovini kolovoza i obratno. Razastrtu mešavinu prvo sabiti višestrukim prolazima valjaka sa pumpanim gumama, a u nedostatku njih upotrebiti teške kamione. Još je bolje upotrebiti pogodne vibracione sprave, ploče ili valjke. Sabijanje vršiti od ivica ka sredini kolovoza, tako da se svaki prolaz valjka ili ploče preklapa za polovinu širine sprave za zbijanje. Završno zbijanje izvesti glatkim valjkom.

Materijal pri valjanju mora da ima optimalnu vlažnost. Za uobičajene mešavine količina vode za optimalnu vlažnost iznosi 6 do 12%.

Kontrola zbijenosti može se vršiti ili pločom po švajcarskim propisima, pri čemu se zahteva modul stišljivosti min M_E=800 kp/cm² ili se zahteva zbijenost od 95—98% po modificiranom Proctorovom postupku. Ukoliko se izrada mehanički stabilizovanog nosećeg sloja vrši u debljinama 25 cm. tada se razastiranje, mešanje i zbijanje mora vršiti u dva sloja, tako da zbijenost donjeg sloja iznosi 95% modificiranog Proctorovog postupka.

3. Stabilizacija tla cementom

Primena raspoloživih lokalnih materijala i primena mehanizacije velikog kapaciteta, stabilizacija zemljanih materijala cementom daje ekonomičan način građenja nosećih slojeva kolovozne konstrukcije.

Stabilizacija tla cementom može se primeniti:

— za poboljšanje tla posteljice,
— kao noseći slojevi kolovozne konstrukcije.

Ovde će se razmatrati samo stabilizacija nosećih slojeva kolovozne konstrukcije.

3.1. Fizičke osobine stabilizovanog tla cementom

Zemljani materijal stabilizovan cementom ima svojstva koja se nalaze između krutih i fleksibilnih nosećih slojeva.

Stabilizacija cementom bitno se razlikuje od cementnog betona. Pojam vodocementnog faktora ovde se ne može primeniti, već je za sabijanje mnogo važnija optimalna količina vode. Zemljani materijal stabilizovan cementom ima mnogo manju čvrstoću na pritisak i manji modul elastičnosti no cementni beton.

Čvrstoća na pritisak određuje se posle 7 i 28 dana, na telima izrađenim u Proctorovim kalupima za koherentne i CBR kalupima za krupnozrne materijale prethodno potapanjem u vodu. Zadovoljenje kriterijuma postojanosti cementom stabilizovanog tla (vlaženje — sušenje i mržnjenje — kravljenje) zadovoljiće uslove ukoliko se dobijene jednoaksijalne čvrstoće na pritisak nalaze u granicama prikazanim u sledećoj tablici 1.

Grupe A-1, A-2, A-3 predstavljaju pesak i šljunak. Grupa A-1 sadrži dobro granulisani materijal od sitnih pa sve do krupnih frakcija. Zemljani materijal A-4, A-5 uglavnom je sastavljen od prašinastih čestica, a materijal grupe A-6, A-7 predstavlja glinovita tla.

Za nas su najinteresantniji zemljani materijali grupe A-1, A-2 i A-3, jer ih najviše za ove svrhe koristimo.

Čvrstoća slojeva podloga određuje se u zavisnosti od ranga puta, veličine saobraćajnog opterećenja i prethodnih ispitivanja raspoloživih materijala koji će se upotrebiti.

Tablica 1

Zemljane grupe	Čvrstoća na pritisak posle	
	7 dana	28 dana
Peskovito-šljunkoviti materijali		
AASHO: grupe A-1, A-2, A-3	21—42 Kp/cm²	28—70 Kp/cm²
Prašinasti materijali		
AASHO: grupe A-4, A-5	17,5—35 Kp/cm²	21—63 Kp/cm²
Glinoviti materijali		
AASHO: grupe A-6, A-7	14—28 Kp/cm²	17,5—42 Kp/cm²

3.2. **Cement**

Kao vezivo upotrebljava se običan portland cement koji odgovara našem standardu za cemente JUS. B. CL. 010. Za ove svrhe upotrebljava se cement PC 250.

Potrebna količina cementa u tež. % za stabilizovanje materijala treba da se kreće u sledećim rasponima:

— za materijale A-1, A-2, A-3 . . 5%—11%
— za materijale A-4, A-5 . . . 8%—14%
— za materijale A-6, A-7 . . . . 10%—16%

3.3. **Debljine nosećih slojeva**

Debljine slojeva zavise do nosivosti tla i predviđenog opterećenja. One se kreću od 15—20 cm u sabijenom stanju.

3.3.1. Voda

Dodavanje vode treba tako odmeriti da mešavina zemljanog materijala i cementa ima zahtevanu vlažnost. Pri ovome uzima se u obzir i sopstvena vlažnost zemljanog materijala.

3.4. **Izvršenje radova**

Pre izvršenja radova moraju se izvršiti sva laboratorijska ispitivanja materijala i mešavina.

Osnovni materijal i vezivo mogu se mešati na dva načina:

— mešanjem na licu mesta,
— mešanjem u betonskoj bazi.

3.4.1. Mešanje na licu mesta

Prethodno se vrši nanošenje i razastiranje osnovnog materijala u određenoj debljini, a odmah se zatim dodaje cement u sračunatoj količini. Paralelno sa razastiranjem rade se bankine u projektovanoj visini. Posle navedenih postupaka pristupa se mešanju razastrtog materijala sa cementom do potpune homogenosti mešavine uz dodavanje vode, pri čemu se koriste sprave (roto-frezer) za sitnjenje koherentnog materijala i mešanje, a zatim se vrši planiranje i sabijanje obrađenog sloja pri optimalnoj vlažnosti mešavine. Sabijanje se izvodi pločastim vibratorima, valjcima sa gumenim točkovima ili vibracionim valjcima, a završno planiranje kombinovanom primenom gredera i lakih glatkih valjaka.

3.4.2. Mešanje u betonskoj bazi

Kada se radi o peskovito-šljunkovitom materijalu (A1, A-2, A-3), onda je najpovoljnija primena stacioniranih betonskih mešalica, ili, ako se radi o većim dužinama deonica, primenama betonskih baza.

Sav materijal je deponovan na određenom mestu — bazi. Mešanje i dodavanje veziva vrši se na uobičajen način uz potrebno dodavanje odredene količine vode.

Gotova mešavina se prevozi na pripremljeni planum za odgovarajući sloj konstrukcije i razastire u potrebnoj debljini. Ostale faze su iste kao pod 3.4.1. U slučaju da se radi o većoj dužini deonice, mogu se primeniti i finišeri za izradu cementno-betonskog kolovoza ili specijalne mašine za stabilizaciju tla na licu mesta (mašine Howard, Vögele i sl.).

3.4.3. Negovanje — zaštita izvedene konstrukcije

Negovanje treba vršiti za vreme od 7 dana na jedan od sledećih načina:

— nanošenjem osnovnog materijala u debljini 5—6 cm. sa održavanjem vlažnosti korišćenjem autocisterne za prskanje,

— negovanjem — vlaženjem gornje površine sloja tokom 7 dana,

— prskanjem konstrukcije bitumenskom emulzijom (bitumenski film) preko nakvašene površine u količini oko 0,8 kg/m² ili razređenim bitumenom preko izvedenog sloja u optimalnom stanju vlažnosti.

3.4.4. Kontrola pri izvršavanju radova

Za sve vreme radova moraju se od strane laboratorije da vrše ove kontrole i to:

— kvalitet cementa, materijala i mešavina,

— čvrstoće posle 7 i 28 dana, koje treba da odgovaraju uslovima predviđenim projektom.

3.5. Stabilizacija tla cementom i letećim pepelom*)

Dosadašnja naša i inostrana iskustva su pokazala da se dodatkom letećeg pepela mešavini tla sa cementom znatno smanjuje količina cementa, bilo da se radi o prašinastom i glinovitom materijalu, bilo o sitnom pesku ili peskovitom šljunku.

*) Opširnije vidi u članku ing. B. Todorovića, objavljenom u časopisu „Izgradnja" br. 5, maj 1969. god.

Leteći pepeo predstavlja mineralni ostatak posle sagorevanja mlevenog uglja, upravo onog oblika mlevenog uglja koji se upotrebljava za loženje savremenih kotlova. Ispoljava hidraulička svojstva i spada u tzv. pucolane.

Inostranim i našim iskustvima je dokazano da pucolani pri optimalnom dodatku portland cementu popravljaju sledeće kvalitete betonskih mešavina:

— poboljšavaju obradljivost,

— omogućavaju nižu temperaturu hidratacije i smanjuju termičko skupljanje,

— smanjuju vodopropustljivost,

— povećavaju otpornost u pogledu štetnog uticaja sulfatnih zemljišta i voda, kao i morske vode,

— povećavaju čvrstoću na zatezanje, a smanjuju skupljanje pri sušenju,

— poboljšavaju plastične karakteristike tla,

— smanjuju alkalnu reaktivnost i tendenciju ka ispiranju,

— smanjuju troškove građenja.

U oblasti puteva leteći pepeo može se koristiti u ove svrhe:

— kao dodatak mešavini zemljanog materijala i veziva pri izradi nosećih slojeva kolovozne konstrukcije,

— kao filter u mešavinama za ugljovodonične kolovozne zastore,

— kao dodatak portland cementu za kolovozne zastore od cementnog betona.

Upotreba letećeg pepela pri građenju puteva postaje sve veća i veća. Sada se pepeo sa velikim uspehom koristi u Francuskoj, Velikoj Britaniji, Holandiji, SAD i drugim zemljama.

Navode se samo neki značajniji rezultati hemijske analize letećeg pepela iz termoelektrane „Kolubara" kao produkta sagorevanju lignita:

— ukupni silicijumdioksid SiO_2 . . .	54,40%	
— aluminijumtrioksid Al_2O_3	24,86%	
— kalcijumoksid CaO	5,42%	
— specifična težina	1,92	gr/cm³
— specifična površina po Blaenu . .	4225	cm²/gr
— zapreminska težina u rastresitom stanju	0,55	kg/l
— zapreminska težina u zbijenom stanju	0,80	kg/l

3.5.1. Fizičke osobine stabilizovanog materijala cementom i letećim pepelom iz TE „Kolubara"

Čvrstoća na pritisak određuje se takođe posle 7 i 28 dana na telima izrađenim u Proctorovim kalupima za koherentne i CBR kalupima za nekoherentne (krupnozrne i sitnozrne) zemljane materijale.

U tablici 2 su prikazani rezultati jednoaksijalnih čvrstoća dobijenih ispitivanjem uzoraka sastavljenih od mešavina zemljanih materijala sa cementom PC 250 kao vezivom, a zatim se cementom i dodacima 10% i 15% letećeg pepela.

Maksimalne zapreminske težine i optimalne vlažnosti određivane su po modificiranom Proctorovom postupku.

Tablica 2

Vrsta materijala	Zapreminska težina u suvom stanju gr/cm³	Količina cementa po težini u %	Vrsta materijala po težini u %	Sadržaj vode u %	Vrednost jednoaksijalnih čvrstoća kp/cm² Mešavina: materijal i cement PC 250 Vreme čuvanja u danima 7	14	28
1	2	3	4	5	6	7	8
Peskoviti	97	3	2,00	5,9	3,6	4,2	6,8
šljunak iz V.	96	4	2,00	5,2	4,2	6,8	9,4
Morave	95	5	2,00	5,1	6,0	9,4	13,5
krupnoće	94	6	2,00	5,4	7,6	13,2	19,6
0,06—45 mm	93	7	1,99	5,1	13,0	15,2	21,0
Dunavski	96	4	1,66	16,8	2.5	3,7	3,8
pesak	95	5	1,66	16,8	3,1	4,4	6,5
krupnoće	94	6	1,68	16,5	3,3	5,0	6,9
0,06—1,0	93	7	1,62	16,5	4,9	5,4	9,2
mm	92	8	1,62	16,8	5,7	6,4	10,6
	93	7	1,70	17,8	8,1	12,8	17,7
Prašina	91	9	1,68	18,2	13.2	16,3	19,4
	89	11	1,68	19,8	15,5	21,0	24,2
	92	8	1,68	20,2	10,0	12,8	16,4
Glina	90	10	1,65	20,4	13,0	16,0	20,5
	88	12	1,65	21,8	17,6	21,5	25,8

Tablica 2 (nastavak)

jalnih čvrstoća kp/cm² Mešavina: materijal, cement i 10% pepela u danima 7	14	28	Mešavina: materijal, cement i 15% pepela 7	14	28	Koeficijent povećavanja čvrstoća posle 28 dana u odnosu na rubriku 8 sa dodatkom 10% pepela	sa dodatkom 15% pepela
9	10	11	12	13	14	15	16
5,5	16,3	18,8	18,8	25,3	29,0	2,7	4,3
31,7	38,5	46,0	36,1	43,8	51,0	5,0	5,3
37,1	48,6	63,6	43,7	59,0	68,2	4,6	5,0
43,7	58,5	74,4	48,8	63,7	78,2	3,8	4,0
59,7	63,3	79,2	63,2	70,6	85,0	3,8	4,0
8,6	9,6	13,2	10,7	11,7	15,2	3,5	4,0
9,2	10,5	14,2	14,4	15,6	18,8	2,2	2,9
12,0	13,3	17,7	16,4	17,7	20,2	2,6	2,9
14,2	20,2	24,6	18,5	21,9	25,8	2,7	2,8
18,4	22,0	29,5	19,4	26,4	31,6	2,8	3,0
23,0	28,2	34,0	27,6	30,2	36,2	1,9	2,0
31,0	37,0	43,0	35,0	42,0	51,5	2,2	2,7
45,0	51,0	62,0	48,0	53,0	66,5	2,5	2,7
13,0	16,2	20,0	22,5	25,7	29,2	1,3	1,8
21,5	23,5	27,0	24,0	27,2	31,7	1,3	1,5
26,0	30,0	34,1	29,5	34,2	38,5	1,3	1,5

Predlogom rezultata u tablici 2 uočava se da su čvrstoće sa dodacima cementnim mešavinama 10% i 15% letećeg pepela znatno veće u odnosu na stabilizaciju samo cementa, bez dodatka pepela (uporedi rubrike 8, 11, i 14). Koeficijenti povećavanja čvrstoća sa dodacima 10% pepela kreću se od 1,3 do 5,0 a sa dodacima 15% pepela od 1,5 do 5,4.

3.5.2. Ekonomičnost izrade cementom stabilizovanih nosećih slojeva sa dodatkom letećeg pepela

Iz tablice 2 (rubrika 4) vidi se da zapreminske težine mešavina šljunka i cementa bez i sa dodatkom pepela iznose približno 2.000 kg/m³. Razmatranjem rezultata u tablici 2 vidi se da bi se stabilizovan šljunak sa 7% cementa i čvrstoćom od 21,0 kp/cm² mogao koristiti za izradu donjeg nosećeg sloja kolovozne konstrukcije (rubrika 8). Ovo se isto može postići mešavinom šljunka sa 3% cementa i dodatkom 15% letećeg pepela (29,0 kp/cm³ — rubrika 14). Pri ovome se štedi 4% cementa što, s obzirom na navedene zapreminske težine i debljinu donjeg nosećeg sloja od 20 cm, predstavlja uštedu cementa od 16,0 kg/m² kolovoza ili 57%. Za kolovoz širine 7,5 m i debljinu nosećeg sloja od 20 cm ušteda cementa u poređenju sa istom mešavinom bez pepela iznosila bi po 1 km puta 120 tona. Iz ovoga poređenja se vidi kolike se uštede postižu izradom cementom stabilizovanih slojeva sa dodatkom pepela u odnosu na stabilizacije cementom bez pepela. Ekonomičnost se postiže uzimajući u obzir i troškove oko nabavke i prevoza pepela, što je dokazano izrađenim analizama. Tako npr. za kolovoz širine 7 m. ova ušteda po 1 km puta iznosi 112 tona cementa, odnosno ako se uzmu u obzir troškovi za pepeo, krajnja ušteda predstavlja vrednost od oko 12.600 N. din./km.

3.5.3. Izvršenje stabilizacije cementom i pepelom

Radovi se izvode na jedan od navedenih načina u tač. 3. 4. 1 ili 3. 4. 2 sa odgovarajućom opremom i mehanizacijom, a negovanje i zaštita gotove kolovozne konstrukcije u svemu prema tač. 3. 4. 3.

3.5.4. Prva iskustva primene letećeg pepela u SR Srbiji

Na jednom delu Ulice Beogradski bataljon na Banovom brdu u Beogradu izrađena je kolovozna konstrukcija sa podlogom debljine 20 cm od stabilizovanog šljunka cementom i letećim pepelom. Dužina ove deonice iznosila je 140 m.

Težinski sastav mešavine bio je sledeći:

— peskoviti šljunak iz Vel. Morave (vidi tab. 2)	96%
— cement PC 250 iz Beočina	4%
	100%

Na ovu mešavinu dodato je 15% letećeg pepela iz TE „Kolubara". Mešanje sa dodavanjem letećeg pepela u određenoj količini vršeno je u betonskoj mešalici, a sabijanje upotrebom pločastog vibratora.

Prethodna laboratorijska ispitivanja pokazala su jednoaksijalnu čvrstoću posle 28 dana 51,0 kp/cm² (vidi tab. 2 — rubriku 14) za maksimalnu zapreminsku težinu mešavine u suvom stanju 2 gr/cm³ uz sadržinu vode 5,2%.

Kontrolnim ispitivanjima odmah posle ugrađivanja sloja dobivena zapremanska težina u suvom stanju iznosila je 2,01 gr/cm³, a sadržina vode 6,8%.

Dva meseca posle ugrađivanja na uzorcima izvađenim iz gotove podloge dobijena je kao srednja vrednost jednoaksijalna čvrstoća od 79,0 kp/cm², koja je veća od srednje čvrstoće posle 28 dana za 55%.

4. Stabilizacija tla krečom

Ova vrsta stabilizacije služi za izradu nosećih slojeva kolovozne konstrukcije kao i za poboljšanje tla (posteljice). Ona se u toku poslednjih godina sve više sa uspehom izvodi, naročito u SAD, Vel. Britaniji, Francuskoj i dr.

Poznavanje svojstava materijala je osnovni preduslov za ocenu mogućnosti i besprekorno izvršenje stabilizacije zemljanog materijala krečom. Naime, za stabilizaciju krečom treba uočiti dva posebna slučaja:

4.1. Preobražaj strukture vezanog zemljanog materijala, i

4.1.1. Hidrauličnu stabilizaciju.

4.1. Preobražaj strukture tla

Udeo slobodnog kalcijum-oksida CaO i magnezijum-oksida MgO u kreču, koji su kod čistog i hidratisanog kreča naročito veliki, izaziva usled reakcije sa mineralima gline promenu njene strukture. Odmah po unošenju kreča zemljani materijal dobija sasvim druga, za ugrađivanje bolja svojstva, no što je imao pre unošenja kreča. Zgušnjavanjem (koagulacijom) se zemljani materijal tako razbije, da ga je moguće lako prerađivati u veoma vezana i visoko plastična tla. Koherentni sastavni delovi povezaće se u veće konglomerate postojane u vodi. Pri ovome se smanjuje sadržina finijih čestica (ispod 0,002 mm) i prašinastih frakcija (0,002—0,06 mm).

Promenom strukture zemljanog materijala dodavanjem kreča postiže se:

— sniženje kapilarnosti,
— otpornost na vlagu (otklanjanje bubrenja i skupljanja)
— povećanje sigurnosti na dejstvo mraza.

4.1.1. Hidraulična stabilizacija

Ako u koherentnom zemljanom materijalu postoje prirodni hidraulični faktori kao minerali, glina i aktivna silicijumska kiselina, tada oni reaguju na slobodno CaO MgO iz kreča i prouzrokuju hidrauličnu stabilizaciju. Nosivost krečom stabilizovanog sloja usled toga stalno raste.

U slučaju da takvih prirodnih hidrauličnih faktora nema ili ih nema u dovoljnoj količini, oni se mogu dodati u obliku hidratisanog kreča, trasa, mlevene granulisane zgure iz visokih peći, letećeg pepela i dr.

4.2. Polje primene

Stabilizacija tla krečom u pogledu opasnosti od mraza i odvodnjavanja posteljice podleže istim uslovima kao i uobičajeni načini izrađivanja kolovoznih konstrukcija. Na osnovu svog delovanja, stabilizacija krečom može se primeniti za sve zemljane materijale, sve do područja visoko plastičnih glina.

4.3. Kreč

Za stabilizaciju krečom mogu se upotrebiti samo one vrste kreča koje odgovaraju standardu JUS B. CL. 020. Običan i hidratisani kreč u prahu naročito su pogodni za koherentne materijale.

4.4. Debljine slojeva

Debljine slojeva zavise od nosivosti tla i saobraćajnog opterećenja. One se obično kreću od 15 do 20 cm u sabijenom stanju.

Tablica 3

Vrsta materijala	Vrsta materijala po težini u %	Količina kreča po težini u %	Zapreminska tež. u suvom stanju gr/cm³	Sadržina vode u %	Vrednosti jednoaksijalnih čvrstoća u kp/cm² — Mešavina: materijal i hidratisani kreč — Vreme čuvanja u danima		Mešavina: Materijal, hidratisani kreč u 15% letećeg pepela — Vreme čuvanja u danima				Koef. povećanja čvrstoća sa dodatkom pepela u odnosu na rubrike 8 i 9	
					7	14	7	14	28	56	Posle 28 d.	Posle 28 d.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Šljunak iz Vel. Morave 0,06—45 mm	97	3	2.22	5,6	3,65	3,80	4,35	6,80	16,00	22,80	38,00	53,00	8,75	7,80
	95	5	2.21	5,8	6,20	10,20	14,00	16,20	12,00	28,00	48,50	64,20	3,45	3,97
	93	7	2.20	5,9	15,0	18,00	24,00	25,80	22,20	38,40	55,00	70,00	7,29	2,70
Dunavski pesak krupnoće 0,06—1, omm	97	3	1.72	12,5	—	0,20	0,26	0,29	7,00	11,30	16,50	21,20	63,5	73,00
	95	5	1.75	8,8	—	0,37	0,48	0,61	9,50	19,20	28,50	32,00	59,50	52,4
	93	7	1.75	8,2	—	0,92	2,10	2,38	15,80	23,20	31,40	47,00	14,95	19,70
Les iz blizine Zemuna	95	5	1.83	14,0	16,0	17,0	19,5	—	24,2	25,6	32,1	—	1,65	—
	93	7	1.79	15,0	18,2	19,8	24,2	—	26,8	29,4	37,2	—	1,54	—
	91	9	1.78	15,5	20,4	22,0	29,8	—	37,9	39,2	49,5	—	1,66	—
Glina	95	5	1.72	16,9	15,0	16,9	18,5	—	23,1	24,2	31,1	—	1,68	—
	93	7	1.71	17,4	17,5	19,0	23,1	—	25,5	28,2	36,4	—	1,57	—
	91	9	1.72	16,5	19,5	21,8	28,7	—	36,8	38,4	48,7	—	1,70	—

4.5. Stabilizacija tla krečom i letećim pepelom

Pored drugih zemalja, ova vrsta stabilizacije naročito se izvodi u SAD, a u našoj zemlji (SR Slovenija) počela se primenjivati od 1967. godine.

U tablici 3 su prikazani najnoviji rezultati jednoaksijalnih čvrstoća dobijenih ispitivanjima uzoraka sastavljenih od mešavina zemljanog materijala sa hidratisanim krečom kao vezivom, a zatim sa hidratisanim krečom i dodacima 15% letećeg pepela.

Poredeći rezulati iz tablice 2 i 3 proizlazi dasu povoljniji rezultati stabilizovanja šljunka cementom i pepelom od onih krečom i pepelom, dok su rezultati stabilizovanja krečom i pepelom koherentnih materijala povoljniji od onih cementom i pepelom.

4.6. Izvršenje stabilizacije krečom i pepelom

Radovi se izvode na jedan od navedenih načina u tač. 3.4.1. ili 3.4.2. sa odgovarajućom opremom i mehanizacijom, a negovanje i zaštita gotove kolovozne konstrukcije u svemu prema tač. 3.4.3.

4.7. Iskustva u SR Sloveniji u izvođenju stabilizacija krečom i letećim pepelom

Stabilizacija tla krečom i letećim pepelom i izrada nosećih slojeva kolovozne konstrukcije počela se da izvodi u SR Sloveniji 1967. godine. Obim do sada izvedenih radova, odnosno probnih deonica, po ovome postupku iznosi nekoliko desetina hiljada kvadratnih metara. I pored srazmerno kratkog perioda od samo tri godine, može se na osnovu ponašanja izvedenih površina pod saobraćajem već sada reći da je leteći pepeo veoma pogodan materijal kao vezivo i da su upotrebljeni materijali prethodno dobro ispitani, a radovi izvedeni sa potrebnom pažnjom i pod stalnom laboratorijskom kontrolom.

4.7.1. Iskustva u izradi nosećih slojeva kolovozne konstrukcije

Na više probnih deonica izvršeno je stabilizovanje kamenog agregata za noseće slojeve kolovozne konstrukcije letećim pepelom i hidratisanim krečom, odnosno malterom letećeg pepela (leteći pepeo — hidratisani kreč). Pepeo je iz termoelektrane „Šoštanj", koji je nastao sagorevanjem lignita kao osnovne sirovine. Navode se radovi na putu Šoštanj—Gorenje, na hali „Gorenje" — Velenje i šumskom putu Ravne—Godec.

4.7.2. Karakteristike kamenog agregata

Upotrebljene su tri vrste kamenog agregata dolomitskog porekla i malih čvrstoća na pritisak, koje su proizvedene u kamenolomima. Granulometrijski sastav agregata prikazan je u tablici 4.

Tablica 4

Rešeto/sito u mm	Put Šoštanj—Gorenje	Hala „Gorenje"	Put Ravne—Godec
	Prolaz kroz rešeto/sito u tež. %		
0,09	3,3	7,5	6,3
0,2	9,2	11,5	9,3
0,63	22,6	23,8	19,8
3	47,3	59,0	37,3
7	71,3	84,0	69,0
15	88,4	96,5	92,5
30	100,0	100,0	100,0

Kao što se vidi, upotrebljeni kameni agregat razlikuje se u sadržaju finih frakcija (frakcije filera i frakcije kamene sitneži), a naročito mnogo u sadržaju frakcija grubog peska (0,63/3 mm).

4.7.3. Karakteristike upotrebljenog letećeg peska

Na svim dosadašnjim pa i ovim radovima upotrebljavan je leteći pepeo iz termoelektrane „Šoštanj", koji se odlikuje velikim sadržajem kreča, odnosno „Kolubara" sadrži svega 5,42% CaO (vidi tač. 3.5). Navode se samo neki rezultati hemijske analize pepela iz termoelektrane „Šoštanj":

— silicijum dioksid SiO_2 . . . 47,84%
— aluminijum trioksid Al_2O_3 . . 14,27%
— kalcijum-oksid CaO (kreč) . . 18,29%
— specifična težina . . . . . 2,01 gr/m³
— specifična površina po Blainu 3596 cm²/gr.

S obzirom na to da pepeo iz TE „Šoštanj" sadrži znatnu količinu kreča, to je potrebno i znatno manje dodavanja hidratisanog kreča.

4.7.4. Prethodna laboratorijska ispitivanja

Prethodnim ispitivanjima želelo se da ustanovi:
— otpornost stabilizovanih mešavina kamenog agregata i maltera letećeg pepela (leteći pepeo+hidratisani kreč) protiv dejstva vode, i
— optimalna količina veziva za zahtevanu otpornost.

Izrađene su serije uzoraka sa različitim sadržajima veziva, optimalnom vlažnošću i sa 100% zbijenosti po standardnom Proctorovom postupku. Posle 21 dan ispitani su uzorci na pritisak, od kojih je jedna serija čuvana za sve vreme u vlažnom prostoru, dok je druga 24 časa pre ispitivanja bila potopljena u vodu. Rezultati ovako ispitivanih čvrstoća na pritisak prikazani su u tablici 5.

Iz gornjeg pregleda može se zaključiti:
— što je veći odnos vlažnost-vezivo, to se postižu manje čvrstoće na pritisak, a nepovoljniji odnos suve i natopljene mešavine znači i manju otpornost stabilizovanog sloja protiv vode,

Tablica 5

	Put „Šoštanj"—Gorenje		Hala „Gorenje"		Put Ravne—Godec	
Optimalna vlažnost	7,5	tež.%	9,5	tež.%	7	tež.%
Sadržaj veziva (pepeo+hidratisani kreč)	10	tež.%	10	tež.%	10	tež.%
Odnos, vlažnost : vezivo	0,75		0,76		0,70	
Čvrstoća na pritisak posle 21 dan						
— suva mešavina	28,7	kp/cm²	26,0	kp/cm²	29,4	kp/cm²
— — natopljena mešavina	22,9	kp/cm²	20,2	kp/cm²	23,7	kp/cm²
Odnos, natopljena : suva mešavina	0,80		0,78		0,81	

— veća količina veziva u stabilizovanoj mešavini ne uslovljava i veće čvrstoće na pritisak i veću otpornost protiv vode.

Dalja ispitivanja treba da potvrde ove zaključke.

4.7.5. Mehanizacija za izvođenje radova

Za izvršenje radova na stabilizaciji kamenog agregata krečom i letećim pepelom upotrebljavan je greder STT-MBUG 31 sa priključcima: vibracionim valjkom i dvodelnim pločastim vibratorom, rotacionim frezerom i dozatorom. Potrebno dopunsko kvašenje vršeno je korišćenjem autocisterni.

4.7.6. Izvršenje radova na stabilizaciji kamenog agregata krečom i pepelom

Pre izvršenja radova na stabilizaciji razastrt je kameni agregat u predviđenoj debljini sloja i sabijen sa prirodnom vlažnošću do najmanje 92% zbijenosti po Proctoru.

Razastiranje veziva na ovako pripremljen sloj kamenog agregata izvedeno je na tri načina:

— dozatorom iz kompleta mehanizacije,
— ručnim posipanjem iz vreća, i
— grederom (vezivo dovezeno kamionima).

Razastrto vezivo promešano je sa kamenim agregatom „u suvo" jednim prolazom mešalice, a posle toga mešanje ravnomernim prskanjem vodom iz cisterne dodata je preostala količina vode do dostizanja optimalne vlažnosti mešavine. Daljim mešanjem „u mokro" izvršena je potrebna homogenizacija razastrte mase, koja je obavljena sa dva do tri prolaza mešalice. Dalje zgušnjavanje mešavine postignuto je upotrebom gredera, a krajnje sabijanje do 100% zbijenosti po Proctoru upotrebom vibracionih valjaka.

Izvedena stabilizacija zaštićena je sledećeg dana bitumenskom emulzijom, a bilo je slučajeva kada je potrebna vlažnost slojeva održavana najmanje 7 dana ravnomernim prskanjem vodom iz autocisterni.

4.7.7. Laboratorijska ispitivanja u toku izvršenja radova

Za vreme izvršenja radova vršena je ova kontrola:

— granulometrijskog sastava i vlažnosti kamenog materijala,
— količine razastrtog veziva,
— granulometrijskog sastava, vlažnosti i količine veziva u stabilizovanoj mešavini,
— homogenosti stabilizovane mešavine,
— zbijenosti mešavine po Proctoru,
— modula deformacije stabilizovanog sloja.

Posle 21 dan na izvađenim kockama izvršeno je kontrolno ispitivanje čvrstoće na pritisak, kako bi se uporedio kvalitet izvršenih radova sa onim iz prethodnih ispitivanja. Dobijeni rezultati prikazani su u tablici 6.

Tablica 6

	Put „Šoštanj" —Gorenje	Hala „Gorenje"	Put Ravne—Godec
Srednja čvrstoća na pritisak kp/cm²	21,7	21,0	28,8 (suvo)
			23,8 (natopljeno)

Upoređenjem ovih rezultata sa onima iz prethodnih ispitivanja konstatovano je da su rezultati čvrstoća izvedenih radova oko 20% niži od prethodnih laboratorijskih. Svakako da ovo dolazi zbog toga što se radi o srazmerno malom broju izvađenih kontrolnih uzoraka, tako da u daljim radovima treba sprovesti detaljnija ispitivanja.

S obzirom na to da leteći pepeo iz TE „Šoštanj" sadrži približno 20% aktivnog kreča (18,29%), moguće je upotrebiti za stabilizovanje čistog drobljenog kamenog agregata takav leteći pepeo i bez dodatka hidratisanog kreča. Jedna probna deonica izrađena sa kamenim agregatom i samo sa letećim pepelom pokazala je veliku čvrstoću i otpornost protiv atmosferskih uticaja.

5. Stabilizacija ugljovodoničnim vezivima

Ova vrsta nosećih slojeva podloge upotrebljava se za svako saobraćajno opterećenje, gde je tle posteljice postojano na mrazu i dobre nosivosti.

Preimućstva ovih nosećih slojeva su:

— koriste se materijali koji se nalaze na licu mesta ili u neposrednoj blizini trase puta,

— slojevi su monolitnog sklopa, te zajedno sa zastorom čine kompaktnu masu,

— veoma dobro prenose opterećenje i ublažuju saobraćajne udare,

— slojevi imaju elastična svojstva i prilagođavaju se dopuštenim deformacijama posteljice,

— obezbeđuju veću sigurnost od štetnog dejstva mraza, jer bolje sprečavaju prodiranje vode u posteljicu puta,

— može se nesmetano vršiti saobraćaj preko svakog, tek izrađenog sloja,

— za izradu ovih slojeva koristi se ista mehanizacija kao i za asfaltne kolovozne zastore,

— radovi se izvode veoma brzo, što nije slučaj kod ostalih nosećih slojeva,

— podloge se mogu lako pojačavati dodavanjem novih slojeva.

Noseći slojevi od bituminiziranih materijala sastoje se od mineralnih mešavina za koje kao vezivo služi bitumen ili katran. Mešavine se spravljaju u asfaltnim bazama i ugrađuju po vrućem ili toplom postupku.

5.1. Debljine nosećih slojeva

Shodno našem standardu JUS. E 9.020 orijentacione debljine slojeva prikazane su u tablici 7.

Mere u cm — Tablica 7

Saobraćaj	Male i vrlo male gustine	Srednje gustine	Gust	Vrlo gust
Debljina nosećih slojeva	5—10	10—15	12—18	16—20
Debljina asfaltnog zastora	do 3	3—5	5—8	preko 8

Za ovu vrstu stabilizacije može se upotrebiti pesak, peskoviti šljunak, drobljeni šljunak i dbroljeni prirodni kamen.

5.2. Vezivo

Kao vezivo upotrebljava se bitumen za kolovoze Bit. 55/50, Bit. 50/75, Bit. 45/120 i 40/200 prema JUS. M 3.010 ili katran za kolovoze K 250/500 prema JUS. M. 3.040 i JUS. M. 3.050. Tvrde vrste veziva pogodne su za mešavine finog, dok su mekše pogodne za krupnozrne materijale.

5.3. Mešavine prema standardu JUS, E. 9.020

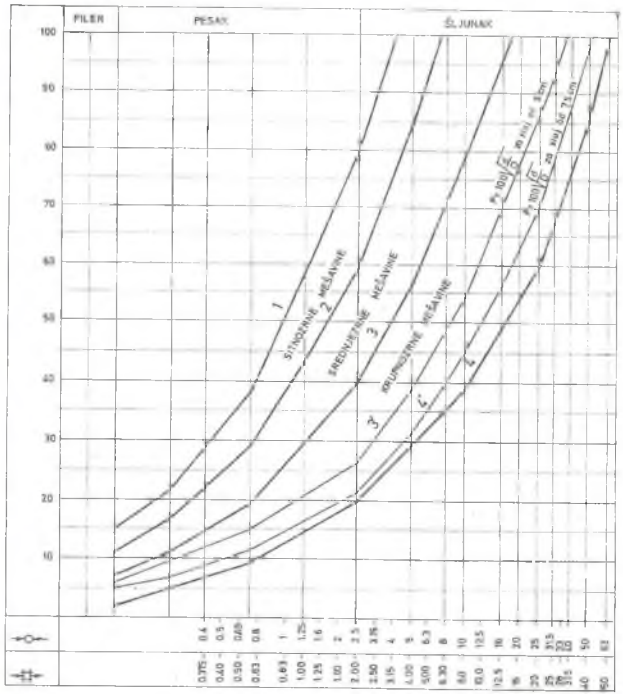
Bitumenske mešavine za izradu nosećih slojeva mogu biti:

a) Sitnozrne, gde su sastavni materijali prirodni pesak ili mešavina sa drobljenim materijalom, sa dodavanjem filera. Kao vezivo upotrebljava se Bit. 45/120, Bit. 55/50, Bit. 50/75 ili visoko viskozni katran za kolovoze, kao što je K 250/500. Sitnozrni materijali zahtevaju viskoznije vrste veziva, npr. Bit. 50/75 i Bit. 55/50. Minimalne količine veziva: bitumena 4,0 tež.%, katrana 4,5 tež.%.

b) Mešavine srednjeg zrna, gde su sastavni delovi peskoviti šljunak ili drobljeni materijali ili mešavina jednog i drugog, sa dodavanjem filera, prirodnog ili drobljenog peska. Veziva: Bit. 50/75, Bit. 45/120, Bit. 40/200 ili visoko viskozan katran. Minimalne količine veziva: bitumena 3,5 tež.%, katrana 4,0 tež.%.

c) Krupnozrne mešavine, glavni sastavni delovi su šljunak ili drobljeni materijal ili mešavina jednog i drugog, sa dodavanjem filera, prirodnog peska ili kamene sitneži. Vezivo: Bit. 50/75, Bit. 45/120, Bit. 140/200 ili visoko viskozan katran i katran K 250/500. Minimalna količina veziva: bitumena 3 tež.%, katrana 3,5 tež.%. Potrebne količine veziva za sve navedene mešavine određuju se prethodnim ispitivanjima. Dodavanjem drobljenog materijala svim navedenim mešavinama znatno se povećava stabilnost slojeva.

Na sl. 3 prikazane su područja linija prosejavanja sitnozrnih, srednjezrnih i krupnozrnih mešavina za noseće slojeve od bitumeniziranih materijala.



Sl. 3. Stabilnost i deformacije bitumeniziranih slojeva po Maršalu

5.4. Uslovi kvaliteta za slojeve po standardu JUS, E. 9.020

Bitumenski slojevi moraju ispunjavati ove uslove:

5.4.1. — Stabilnost i deformacija (tečenje) slojeva po Maršalu (tablica 8) imajući u vidu linije prosejavanja prikazane na sl. 3.

5.4.2. — Zapremina šupljina u odnosu na ukupnu zapreminu treba da iznosi u %:

— za sitnozrne mešavine, od 3 do 20%,

— za mešavine srednjih zrna, od 3 do 16%,

— za krupnozrne mešavine, od 3 do 10%.

Zbijanje je povoljno ako zapreminska masa probnih tela ili izvađenih jezgara iznosi 95% probnih Maršalovih tela. Ako se ugrađivanje vrši u više slojeva, najniži sloj može imati i 90% zapreminske mase po Maršalu.

Tačka razmekšavanja bitumena (PK) može biti najviše 65°C, a tačka loma po Frasu, ispod 0°C (JUSU. E 4.014).

5.5. Izrada i sabijanje slojeva

Za izradu bituminiziranih slojeva koristi se ista mehanizacija kao za asfaltne kolovozne zastore. Mešavine se spravljaju u asfaltnim bazama i dovoze kamionima do mesta rada gde se vrši razastiranje finišerom, a zatim sabijanje prvo lakšim, pa potom težim valjcima.

Temperatura ugrađivanja zavisi od vrste veziva, godišnjeg doba i upotrebljenih mašina. Ona treba da se kreće za bitumene od 100 do 170° C, a za katrane od 60 do 100° C. Noseći tucanički ili šljunčani sloj treba pre nanošenja gotove mase poprskati emulzijom u količini od 0,3 do 0,5 kg/m².

Stabilnost i deformacije slojeva po Maršalu

Tablica 8

Sloj	Saobraćaj	Originalna Maršalova metoda					Modificirana Maršalova metoda	
		Stabilnost najmanje		Tečenje		Procent šupljina sabijene asfaltne mase %	Stabilnost najmanje na 40° C kp	Tečenje na 40° C mm
		na 60° C	na 40° C	na 60° C	na 40° C			
		kp	kp	mm	mm			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I noseći sloj	Male i srednje gustine	140	470			—	665	2 do 5

(Nastavak)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Gust i vrlo gust	210	580	1до4	1до4	—	820	2 do 5
II noseći sloj	Male i srednje gustine	170	520			—	735	3 до 5
	Gust i vrlo gust	255	650			—	925	
III noseći sloj	Male i srednje gustine	200	565			—	800	
	Gust i vrlo gust	300	730	1do4	1do4	—	1050	3 do 5
IV noseći sloj (binder)	Male i srednje gustine	225	610			4 do 8	865	
	Gust i vrlo gust	360	835			2 do 6	1220	

5.5.1. Ispitivanje

Kameni materijal se ispituje u pogledu oblika zrna, čistoće i granulometrijskog sastava, a stabilnost i deformacije po Maršalu, JUS. M 8.090, dok se zapreminska masa i šupljine ispituju prema JUS. M 8.092. Zapreminska masa se određuje najmanje na jednom uzorku (izbušenom jezgru ili isečenom uzorku).

LITERATURA

1) Dr. Erwin Neumann: Der Neuzeitliche Strassenbau, 1959. god.

2) Die Verfahren der Bodenstabiliesirung, „Vorschungsgeseltschaft für das Strassenwesen", 1960. god. Köln.

3) Studija-tema o stabilizaciji tla cementom i letećim pepelom (ing. Branislav Todorović, Institut za ispitivanje materijala SRS, 1968. god.).

4) Klasične i savremene podloge za puteve — JUSU. E 9.020.

5) Stabilizacija četiri vrste tla krečom i cementom (Ing. Svetlana Stojanović, časopis „Saopštenja" Instituta za ispitivanje materijala SRS, br. 22—1965. god.).

6) Iskustva Zavoda za raziskavo materijala in konstrukcij — Ljubljana, u stabilizaciji tla i izradi nosećih slojeva kolovoza upotrebom letećeg pepela (Janez Žmavc, dipl. inž. — predavanje na simpozijumu Biroa za građevinarstvo SRS — 1969. god.).

7) Najnovija laboratorijska ispitivanja o stabilizaciji tla krečom i letećim pepelom (ing. Svetlana Stojanović, 1970. god.).

8) Naša dosadašnja iskustva.

BOŽIDAR FURUNDŽIĆ

VII

DRVENE KONSTRUKCIJE

TEHNIKA

SADRŽAJ

1. Kvalitet drvene građe — — — — — — 413

2. Dozvoljeni naponi, dozvoljeni ugibi, dozvoljene vitkosti

Dozvoljeni naponi — — — — — — — — 419
Dozvoljeni ugibi — — — — — — — — 423
Dozvoljene vitkosti — — — — — — — 425
Moduli elastičnosti — — — — — — — 425

3. Dimenzionisanje i provera napona

Centrično zatezanje — — — — — — — 425
Centrični pritisak — — — — — — — — 426
Savijanje — — — — — — — — — 431
Zatezanje sa savijanjem — — — — — — 433
Pritisak sa savijanjem — — — — — — — 434
Smicanje — — — — — — — — — — 435
Tablica za pravougaoni presek — — — — — 436

4. Spojna sredstva

Skobe — — — — — — — — — — — 443
Zavrtnji — — — — — — — — — — — 443
Ekseri — — — — — — — — — — — 449
Moždanici — — — — — — — — — — 453

5. Projektovanje i konstruisanje — — — — 458

7. DRVENE KONSTRUKCIJE

I. KVALITET DRVENE GRAĐE
Razvrstavanje po kvalitetu

Prema ukupnim svojstvima od kojih zavisi kvalitet, razvrstava se drvena građa za konstruktivne potrebe u tri klase kvaliteta koje su merodavne prilikom određivanja dozvoljenih napona drveta:

I klasa ..... građa naročite nosivosti;
II klasa ..... građa obične nosivosti;
III klasa ..... građa male nosivosti.

S obzirom na potrebu uštede drveta dopušta se upotreba drvene građe:

I klase — samo u izuzetnim slučajevima i to na kratkim dužinama pojedinačnih delova, onde gde za to postoji neophodna potreba s obzirom na statičke i konstruktivne uslove, kao i s obzirom na ekonomičnost cele konstrukcije.

II klase — za sve konstruktivne delove uopšte, izuzev:

a) manje važnih delova kod kojih otstupanja od kvaliteta ne mogu izazvati bitne posledice;

b) delova koji su iz važnih konstruktivnih razloga predimenzionisani;

c) za pomoćne i privremene konstrukcije.

III klase — u svim ostalim slučajevima, kao i u slučajevima koji su pod II navedeni kao izuzetni.

Drvena građa I i III klase mora biti vidno obeležena.

U tablici I navedeni su uslovi za razvrstavanje u pojedine klase za paralelno rezano drvo.

Oblovina, kao i svaka drvena građa koja nije testerom obrađena na sve četiri strane, razvrstava se takođe prema tablici I, s tim da se kao mere stranica uzimaju mere pravougaonika opisanog stvarnom profilu drveta.

Svaka građa koja se upotrebljava u nosivim konstrukcijama mora odgovarati propisanoj klasi bar na onoj dužini elemenata gde se javljaju naponi prema kojima je izvršeno dimenzionisanje građe; toj dužini treba sa obe strane dodati dužinu koja odgovara širini najveće stranice preseka, povećanu $1^1/_2$ puta.

Uslovi kvaliteta za drvo u konstrukcijama

(prema PTP-8

Tablica 1.

Tehnološka osobina	Klasa		
	I	II	III
1 Opšte greške			
a) Trulež (crvena i bela)	Nije dozvoljena	Dozvoljene su kod vazdušno-suvog drveta i pri upotrebi na suvom mestu — izuzev u priključcima — sa najvećim merama	
		1/8 stranice	1/4 stranice
b) Greške u pogledu boje drveta (rujava, crvena, modra)	Nisu dozvoljene	Dozvoljene su pri upotrebi na suvom mestu do najveće površine preseka;	
		10%	40%
c) Greške koje potiču od hrušteva, osa i crva — rovovi i hodnici)	Nisu dozvoljene	Dozvoljene su pri upotrebi na suvom mestu, ako se pojavljuju osamljeno, na pojedinim mestima i to najviše na:	
		I strani	sve 4 strane
d) Okružljivost odupljivanje drveta u pravcu godova (ukoliko nastupa na bridovima vrede isti uslovi kao i za lisičavost pod st. 2)	Nije dozvoljena		Kod dasaka nije dozvoljena; kod greda je dozvoljena ako najmanji vidni prečnik okružljivog hoda ne prede 1/3 širine preseka

(nastavak)

Tehnološka osobina	Klasa		
	I	II	III
1 Opšte greške			
e) Raspukline od razsušavanja, zapaljivost gnezda od smole, urasla kora	Na daskama, u priključcima, nisu dozvoljene		
	Na daskama van priključaka		
	Nisu dozvoljene	Dozvoljene su na površini u manjoj meri	
	Na gredama su dozvoljene ako najveći zbir njihovih dubina na dvema suprotnim stranicama (sl. 3) ne prelazi:		
	1/10 širine	1/4 širine	1/3 širine
	a njihove dužine pojedinačno da ne premašuju 1/3 dužine grede, s tim da ne prelaze preko brida		
			Dozvoljene su manje raspukline površinske a gnezda od smole u neograničenom broju. *Napomena:* Ako se u preseku ujedno javlja i okružljivost ne sme zbir prečnika okružljivosti i dubina raspuklina na obodu premašiti 1/2 odnosne širine.

(nastavak)

Tehnološka osobina	Klasa		
	I	II	III
1 Opšte greške			
f) Raspukline od studeni (zimotrenost) i gromova	Na daskama nisu dozvoljene		
	Kod greda		
	Nisu dozvoljene	dozvoljene su ako njihova dubina ne prelazi	
		1/5 širine	1/4 širine
		te ako dužina pojedinačno ne premašuje 1/8 dužine	
			Napomena: Jednovremeno pojavljivanje okružljivosti nije dozvoljeno
2 Lisičavost	Mala srednja velika ukoliko izvođenje priključaka ne traži manju lisičavost		
3 Tolerancije mera na niže	Nisu dozvoljene	Dozvoljene su	
		do 3%	do 5%
		ali najviše do 5 mm	
4 Vlažnost	Dozvoljeno je vazdušno-suvo drvo	Dozvoljeno je ugrađivanje polusuvog drveta, ali mora biti data mogućnost da drvo u času, kada ima da primi predviđeno puno opterećenje postane stalno vazdušno-suvo	
5 Širina godova			
a) za četinare	Dozvoljena je prosečna širina najviše do 3,5 mm	Ne propisuje se	
b) za listare	Ne pripisuje se		

(nastavak)

Tehnološka osobina	Klasa		
	I	II	III
6 Kvrgast	Dozvoljene su zdrave i čvrsto srasle kvrge (najmanje polovica vidne ivice kvrge čvrsto srasle sa ostalom masom drveta		
		Dozvoljene su i ostale kvrge (mrtve i trule) s time da se njihovi prečnici mere dvostrukim iznosom	
a) Dozvoljeni prečnik najmanji vidni prečnik) pojedine kvrge u odnosu prema širini stranice na kojoj leži kvrga	do 1/5 no najviše 5 cm	do 1/5 no najviše 7 cm	do 1/2
	Napomena: Kod elemenata opterećenih na savijanje ili pritisak koji su pravougaonog preseka ($b : h \geq 2$) dozvoljavaju se kvrge na bridovima veličine po sledećoj nižoj klasi		
		Ako se na istoj strani javljaju kvrge i trulež, mora onaj deo strane koji je bez grešaka iznositi barem:	
		2/3 širine strane	1/2 širine strane
b) Dozvoljeni zbir prečnika kvrga na svakoj strani u dužini 15 cm, u odnosu prema širini stranice	do 2/5	do 2/3	do 3/4

(nastavak)

Tehnološka osobina	Klasa		
	I	II	III
7 Otklon žice			
a) meren po kosim raspuklinama ili	Najveći otklon žice prema uzdužnim bridovima		
	1:10	1:5	1:3
	Ako kose raspukline seku brid, smeju prodirati najviše do 1/3 širine u svaku od načetih strana		
b) meren po rasečenoj žici i godovima u slučaju kada se kose raspukline ne javljaju	1:15	1:8	1:5
8 Zakrivljenost osi u jednoj ravni			
a) Dozvoljena visina luka nad tetivom 2m dužine na mestu najveće zakrivljenosti mm	5	10	20
b) Dozvoljeni odnos visine luka nad tetivom prema celoj dužini kod pritisnutih elemenata	1/400	1/250	1/150

II. DOZVOLJENI NAPONI, DOZVOLJENI UGIBI, DOZVOLJENE VITKOSTI

Dozvoljeni naponi

Drvo je anizotropan materijal, ono u raznim pravcima različito nosi. U propisima za drvene konstrukcije dati su dozvoljeni naponi za drvo prema vrsti naprezanja i pravcu delovanja sile u odnosu na pravac drveta (tj. prema „vrsti napona"), a zavise od vrste drveta i njegove klase kvaliteta.

Razlikujemo sledeće vrste napona:

σ_z ..... napon na **osovinsko zatezanje** u pravcu vlakana;

σ_p ..... napon na **osovinski pritisak** u pravcu vlakana;

σ_s ..... ivični napon pri savijanju u pravcu vlakana **(osovinsko savijanje);**

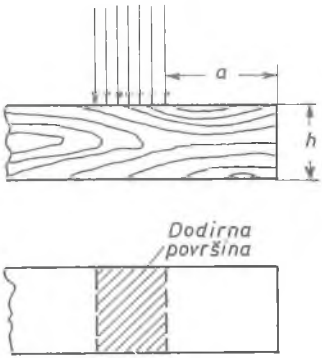
τ_{II} ..... napon na smicanje paralelno vlaknima **(tangencijalno smicanje);**

$\tau_\perp$ ..... napon na smicanje upravo na pravac vlakana **(presecanje vlakana);**

$\sigma_\perp$ ..... napon na pritisak upravo na pravac vlakana, **(radijalni pritisak).**

1. *Napomena:* uzdužni prepust *a* (sl. 1) mora iznositi najmanje 1,5 visine **(h)** odnosnog elementa. U protivnom treba odgovarajući dopušteni napon u tablici 2 sniziti za 20%.

2. *Napomena:* ukoliko mala ulaganja od pritiska nisu opasna može se dopušteni napon povećati za 25%.



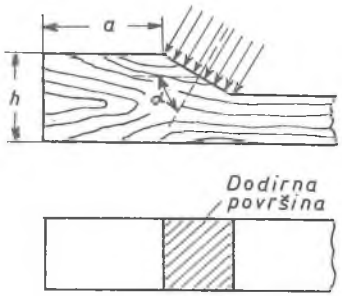
Sl. 1

Osnovni dopušteni naponi u kg/cm²

Tablica 2

Vrsta napona dop. σ		Četinari			Hrast. bukva		
		Klasa			Klasa		
		III	II	I	III	II	I
Osovin. zatezanje	σ_z dop	30	80	95	40	95	115
Osovin. pritisak	σ_p dop	65	90	100	80	100	120
Osovin. savijanje	σ_s dop	75	100	115	90	120	140
Tang. smicanje	$\tau_\perp$ dop	8	10	12	10	12	15
Presec. vlakana	$\tau_\perp$ dop	25	30	35	30	35	40
Radijalni pritisak	$\tau_\perp$ dop	20	20	20	30	30	30
Kosi pritisak	$\sigma\sphericalangle$	vidi obrazac I i sl. 2 i 3					

$\sigma\sphericalangle$ ..... *napon na pritisak koso na pravac vlakna, po celoj širini (kosi pritisak* (vidi sl. 2)



Sl. 2

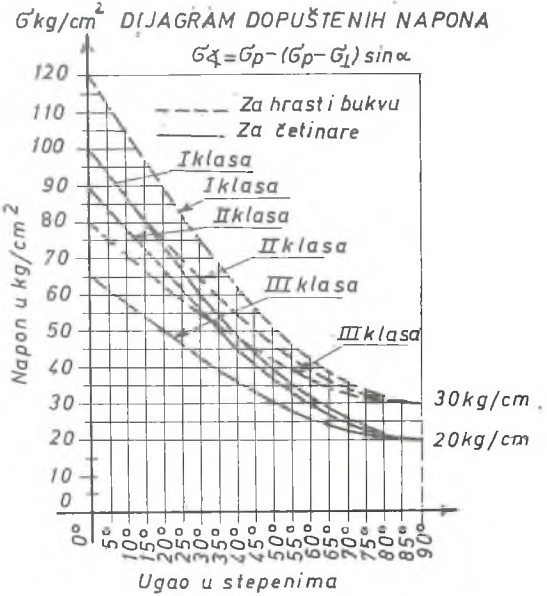
Vrednost $\sigma\sphericalangle$ praračunava se na osnovu napona σ_b i $\sigma\perp$ po obrascu:

$$\sigma\sphericalangle = \sigma_p - (\sigma_p - \sigma\perp) \sin \alpha \ \ldots \ \text{I}$$

gde je α ugao između pravca vlakana i pravca sile. Radi bržeg iznalaženja $\sigma\sphericalangle$ date su sračunate vrednosti u vidu dijagrama, na slici 3.

Nosivost drveta je nekoliko puta veća u odnosu na propisima određenu dozvoljenu nosivost. Stoga je dopušteno povećanje osnovnih dopuštenih napona (tabl. 2) pri proračunavanju elemenata privremenih i pomoćnih objekata. Povećavanje osnovnih dopuštenih napona za elemente stalnih konstrukcija dozvoljava

se samo ukoliko se eksperimentom dokaže opravdanost takvog postupka.



Sl. 3

Za metalne delove u drvenim konstrukcijama važe dopušteni naponi prema tablici 3.

Dopušteni naponi za metalne delove

Tablica 3.

Materijal	Dopušteni naponi (kg/cm²)		
	pritisak	zatezanje	smicanje
Čelični delovi, uopšte	1400	1400	1050
Zavrtnji, čelične cevi, sidra (kotve)	1200	1200	1000
Liveno železo	600	300	250

Za izvijanje važi omega-postupak za čelične konstrukcije, odnosno za konstrukcije od livenog železa.

Pri savijanju važe odgovarajući pritiskujući odnosno zatežući naponi iz tablice.

Kod zavrtnjeva napregnutih na zatezanje merodavna je površina preseka jezgra zavojnice.

Dopušteni bočni pritisak zavrtnja na spojni lim iznosi 1600 kg/cm² pod uslovom da debljina lima nije manja od 5 mm.

Metalne delove koji su izloženi vlažnosti, vodi i štetnim gasovima ili drugim sličnim uticajima treba dovoljno zaštititi od rđanja. Ako se ovo zaštićavanje ne može postići iz konstruktivnih ili drugih razloga, ne smeju se koristiti metalni delovi manje debljine od 40 mm.

Dozvoljeni ugibi

Elementi opterećeni na svijanje, pored uslova da računski naponi budu manji ili jednaki dozvoljenim, moraju da zadovolje i uslov da računski ugibi budu

manji ili jednaki dozvoljenim. U oba slučaja, i pri proračunu napona i pri proračunu ugiba, treba uzeti merodavno opterećenje. Dozvoljeni ugibi dati su propisima, bez obzira na popustljivost upotrebljenih spojnih sredstava (tablica 4).

Dozvoljeni ugib (povijanja)

Tablica 4

Za nosače	
Vrsta nosača	Dozvoljen ugib u funkciji od raspona l
rešetkasti nosači	$l/700$
vešaljke i podupirala	$l/500$
puni nosači (obični, smoždeni, zakivani, lepljeni)	$l/400$

Za elemente zgrada	
Vrsta elemenata	Dozvoljeni ugib u funkciju od raspona l
tavanice	$l/300$
tavanice i krovovi poljoprivrednih zgrada	$l/200$
rožnjače i rogovi krovova	$l/200$
konzole	$l/150$

Dozvoljene vitkosti

Propisima je data dozvoljena vitkost štapova opterećenih centričnom pritiskujućom silom:

stubovi	$_{doz}\lambda = 120$
štapovi	$_{doz}\lambda = 150$
drugorazredni elementi	$_{doz}\lambda = 175$

Moduli elastičnosti

Pri dokazivanju sigurnosti konstrukcije uzimaju se u obzir sledeći moduli elastičnosti:

Vrsta modula	Modul elastičnosti (kg/cm²) za	
	četinara	listare
U pravcu vlakana (E)	100.000	125.000
Upravno na pravac vlakana (E_1)	3.000	6.000

III. DIMENZIONISANJE I PROVERA NAPONA

Centrično zatezanje

Zategnute elemente uvek računati sa neto površinom preseka. Prilikom provere napona merodavan je najviše oslabljen presek.

$$F_n = F - \Delta F$$

$$\sigma_z = \frac{Z}{F_n} \leqslant dop \cdot \sigma_z$$

F ... površina preseka (neoslabljen presek);
$\triangle F$ ... odbici zbog slabljenja;
F_n ... neto površina preseka (oslabljen presek);
σ_z ... napon na osovinsko zatezanje;
Z ... zatežuća sila.

Centrični pritisak

Pri proračunu pritisnutih elemenata koristi se ω — postupak, tj. vitkost elemenata λ uvodi se u proračun preko koeficijenta ω. Ravnomerno podeljeni naponi po preseku ne smeju preći dopušteni napon na izvijanje σ_i.

$$\sigma_i = \omega \frac{P}{F} \leqq {}_{dop}\,\sigma_p$$

ω ... koeficijent izvijanja
P ... pritiskujuća sila
F ... površina preseka (neoslabljen presek)

U oslabljenim presecima (F_n) stvarni napon na pritisak ne sme preći dopušteni napon na osovinski pritisak ($_{dop}\,\sigma_p$).

Koeficijenat ω određuje se s obzirom na vitkost štapa.

Za $\lambda \leqq 75$ važi: $\omega = \dfrac{1}{1-0{,}8\left(\dfrac{\lambda}{100}\right)^2}$

Za $\lambda < 75$ važi: $\omega = \dfrac{\lambda^2}{3\,100}$

Vrednosti ω sastavljene su u tablici 5.

Koeficijenti izvijanja za drvo
jednostruki preseci

Tablica 5.

λ	KEFICIJENTI ω										λ
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			0
10	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	10
20	1,03	1,03	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	20
30	1,08	1,08	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	30
40	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,23	40
50	1,24	1,25	1,28	1,28	1,30	1,32	1,34	1,36	1,38	1,40	50
60	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,61	60
70	1,64	1,67	1,70	1,74	1,78	1,82	1,87	1,92	1,97	2,02	70
80	2,07	2,12	2,17	2,22	2,27	2,33	2,39	2,45	2,50	2,56	80
90	2,62	2,68	2,74	2,80	2,86	2,92	2,98	3,04	3,10	3,16	90
100	3,22	3,29	3,36	3,42	3,48	3,55	3,62	3,69	3,76	3,83	100
110	3,90	3,97	4,04	4,12	4,19	4,26	4,3	4,41	4,48	4,56	110
120	4,64	4,72	4,80	4,87	4,95	5,03	5,11	5,20	5,28	5,37	120
130	5,45	5,53	5,62	5,70	5,79	5,87	5,96	6,05	6,13	6,22	130
140	6,31	6,40	6,50	6,59	6,69	6,78	6,88	6,97	7,06	7,15	140
150	7,25	7,35	7,45	7,55	7,65	7,75	7,85	7,95	8,05	8,15	150
160	8,25	8,35	8,47	8,57	8,67	8,78	8,88	9,00	9,12	9,22	160
170	9,32	9,43	9,55	9,66	9,78	9,88					170

$\lambda \leqslant 75 \quad \omega = \dfrac{1}{1-0{,}8\left(\dfrac{\lambda}{100}\right)^2}$ | $\lambda \geqslant 75 \quad \omega = \dfrac{\lambda}{3\,100}$

Kada je $\lambda \leqslant 10$ elemenat se ne računa na izvijanje ($\omega = 1$).

Izvijanje treba proračunati za ravan izvijanja koja je najnepovoljnija. Vitkost običnog štapa računa se po obrascu:

$$\left.\begin{aligned} i &= \sqrt{J/F} \\ \lambda &= \frac{l_i}{i} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ I$$

l_i ..... dužina izvijanja;

i ..... poluprečnik inercije;

J ..... momenat inercije preseka u pravcu izvijanja za koji važi l_i;
mala lokalna oslabljenja ne uzimaju se u obzir;

F ..... površina preseka bez obzira na mala lokalna oslabljenja.

Dužina izvijanja uzima se:

kod pravih štapova dužine l za štap:

jednostrano uklješten, na drugom kraju slobodan . . . . . $l_i = 2\ l$

obostrano zglobovima pričvršćen . . . . $l_i = l$

jednostrano uklješten, na drugoj strani zglobom pričvršćen . . . . . $l_i = 0{,}8\ l$

obostrano puno uklješten . . . . . $l_i = 0{,}65\ l$

kod rešetkastih sistema uzima se dužina izvijanja jednaka dužini štapova u skici sistema.

Vitkost složenog štapa izračunava se za osovinu $0-0$ (vidi sliku 4) po obrascu:

$$\lambda = \sqrt{(m \cdot \lambda_o)^2 + \lambda_1^2}$$

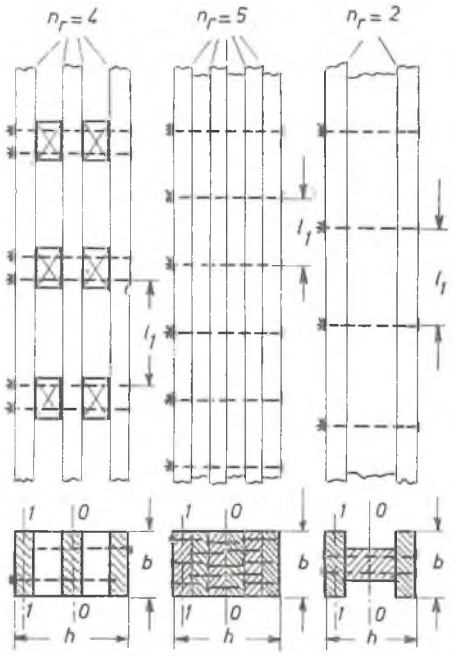
λ_o ..... vitkost celog štapa, uzimajući kao da je on od jednog dela (prema obrascu I), za dužinu izvijanja celog štapa;

λ_1 ..... vitkost pojedinog elementa s obzirom na lokalnu dužinu izvijanja l_1, a za osovinu I—I;

m ..... koeficijenat zavisan od elastičnosti spojnih sredstava.

Koeficijenat m izračunava se po obrascu:

$$m = \sqrt{1 + k_s \cdot \frac{h \cdot n_r}{l_0^2 \cdot n_s}}$$



Sl. 4

h ..... visina štapa u ravnini izvijanja u cm;
n_r ..... broj spojnih ravni;
n_s ..... broj spojnih sredstava koje jedna spojna ravan seče na dužni metar štapa;
l_o ..... dužina izvijanja celog štapa u metrima;
k_k ..... koeficijenat prema tablici 6.

Tablica 6.

Vrsta spojnog sredstva	Koeficijenat k_s za	
	centrični pritisak	pritisak sa savijanjem
1) ekseri (čavli)	$\frac{b}{10\,d^2}$	$\frac{b}{5\,d^2}$
2) zavrtnji	$\frac{b}{3\,d^2}$	$\frac{b}{1{,}5\,d^2}$
3) valjkasti klinci od tvrdog drveta	$\frac{b}{1{,}5\,d^2}$	$\frac{b}{d}$

b ..... širina upravno na pravac izvijanja (cm)
d ..... prečnik spojnog sredstva (cm)

1. napomena: Uzimaju se u obzir samo ona spojna sredstva koja u smislu propisa, u datoj spojnoj ravni, mogu nositi puno opterećenje. Spojna sredstva treba, po pravilu, razvrstati ravnomerno uzduž celog štapa. Prečnik zavrtnja ne sme biti veći od jedne četvrtine debljine najtanjeg sastavnog dela.

2. napomena: Kod štapova spojenih moždanicama uzima se:

pri običnom sastavu od 2 štapa $m=1{,}2$
pri običnom sastavu od 3 štapa $m=1{,}5$

3. napomena: Kod rešetkastih sistema računa se na izvijanje u ravni rešetke sa $n_r=2$ i prosečnim brojem spojnih sredstava na jedan metar dužine odnosnog pojasa.

Savijanje

Pri savijanju dopušteni naponi i dopušteni ugibi ne smeju biti prekoračeni.

$$\sigma_s=\frac{M}{W_n}\leqslant dop\ \sigma_s$$

σ_s napon pri savijanju;
M napadni momenat na mestu ispitivanja preseka;
W_n otporni momenat oslabljenog preseka;
M i W_n su vrednosti istog preseka nosača.

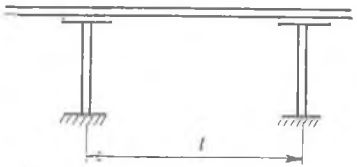
Slabljenje preseka uvek se uzima u obzir u zategnutom pojasu, a u pritisnutom pojasu stvarni napon na pritisak u oslabljenim presecima ne sme preći dopušteni napon na osovinski pritisak.

Pri računanju deformacija (ugiba) ne uzimaju se u obzir lokalna oslabljenja (tj. uzima se J za bruto presek).

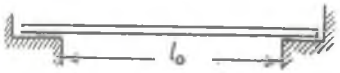
Računski rasponi za proračun statičkih uticaja su:

$L=l$

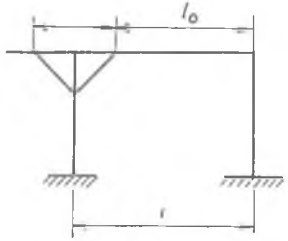
Nosači uopšte (gredni, kontinualni, nosači sa sedlom).



$L=l$



Nosači sa vrlo širokim osloncima
$L=1{,}05\ l_o$



Nosači poduprti kosnicama.
$L=0{,}5\ (l_o+l)$

Sl. 5

gde je: L ..... računski raspon:
l ..... teorijski raspon između oslonaca;
l_o ..... otvor (između oslonaca, između kosnika).

Kod nosača sa kosnicama uzeti da vertikalna reakcija grede poduprte kosnicama deluje na mestu priključenja kosnika, kod kontinualnih nosača sa sedlima sadejstvo sedla uzeti u obzir pri preuzimanju oslonačkih momenata.

Kod greda opterećenih na savijanje, smičuće napone kontrolisati po obrascu:

$$\tau=\frac{QS}{bJ}\leqslant\tau_{II}$$

Ovde je: Q ..... transverzalna sila (uzeti Q max)
S ..... statički momenat preseka do ravni gde se ispituje napon;
b ..... širina preseka;
J ..... momenat inercije preseka.

Ugib nosača opterećenih na savijanje treba da je manji od dopuštenog ugiba, tj.

$$f\leqslant {}_{dop}f$$

Kada gornji uslov nije zadovoljen, nosač treba dimenzionisati prema dopuštenom ugibu ${}_{dop}f$.

Zatezanje sa savijanjem

Pri ekcentričnom zatezanju, ili pri zatezanju sa savijanjem za kontrolu napona, kao i za dimenzionisanje, važi obrazac:

$$\sigma_z=\frac{Z}{F_n}\pm\eta\frac{M}{W_n}\leqslant dop\ \sigma_z$$

gde je: σ_z ..... napon na osovinsko zatezanje;
Z ..... aksijalna zatežuća sila;

F_n ..... neto površina preseka (oslabljen presek);

M ..... napadni momenat;

W_n ..... otporni momenat neto preseka štapa;

$\eta = \frac{\sigma_g}{\sigma_s}$ faktor redukcije napona savijanja na napone zatezanja za odgovarajuću vrstu i klasu drveta. Po našim propisima $\eta = 0{,}80$.

Pritisak sa savijanjem

Za ekscentrični pritisak, ili pritisak sa savijanjem, važi obrazac:

$$\sigma_p = \omega \frac{P}{F} \pm \eta \frac{M}{W} \leqslant dop\ \sigma_p$$

gde je: σ_p ..... napon na osovinski pritisak;

ω ..... koeficijenat zavisan od vitkosti λ;

P ..... aksijalna pritiskujuća sila;

F ..... površina preseka (neoslabljen presek);

W ..... otporni momenat preseka;

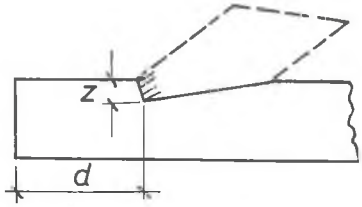
$\eta = \frac{\sigma_p}{\sigma_s}$ faktor redukcije napona savijanja na napone pritiska za odgovarajuću vrstu i klasu drveta. Po našim propisima $\eta = 0{,}85$.

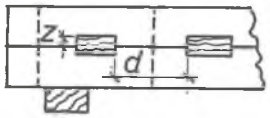
Smicanje

Smičuće napone *u pravcu vlakana* kod nosača opterećenih na savijanje proveriti prema već datom obrascu:

$$\tau = \frac{QS}{bJ} \leqslant \tau_{\parallel}$$

Posebno obratiti pažnju na smičuća naprezanja u pravcu vlakana kod kombinovanih preseka (složena greda) i kod veza na zasek (sl. 6).





Sl. 6

Pri proračunu smičućih naprezanja (u pravcu vlakana) u vezama, može se računati sa jednako podeljenim naponima po celoj površini na dužini d, ukoliko je $d \leqslant 8z$, gde je z dubina usecanja; ako je $d > 8z$ raču-

na se redukovanom dužinom d', po kojoj možemo pretpostaviti jednako podeljenu raspodelu napona (tablica 7)
Vrednosti d' iznose za:

Tablica 7.

dužinu d:	$8z$	$9z$	$10z$	$12z$	$15z$ i više
dužinu d':	$8z$	$8{,}5z$	$9{,}0z$	$9{,}5z$	$10{,}0z$

Smičuće napone *upravno na vlakna* (presecanje vlakana) treba proveriti kada u nosaču postoji veća transverzna sila i nagli skok u dijagramu transverzalnih sila (u blizini koncentrisanih sila, u blizini oslonaca), kao i uopšte svuda gde postoji čisto smicanje (strig) upravno na pravac vlakana. Važi obrazac:

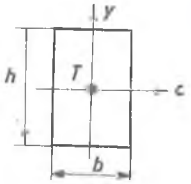
$$\tau_{\perp}=\frac{T}{F}\leqslant dop\,\tau_{\perp}$$

gde je: $\tau_{\perp}$ ..... presecanje vlakana;
T ..... Transverzalna sila u preseku;
F ..... površina preseka;

Tablica za pravougaoni presek

Površina preseka: $F=bh$;
Moment inercije:

$$J_x=\frac{1}{12}b\,h^3;\quad J_y=\frac{1}{12}b^3\,h.$$



Moment otpornosti:

$$W_x=\frac{1}{6}b\,h^2;\quad W_y=\frac{1}{6}b^2h$$

Tablica 8.

h	b	F	J_x	W_x	J_y	W_y
cm		cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3
4,8	2,4	11,5	22,1	9,2	5,5	4
5	3	15	31,3	12,5	11,3	7,5
6	4	24	72	24	32	16,0
6	6	36	108	36	108	36
7	5	35	143	40,8	72,9	29,2
7	7	49	200,1	57,2	200,1	57,2
8	4	32	170,7	42,7	42,7	21,3
	5	40	213,3	43,3	83,3	33,3
	6	48	256	64	144	48
8	8	64	341	65,3	341	85,3
9	5	45	303,8	67,5	93,8	37,5
	6	54	364,5	81	162	54
	7	63	425,3	49,5	257,3	73,5
9	9	81	546,8	121,5	546,8	121,5
10	5	50	416,7	83,3	104,2	41,7
	6	60	500	100	180	60
	7	70	583,3	116,7	285,5	81,7
	8	80	666,7	133,3	426,7	106,7
10	10	100	833,3	166,7	833,3	166,7
11	6	66	666,5	121	198	60
	8	83	887,3	161,3	469,3	117,3
	9	99	998,3	181,5	668,3	148,4
11	11	121	1 220	221,3	1 220	221,8
12	6	72	864	144	216	72
	8	96	1 152	192	512	128
	9	108	1 296	216	729	162
	10	120	1 440	240	1 000	200
12	12	144	1 728	288	1 728	288
13	7	91	1 282	197,2	371,6	106,2
	9	117	1 648	253,5	789,5	175,5
	10	130	1 381	281,7	1 083,3	216,7
	11	143	2 014	309,8	1 442	262,2
13		169	2 380	366,2	2 380	366,2

(Nastavak)

h	b	F	J_x	W_x	J_y	W_y
cm		cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3
14	6	84	1 372	196	252	84
	7	98	1 601	228,7	400,2	114,3
	8	112	1 829	261,3	597	149,3
	10	140	2 287	326,7	1 167	233,3
	12	168	2 744	392	2 016	335
14	14	196	3 201	457,3	3 201	457,3
15	8	120	2 250	300	640	160
	9	135	2 531	337,5	911,3	202,5
	11	165	3 094	412,5	1 664	302,5
	13	195	3 656	487,5	2 746	422,5
15	15	225	4 219	562,5	4 219	562,5
16	8	128	2 731	341,3	682,7	170,7
	10	160	3 413	426,7	1 333	266,7
	11	176	3 755	469,3	1 775	322,7
	12	192	4 096	512	2 304	384
	13	208	4 437	554,7	2 929	450,7
	14	224	4 779	597,3	3 659	522,7
16	16	256	5 461	682,7	5 461	682,7
17	9	153	3 685	433,5	1 033	229,5
	11	187	4 504	529,8	1 886	342,8
	12	204	4 913	578	2 448	408
	13	221	5 322	626,2	3 112	478,8
	15	255	6 141	722,5	4 781	637,5
17	17	289	6 960	818,8	6 960	818,8
18	8	144	3 888	432	768	492
	9	162	4 374	480	1 094	243
	10	180	4 860	540	1 500	300
	11	198	5 346	594	1 997	363
	13	234	6 318	702	3 296	507
	14	252	6 804	756	4 116	588
	16	288	7 776	864	6 144	768
18	18	324	8 748	972	8 748	972
19	10	190	5 716	601,7	1 583	316,7
	12	228	6 859	722	2 736	456
	13	247	7 431	782,2	3 479	535,2
	14	266	8 002	842,3	4 345	620,7
	15	285	8 574	902,5	5 344	112,5
	17	323	9 717	1 023	7 779	915,2
19	19	361	10 860	1 143	10 860	1 143

(Nastavak)

h	b	F	J_x	W_x	J_y	W_y
cm		cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3
20	8	160	5 333,3	533,3	853,3	213,3
	10	200	6 667	666,7	1 667	333,3
	12	240	8 000	800	2 880	480
	14	280	9 333	933,3	4 573	653,3
	16	420	10 667	1 067	6 827	856,3
	18	360	12 000	1 200	9 720	1 080
20	20	400	13 333	1 333	13 333	1 333
21	11	231	8 489	808,5	2 329	423,5
	13	273	10 033	955,5	3 845	591,5
	15	315	11 576	1 102	5 906	787,5
	17	357	13 120	1 250	8 599	1 012
	18	378	13 892	1 323	10 206	1 134
	19	399	14 663	1 397	12 003	1 263
21	21	441	16 207	1 544	16 207	1 544
22	10	220	8 873	806,7	1 833	366,6
	11	242	9 760	887,3	2 440	443,7
	12	264	10 648	968	3 168	528
	14	308	12 422	1 129	5 031	718,7
	16	352	14 197	1 291	7 509	938,7
	18	396	15 972	1 452	10 692	1 188
	20	440	17 747	1 613	14 667	1 467
22	22	484	19 521	1 775	19 521	1 775
23	12	276	12 617	1 058	3 312	552
	14	322	14 594	1 234	5 259	751,3
	16	368	16 223	1 411	7 851	981,3
	17	391	17 236	1 499	9 417	1 108
	19	437	19 265	1 675	13 146	1 381
	21	483	21 292	1 852	17 750	1 690
23	23	529	23 320	2 028	23 320	2 028
24	12	288	13 824	1 152	3 456	576
	14	336	16 128	1 344	5 488	784
	16	384	18 432	1 536	8 192	1 024
	17	408	19 584	1 632	9 826	1 156
	18	432	20 736	1 728	11 664	1 296
	20	480	23 040	1 920	16 000	1 600
	21	504	24 192	2 016	18 522	1 764
	22	528	25 344	2 112	21 296	1 936
24	24	576	27 648	2 304	27 648	2 304

(Nastavak)

h	b	F	J_x	W_x	J_y	W_y
cm		cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3
25	13	325	16 928	1 354	4 577	704,2
	15	375	19 531	1 563	7 031	937,5
	17	425	22 135	1 771	10 235	1 204
	18	450	23 438	1 875	12 150	1 350
	19	475	24 740	1 979	14 290	1 504
	21	525	27 344	2 188	19 294	1 838
	23	575	29 948	2 396	25 348	2 204
25	25	625	32 552	2 604	32 552	2 604
26	12	312	17 576	1 352	3 744	624
	13	338	19 041	1 465	4 760	732,3
	15	390	21 970	1 690	7 313	975
	17	442	24 899	1 915	10 645	1 252
	19	494	27 829	2 141	14 681	1 564
	20	520	29 293	2 253	17 333	1 733
	21	546	30 758	2 366	20 066	1 911
	23	598	33 687	2 591	23 362	2 292
	24	624	35 152	2 704	29 952	2 496
26	26	676	38 081	2 929	38 081	2 929
27	14	378	22 964	1 701	6 174	882
	16	432	26 244	1 944	9 216	1 152
	18	486	29 525	2 187	13 122	1 458
	19	513	31 165	2 309	15 433	1 625
	21	567	34 445	2 552	20 837	1 984
	23	621	37 726	2 795	27 376	2 381
	25	673	41 006	3 038	35 156	2 812
27	27	729	44 287	3 281	44 287	3 281
28	14	392	25 610	1 829	6 403	915
	16	448	29 269	2 091	9 [illegible]	[illegible]
	18	504	32 928	2 352	13 608	1 512
	20	560	36 586	2 613	18 667	1 867
	22	616	40 246	2 875	24 845	2 259
	24	672	43 904	3 136	32 256	2 688
	26	728	47 563	3 297	41 011	3 155
28	28	784	51 221	3 659	51 221	3 659

(Nastavak)

h	b	F	J_x	W_x	J_y	W_y
cm		cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3
29	15	435	30 486	2 103	8 156	1 088
	17	493	34 551	2 383	11 873	1 397
	19	551	38 616	2 663	16 576	1 475
	21	609	42 681	2 944	22 381	2 132
	23	667	46 745	3 224	29 404	2 557
	24	696	48 778	3 364	33 408	2 784
	25	725	50 811	3 504	37 760	3 021
	26	754	52 842	3 644	42 475	3 267
	27	783	54 875	3 785	47 567	3 523
29	29	841	58 940	4 065	58 940	4 065
30	15	450	33 750	2 250	8 438	1 125
	16	480	36 000	2 400	10 240	1 280
	18	540	40 500	2 700	14 580	1 620
	20	600	45 000	3 000	20 000	2 000
	22	660	49 500	3 300	26 620	2 420
	24	720	54 000	3 600	34 560	2 780
	26	780	58 500	3 900	43 940	3 380
	28	840	6 300	4 200	54 880	3 920
30	30	900	67 500	4 500	67 500	4 500
31	16	496	39 721	2 563	10 581	1 323
	19	589	47 169	3 043	17 719	1 865
	21	751	52 134	3 363	23 932	2 279
	22	682	54 617	3 524	27 507	2 501
	25	775	62 065	4 004	40 365	3 229
	28	868	69 512	4 485	56 709	4 051
31	31	961	76 960	4 965	76 960	4 965
32	16	512	43 691	2 731	10 923	1 365
	18	576	49 152	3 072	15 552	1 728
	20	640	54 613	3 414	21 333	2 133
	22	704	60 075	3 755	28 395	2 581
	23	736	62 805	3 925	32 445	2 821
	24	768	65 536	4 096	36 864	3 072
	26	832	70 997	4 437	46 869	3 605
	28	896	76 459	4 779	58 539	4 181
	30	960	81 920	5 120	27 000	4 800
32	32	1 024	87 381	5 461	87 381	5 461

(Nastavak)

h	b	F	J_x	W_x	J_y	W_y
cm		cm^2	cm^4	cm^3	cm^4	cm^3
33	17	561	50 911	3 086	13 511	1 590
	20	660	59 895	3 630	22 000	2 200
	23	759	68 879	4 174	33 459	2 909
	24	792	71 874	4 356	38 016	3 168
	27	891	80 858	4 900	54 128	4 009
	30	990	98 843	5 445	74 250	4 950
33	33	1 089	98 827	5 990	98 827	5 900
34	17	578	55 681	3 275	13 920	1 638
	20	680	65 507	3 853	22 667	2 267
	23	782	75 333	4 431	34 473	2 998
	24	816	78 608	4 624	39 168	3 261
	26	884	85 159	5 009	49 799	3 831
	29	986	94 985	5 587	96 102	4 766
	31	1 054	101 535	5 973	84 408	5 456
34	34	1 156	111 361	6 551	111 361	6 551
35	16	560	57 167	3 627	11 947	1 493
	18	630	64 313	3 675	17 010	1 890
	20	700	71 392	4 080	23 333	2 333
	23	805	82 177	4 080	35 387	3 086
	25	875	98 306	5 103	45 573	3 648
	28	980	100 042	5 717	64 027	4 673
	30	1 050	107 088	6 119	78 750	5 250
	32	1 120	114 333	6 533	95 573	5 973
35	35	1 225	125 052	7 146	125 052	7 146
36	18	648	69 844	3 888	17 496	1 944
	20	720	77 760	4 320	24 000	2 400
	22	792	85 536	4 752	31 944	2 904
	24	864	93 312	5 184	41 472	3 456
	26	936	101 088	5 616	52 728	4 056
	28	1 008	108 864	6 048	64 856	4 704
	30	1 080	116 640	6 480	81 000	5 400
	32	1 152	124 416	6 912	98 304	6 144
36	34	1 224	132 192	7 344	117 912	6 930
	36	1 296	129 986	7 776	139 968	7 776

V. SPOJNA SREDSTVA

Spojna sredstva imaju zadatak da onemoguće uzajamno pomeranje drvenih elemenata.

SKOBE (KLAMFE) su najslabije sredstvo. Treba ih upotrebljavati isključivo kao spojno sredstvo za konstruktivne veze jačih drvenih elemenata; izuzetno, skobe mogu primiti manje sile zatezanja. Uglavnom se upotrebljavaju kod skela i privremenih građevina.

ZAVRTNJI su spojno sredstvo, koje se često primenjuje iako ima ograničenu vrednost jer moć nošenja zavrtnja direktno zavisi od moći nošenja drveta po omotaču rupe i od deformacije zavrtnja.

Propisi o zavrtnjima važe uopšte za sva spojna sredstva koja leže upravo na spojnu površinu, a koja su pretežno napregnuta na savijanje (zavrtnjevi, klinci, cevni zavrtnjevi i t. sl.).

Otvori za zavrtanje moraju tačno adgovarati preseku zavrtnja, a pri višesečnim spojevima treba ih, po mogućstvu, bušiti mašinskim putem.

Zavrtnji moraju imati prečnik najmanje 10 mm (3/8″), a pri debljini drveta preko 3 cm najmanje 12 mm (1/2″).

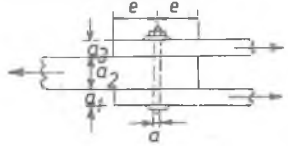
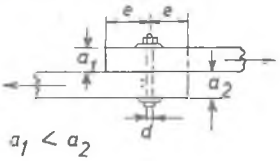
Međusobno odstojanje zavrtnjeva, kao i odstojanje zavrtnja od kraja štapa mora da iznosi u pravcu vlakana najmanje 7 prečnika, i to ne manje od 10 cm.

Dopuštena nosivost zavrtnjeva pri dejstvu sile u pravcu vlakana navedena je u tablici 9 nezavisno od klase drveta. Pri tom ne treba dokazivati napon na savijanje u zavrtnju.

Pri upotrebi obrazaca $S=85\ a_3\ d$ i $S=360\ d^2$, ili drugih obrazaca tablice 9 treba usvojiti za silu onu dobijenu vrednost koja je manja. Sila se dobija u kilogramima pri zameni vrednosti za a i d u santimetrima.

Tablica 9.

Dopuštena nosivost zavrtnja (dejstvo sile u pravcu vlakana)

Drvo	Četinari	Hrast — bukva
Dvosečno spajanje 	Srednje drvo 85 $a_3\,d$; najviše 360 d^2	Srednje drvo 100 $a_3\,d$; najviše 450 d^2
	Prostrano drvo 55 $a_1\,d$; najviše 260 d^2	Prostrano drvo 65 $a_1\,d$; najviše 300 d^2
Jednosečno spajanje  $a_1 < a_2$	40 $a_1\,d$; najviše 170 d^2	50 $a_1\,d$; najviše 200 d^2

a_1, a_2, a_3, d: u centimetrima; nosivost u kg

Napominje se da je na slikama u tablici 9 pokazana veza sa jednim zavrtnjem radi određivanja obrazaca za proračun jednog zavrtnja. Praktično treba vezu praviti sa više, a najmanje sa dva zavrtnja. U tom slučaju je i sila toliko puta veća. Kod veze sa zavrnjima treba obezbediti propisano najmanje odstojanje e između zavrtnjeva, odnosno odstojanje zavrtnja do kraja štapa. Ovo odstojanje e treba da bude: $e \geqslant 7\ d$, a ne manje od 10 cm.

Kada sila dejstvuje koso na pravac vlakna treba pri uglu α između pravca sile i pravca vlakana vrednosti iz tablice 9 reducirati sa sledećim faktorima k_α:

α =	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
k_α =	1,00	0,95	0,91	0,87	0,83	0,79	0,75

Ako se umesto prostranog drveta upotrebljuju metalne podvezice, može se dopuštena nosivost srednjeg drveta povećati za 25%.

U drvenim konstrukcijama ne smeju se upotrebljavati zavrtnji bez podložnih pločica; ove moraju imati najmanji prečnik 3,5 d (okrugle pločice) odnosno isto toliko dužinu stranice (kvadratne pločice) gde je d prečnik zavrtnja. Najmanja debljina pločice je 4 mm, odnosno oko 1/10 njene stranice (prečnika).

Zavrtnji sa Whitwortovom navojnicom sa kvadratnim i krutim pločicama

Tablica 10.

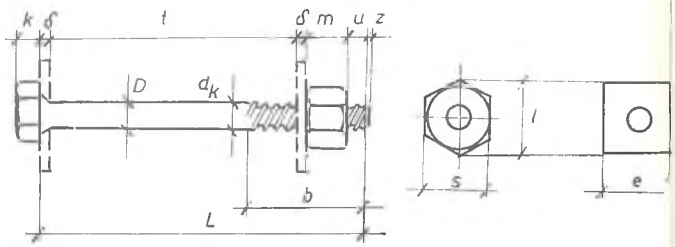
Redni broj	D zoll	D mm	Podaci za zavrtanj: d_k mm	$F=\frac{D^2\pi}{4}$ cm²	$F_k=\frac{d^2_k\pi}{4}$ cm²	u mm	z mm	v mm	b mm	Podaci za šestoug. navrtku: m mm	k mm	s mm	e mm	100 kom. navrtki kg
1	3/8''	9,53	7,49	0,713	0,441	2	1,5	8	28	8	7	17	19,6	—
	1/2''	12,70	9,99	1,267	0,784	2	2,3	10	32	11	9	22	25,4	2,61
	5/3''	15,88	12,92	1,980	1,310	3	2,3	15	38	13	11	27	31,2	4,52
2	3/4''	19,05	15,80	2,851	1,960	3	3	18	48	16	13	33	36,9	7,7
	7/8''	22,23	18,61	3,880	2,720	3	3,4	20	52	18	16	36	41,6	10,6
	1''	25,40	21,34	5,067	3,570	4	4	22	58	20	18	41	47,3	15,1
3	1 1/8''	28,58	23,93	6,413	4,490	4	4,5	25	65	22	20	46	53,1	20,7
	1 2/4''	31,75	27,10	7,914	5,770	4	5	30	68	25	22	50	57,7	27,5
	1 3/8''	34,93	29,50	9,567	6,830	5	5,5	30	72	28	24	55	13,5	37,0
	1 1/2''	38,10	32,68	11,305	8,380	5	6	35	78	30	27	60	69,3	46,7
4	1 5/8''	41,28	34,77	13,375	9,490	5	6	40	80	32	29	65	75	61,7
	1 3/4''	44,45	37,95	15,517	11,310	5	7	40	90	35	32	70	80,8	74,2
	2''	50,80	43,57	20,260	14,910	5	8	45	100	40	36	80	92,4	111,0

(nastavak tablice 10)

Redni broj	Kvadrat. podlož. ploč.: d_0 mm	a mm	δ mm	1000 kom. imaju težinu kg	Kružne podložne pločice: d_0 mm	a mm	c mm	δ mm	1 000 kom. imaju težinu: TIP 1 kg	TIP 2 kg	D zoll
1	11,5	30	3	18,8	415	34	115	3	18,9	18,3	3/8''
	14	40	4	45,4	14	45	14	4	45,1	43,8	1/2''
	18	50	5	88,2	18	58	18	5	93,8	90,9	5/8''
2	22	60	5	126	22	68		5	126		3/4''
	25	70	6	208	25	80		6	213		7/8''
	27	80	6	275	27	92		6	226		1''
3	33	95	6	385	33	105		6	368		1 1/8''
	36	100	6	423		112		6	416		1 1/4''
	39	110	8	685	39	125		8	695		1 3/8''
	42	125	8	895	42	140		8	881		1 1/2''
4	45	135	8	1 045	45	150		8	1 012		
	48	140	8	1 118	48	160		8	1 150		1 5/8''
	56	160	10	1 816	56	180		10	1 800		2''

(Slika uz tablicu 10)

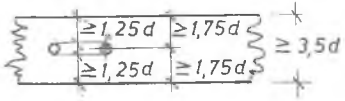
$L = t + 2\delta + m + 5$ mm



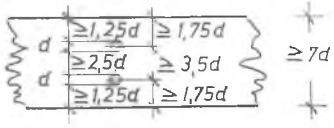
RASTOJANJA ZAVRTNJEVA

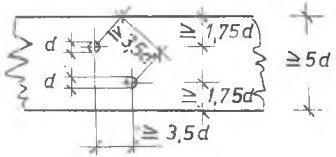
Upravno na pravac vlakana

Za jedan zavr. po širini grede

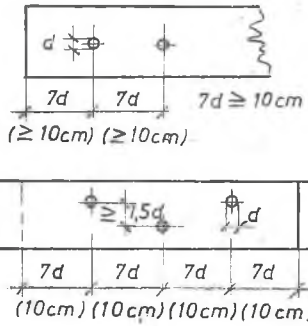


Za dva zavr. po širini grede





U pravcu vlakana



Sl. 7

EKSERI su veoma dobro spojno sredstvo. Proučavanjima i eksperimentima je utvrđena visoka vrednost i nosivost veza kod kojih su ekseri upotrebljeni kao spojno sredstvo.

Kao spoj sa ekserima smatra se onaj u kome je najmanje 4 eksera napregnutih jednosečno. Kod drvenih konstrukcija upotrebljavaju se ekseri okruglog preseka, sa spljoštenom glavom. Veza zakivanjem dva obla drveta nije dozvoljena.

Prečnik eksera određuje se prema debljini najtanjeg elementa u vezi, prema tablici 11.

Dopušteni prečnici eksera u zavisnosti od debljine drveta

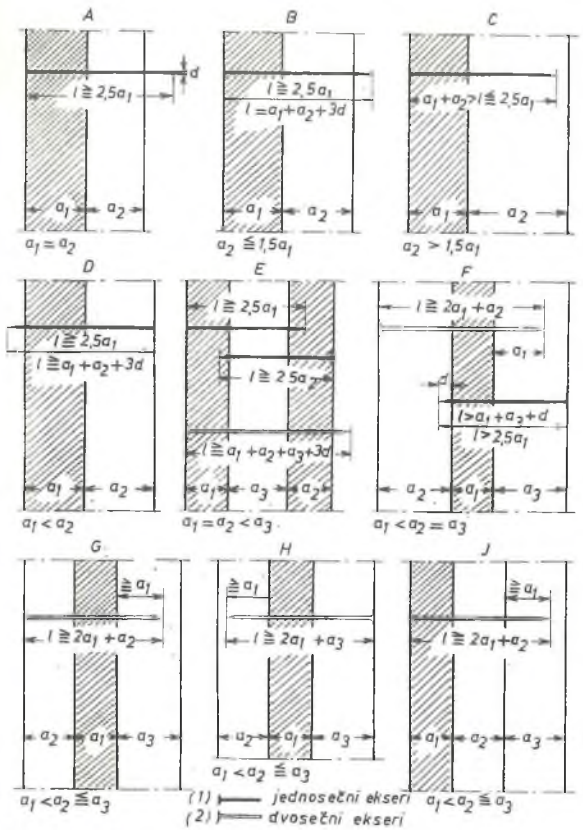
Tablica 11.

Debljina drveta a	Dopušteni prečnik eksera d					Debljina drveta a	Dopušteni prečnik eksera d				
mm	mm/10					mm	mm/10				
10				20	22	48, 50	46	50	55	60	65
12			20	22	25	60	50	55	60	65	70
15		20	22	25	28	70	60	65	70	75	80
18, 20	22	25	28	31	34	80	65	70	75	80	90
24, 25	28	31	34	38	42	90	70	75	80	90	(100)
28, 33	31	34	38	42	46	100		75	80	90	(100)
38, 40	38	42	46	50	55	110			80	90	(100)

Nosivost eksera zavisi od dužine eksera i sečnosti eksera. Sečnost eksera zavisi od broja elemenata u vezi i od dužine eksera. Za određivanje sečnosti eksera može da posluži slika 8, a za određivanje nosivosti i dužine eksera služi tablica 11.

Nosivost prema tablici 9 smanjuje se za 10% kada se na spojevima zategnutih elemenata nalazi više od 10 eksera u jednom redu; nosivost se smanjuje za 20% ako postoji više od 20 eksera u jednom redu.

Kada se daske ili talpe spajaju sa oblim (okruglim) površinama drveta, smanjuje se nosivost po tablicama za 1/3.



Sl. 8 — Dužine jednosečnih (1) i dvosečnih (2) eksera

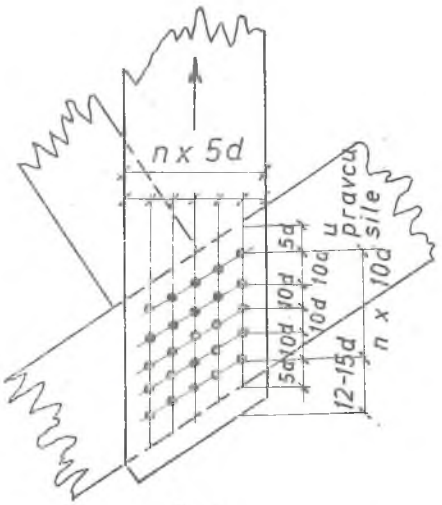
Nosivost i dužine eksera (čavala)

Tablica 12.

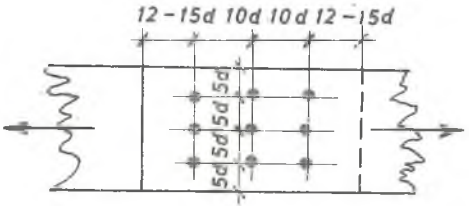
k	Nosivost jednosečnog eksera N_1	Otpor na izvlačenje W	Dužina eksera l							
mm/10	kg	kg cm	mm							
20	15	2,0				25	30	65	40	45
22	20	2,5			30	35	40	45	50	55
25	25	3,0				40	45	50	55	60
28	30	3,5		50	55	60	65	70	75	80
31	35	4,0	50	55	60	65	70	75	80	90
34	45	4,5			55	60	65	70	80	90
38	55	5,0			60	65	70	80	90	100
42	65	5,5			7	80	90	100	110	120
46	75	6,0				90	100	110	120	130
50	85	6,5			90	110	120	130	140	150
55	100	7,0		90	100	110	120	130	140	150
60	115	8,0					120	140	150	180
65	130	8,5						140	160	180
70	145	9,0				140	160	180	210	210
75	160	10.0				160	180	200	220	230
80	175	11,0							230	260
90	210	11,0							250	310

Nosivost dvosečnog eksera $N_2 = 2\,N_1$

Odstojanja eksera su data na sl. 9 i 10



Sl. 9



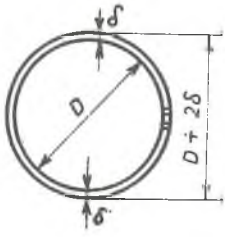
Sl. 10

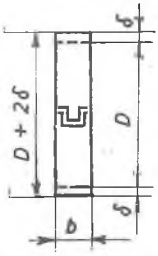
MOŽDANICI su spojno sredstvo koje se često primenjuje za nastavljanje zategnutih štapova većih dimenzija ili za obezbeđivanje sadejstva gornje i donje grede kod složene grede.

Nosivost karika sistema „Tuchscherer" po jugoslovenskim propisima (PTP-8)

Tablica 13.

№	D	δ	D + 2δ	Min mane dimenzije građe	Nosivost jednog para karika (paralelno vlaknima)						Preč. zavrinja
					četinari I klase $\sigma p = 0{,}65 \cdot 100 = 65$ kg/cm² $\tau_{\perp} = 0{,}80 \cdot 12 = 9{,}6$ kg/cm²		četin. II klase $\sigma p = 0{,}65 \cdot 90 = 58{,}50$ kg/cm² $\tau_{\parallel} = 0{,}80 \cdot 10 = 8{,}0$ kg/cm²		četin. III klase $\sigma p = 0{,}65 \cdot 65 = 42{,}25$ kg/cm² $\tau_{\parallel} = 0{,}80 \cdot 8 = 6{,}40$ kg/cm²	
	mm	mm	cm	cm	b mm	P kg	b mm	P kg	b mm	P kg	
8	80	3,5	8,70	2×3/9	20,0	1 930	17,0	1 590	20,0	1 290	1/2''
10	100	4,0	10,80	2×4/12	23,0	2 990	21,0	2 460	24,0	2 010	5/8''
12	120	5,0	13,00	2×4/14	28,0	4 340	26,0	3 620	30,0	2 900	5/8''
14	140	6,5	15,30	2×4/16	32,0	5 820	30,0	4 910	34,0	3 940	5/8''
16	160	6,5	17,30	2×5/19	38,0	7 720	34,0	6 360	38,0	5 140	5/8''
18	180	8,0	19,60	2×5/20	42,0	9 710	38,0	8 000	43,0	6 510	3/4''
20	200	8,0	21,60	2×6/23	46,0	11 960	43,0	10 050	47,0	7 940	3/4''
22	220	8,0	23,60	2×6/25	52,0	14 600	47,0	12 100	52,0	9 670	3/4''
24	240	10,0	26,00	2×7/27	56,0	17 370	52,0	14 480	58,0	11 580	3/4''
26	260	10,0	28,00	2×7/29	60,0	20 280	56,0	16 990	62,0	13 430	7/8''
28	280	12,0	30,40	2×8/32	65,0	23 640	60,0	19 660	66,0	15 330	7/8''
30	300	12,0	32,40	2×8/34	70,0	27 140	65,0	22 620	72,0	17 850	7/8''





Kod složene grede moždanici primaju i prenose horizontalnu podužnu smičuću silu.

Moždanici mogu biti drveni (obično od tvrde i suve hrastovine) i čelični (prizmatični ili prstenasti — karike).

Kod drvenih i kod čeličnih moždanika ne sme jednako podeljeni pritisak između drveta i moždanika biti veći od dopuštenog osovinskog pritiska σ_p, a pod uslovom da dužina moždanika „a" nije manja od 5-struke dubine zaseka „z" (sl. 11). Kod kosih površina uzima se umesto osovinskog pritiska, dopušteni kosi pritisak $\sigma \measuredangle$.

Drveni moždanici mogu biti: — podužni (vlakna moždanika su u pravcu sile), gde je merodavno σ_p.
— poprečni (vlakna moždanika su upravna na pravac sile), gde je merodavno $\sigma \perp$.

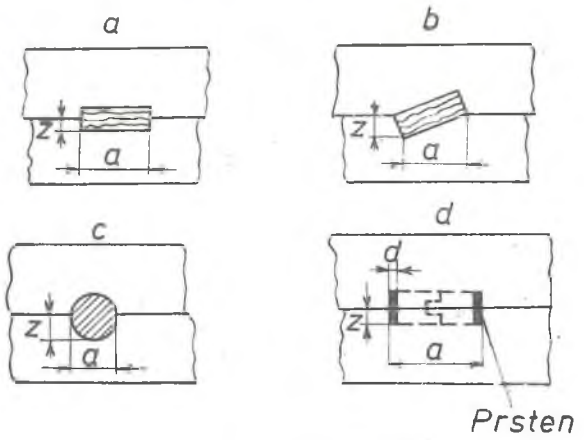
Po pravilu upotrebljavati podužne, izuzetno poprečne moždanike.

Ako je dužina moždanika „a" manja od 5 z (sl. 11) mora se dopušteni pritisak kod moždanika smanjiti. Ovo smanjivanje treba vršiti približno sa faktorima k_d koji su niže navedeni:

dužina a =	~ 0	1 z	2 z	3 z	4 z	5 z
k_d =	0,25	0,27	0,37	0,55	0,77	1,0

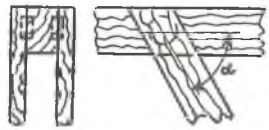
Izuzetno, ovo smanjivanje se ne sprovodi za kose i valjkaste moždanike (sl. 11 b, c).

Karika sistema „Tuchscherer" je elastičan čelični prsten sa prorezom na čep. Svaka karika, odnosno svaki par karika, obezbeđuje se konstruktivno jednim zavrtnjem. Prorez karike postavlja se upravno na pravac dejstva sile.



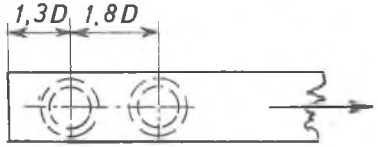
Sl. 11

Ako sila dejstvuje koso na pravac vlakna (sl. 12), smanjuju se dopušteni naponi, sa faktorima $k\alpha$ (α= ugao između pravca sile i pravca vlakana):



Sl. 12

Ugao α =	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	75^0	90^0
$k\alpha$ =	1,0	0,97	0,90	0,75	0,60	0,58	0,60



Sl. 13

Razmak karika u pravcu sile treba uzeti (sl. 13):
— od centra karike do kraja štapa 1,3D;
— od centra do centra karike . . . . . 1,8D.

Kada u redu postoje različiti prečnici (D) karika, za razmak karika merodavan je veći prečnik.

Na kraju veze karikama stavlja se konstruktivno jedan ili dva zavrtnja 1/2", shodno veličini karike.

V. PROJEKTOVANJE I KONSTRUISANJE

Pri projektovanju i konstruisanju drvenih konstrukcija treba se pridržavati svih odredaba propisa; posebno ističemo stavove propisa koji se odnose na proračun i konstruisanje nastavaka.

Sastavke elemenata treba predvideti na mestima gde je drvo što manje napregnuto.

Prilikom **nastavljanja zategnutih štapova** treba podvezice stavljati paralelno osovini štapa. Ove podvezice treba dimenzionisati za silu koja je za 50% veća od one koja se javlja u presečenom elementu.

Pri **nastavljanju pritisnutih štapova** treba njihov uzajaman položaj osigurati na tehnički ispravan način. Ukoliko ovo nije moguće, treba na tome mestu osigurati presek istim momentom inercije kao u štapu koji se nastavlja.

Pri **nastavljanju štapova napregnutih na savijanje** mora otporni momenat (W) podvezica biti jednak bar otpornom momentu štapa koji se nastavlja. Jednovremeno treba, na besprekoran način, osigurati prenošenje transverzalnih sila na mestu sastava.

U čvorovima rešetkastih sistema moraju svi štapovi biti što bolje centrički sastavljeni. Ukoliko ovom uslovu nije udovoljeno, treba vršiti proračunavanje sekundarnih napona izazvanih ekcentričnim spajanjem.

VIII
NOVO U GRAĐEVINARSTVU

SADRŽAJ

Novo u građevinarstvu

8.1. Tehnika mrežnog planiranja — — — — 461
8.2. Operativna istraživanja — — — — — 485
8.3. Klizna oplata — sistem i ekonomija građenja 511
8.4. Visokogradnja — provetravanje u stambenim zgradama — — — — — — — — — 533

8.1. TEHNIKA MREŽNOG PLANIRANJA

U SAD je razvijena 1957. god. potpuno nova metoda planiranja za potrebe projekta Polaris za istraživanje svemira. Kod toga je osnovni cilj bio da se vreme projekta svede na najmanju meru. Uporedo je za kompanije Du Pont de Nemur primenjena ista metoda i pokazala je vanredne prednosti prema dotadašnjim klasičnim metodama planiranja. Suština nove metode je ta da omogućava iznalaženje onih radova, aktivnosti, od kojih zavisi dužina roka realizacije projekta. Ti radovi su nazvani kritični radova, a njihov tok „kritični put". Sama metoda dobila je naziv „metoda kritičnog puta" (Critical Path Method). Nova tehnika se naziva tehnika mrežnog planiranja (TMP) i to zato što se konstruiše plan u vidu mreže. Uporedo sa metodom CPM razvijena je i metoda PERT (Program Evaluation and Rewiew Technique), kod koje se umesto sa determinističkim vrednostima vremena operiše sa probabilističkim.

Tehnika mrežnog planiranja obuhvata tri faze rada i to:

I faza — **Analiza strukture**

U prvoj fazi se obrađuje tehnologija izvršenja radova na nekom objektu (u TMP se primenjuje termin „projekt"), što kod klasičnih metoda nije uobi-

čajeno, te je ovo jedna od odlika TMP. Pojedini radovi (aktivnosti) predstavljaju se grafičkim putem i konstruiše se mrežni model tehnologije izvršenja u cilju sagledavanja svih radova projekta. Po pravilu ovo predstavlja timski rad, i u njemu treba da učestvuju uz neposredne izvršioce (gradilište) i stručnjaci iz direkcije (odeljenja za plan, pripremu i unapređenje proizvodnje). Cilj izrade mrežnog plana je iznalaženje optimalne „strategije", tj. načina i redosleda izvršenja nekog projekta. To znači da od mogućih tehnologija treba istraživanjem odabrati onu koja je optimalna. Nakon toga se prelazi na sledeću fazu.

II faza — **Analiza vremena**

U ovoj fazi se mrežnom planu daje vremenska dimenzija. Prethodno je potrebno da se za svaku aktivnost utvrdi potrebno vreme izvršenja. Pri tome se uzimaju u obzir normalni uslovi izvršenja i dobija se odgovarajuće normalno vreme. Ono podrazumeva rad u jednoj (ili u više) smena, i uobičajenu tehnologiju sa odgovarajućim radnim frontom, kao i izbor optimalne metode i optimalnih sredstava za rad. Posle toga prelazi se na proračun trajanja projekta, kao i na utvrđivanje vremenskih rezervi između pojedinih aktivnosti. One aktivnosti koje neposredno slede jedna za drugom bez ikakvih vremenskih rezervi sačinjavaju tzv. „kritični put" koji predstavlja merodavno vreme potrebno za realizaciju projekta. Ako želimo da skratimo vreme izvršenja ima smisla da skraćujemo vreme trajanja jedino onih aktivnosti koje su na kritičnom putu, tj. kritičnih aktivnosti.

III faza — **Analiza odnosa troškovi-vreme (Optimalizacija troškova)**

U ovoj fazi se proučava odnos troškova u funkciji vremena. Ona daje pravi smisao TMP i predstavlja

suštinu stvari. Postupak se vrši po koracima, postupnim približavanjem. Mogu se postaviti dva cilja:

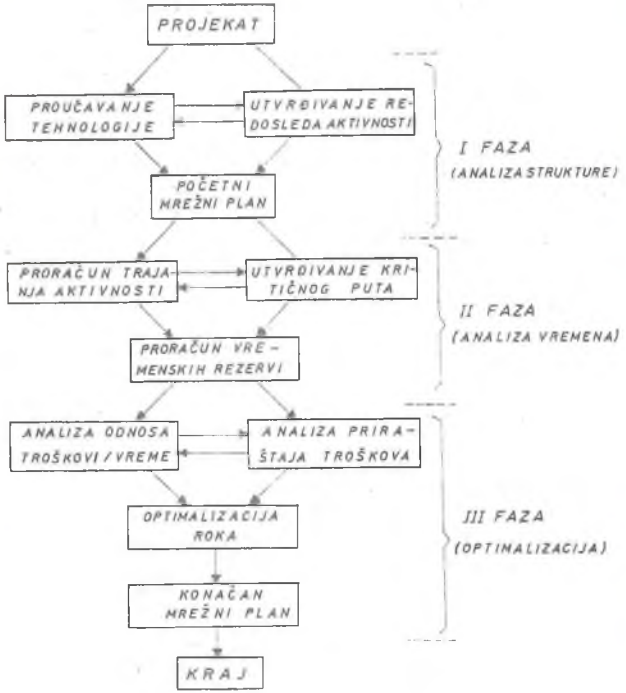
— ili da se projekat izvede za najkraće moguće vreme uz najmanje povećanje troškova (što je praksa u SAD gde vreme igra veoma važnu ulogu), ili
— da se projekat izvede uz minimalne troškove (minimalizacija troškova).

Postupak rada III faze može kod manjih programa da se vrši i ručnim putem. U tu svrhu postoji poseban postupak prema Fondalu (Fondhal) (1). Inače sama tehnika TMP konstruisana je za rad sa kompjutorima, jer predstavlja čisto računski postupak nakon pripremne faze (I faza).

Redosled rada na TMP je sledeći:

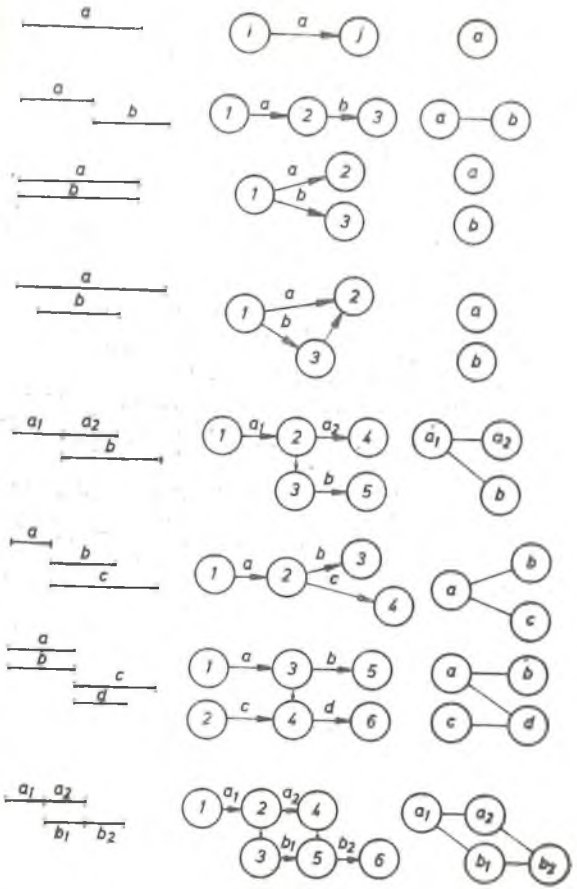
— Projekat treba rastaviti na njegove sastavne delove, aktivnosti, i treba sastaviti njihov spisak. Pri tome treba ići logičnim redom onako, kako će se one u stvarnosti odvijati. Ovde treba utvrditi sledeće:
— koje sve aktivnosti mogu početi neposredno posle posmatrane aktivnosti,
— koje aktivnosti mogu da se odvijaju uporedo sa posmatranom aktivnosti, i
— koje aktivnosti moraju prethodno da budu završene. Uz ovo treba ispitati i
— može li se neka od posmatranih aktivnosti podeliti u dve ili više pojedinačnih aktivnosti.
— Nakon izrade spiska aktivnosti i utvrđivanja njihove međusobne zavisnosti (potrebna aktivnost, uporedna aktivnost) prelazi se na konstruisanje mrežnog plana (dijagrama), koji može da se predstavi na dva načina: ili pomoću strelica (arow diagram) ili pomoću krugova (circle diagram). Ovde postoje osnovna pravila čija je interpretacija predstavljena i gra-

Na sl. 1 daje se dijagram toka tehnike mrežnog planiranja sa podelom algovitma po fazama.



DIJAGRAM TOKA TEHNIKE MREŽNOG PLANIRANJA

Sl. 1.



Sl. 2.

fički, i to uporedo sa strelicama (levo) i sa krugovima (desno). Pravila su sledeća; vidi sl. 2.

— Svaka aktivnost mora otpočeti i završiti sa događajem. Pri grafičkoj predstavi sa strelicama aktivnost se prikazuje sa dva kruga vezana strelicom. Levi krug predstavlja događaj — početak rada, a desni krug događaj — završetak rada, vidi sl. 2.

— Ako neka aktivnost mora biti završena pre nego što može da se otpočne sledeća aktivnost, onda te dve aktivnosti moraju biti predstavljene kao niz aktivnosti.

— Ako više aktivnosti treba da počnu odnosno da se završe da bi sledeća aktivnost mogla otpočeti, moraju biti vezane za kraj prethodne, odnosno početak naredne aktivnosti.

— Ako dve aktivnosti moraju početi ili završiti uvode se tzv. prividne aktivnosti. Ove otpadaju pri predstavljanju pomoću krugova umesto strelica,

— Ako neka aktivnost može da otpočne posle delimičnog završetka prethodne aktivnosti, onda se ova može podeliti na delimične aktivnosti. Ovo je tipičan slučaj kod izduženih objekata (npr. kod potpornih zidova koji se dele na kampade, kao i kod višespratnih zgrada).

— Sledeći rad je obeležavanje aktivnosti u mrežnom planu. Način obeležavanja može biti izvršen numerisanjem različitim postupcima, kako je to prikazano na sl. 4. i 5. Pri tome je nužno da se vrši logičan redosled u smislu toka mreže, obično sa leva na desno, i odozgo na dole. Da bi se uveo sistem i red, u praksi se primenjuje kvadratna mreža za izradu mrežnih planova i nastoji se da bude što manje vertikalnih kolona (sekvenca), a numerisanje se vrši striktno odozgo na dole po koloni, i s leva na desno. Da bi se ovo potpuna objasnilo daje se jedan

elementaran primer sa celim postupkom rada oko analize struktura i izrade mreže, i to uporedo za način prikazivanja sa strelicama i sa krugovima, sl. 4. i 5.

Mrežni plan može da se crta i prostom rukom i ne zahteva nikakvu razmeru, u čemu i leži njegova prednost. Važno je da on bude pregledan da bi mogle da se otkriju greške usled nelogičnog unošenja pojedinih aktivnosti i netačnog numerisanja. Bolje je primeniti raster-mrežu, jer se dobija brzina i preglednost. Prva mreža je ujedno prva aproksimacija tehnološke šeme koju predstavlja mrežni plan i obično se vrši poboljšavanje posle provedene analize. Svrha je da se poboljša strategija, a to je moguće ostvariti jedino timskim radom.

— Sledeći korak je rad na II fazi. Prvo se vrši proračun trajanja za svaku aktivnost ponaosob. Ovde mogu da služe i norme, bilo iskustvene ili Privremene GN. Vreme se utvrđuje u vremenskim jedinicama, obično radnim danima (ili smenama). Proračun vremena u mrežnom planu može da se vrši na više načina: pomoću postupka tzv. „napred — natrag" u samom planu, pomoću matrica i pomoću tablice. Ovaj poslednji način je prilagođen radu sa kompjutorima, i jedino on daje uvid u veličinu i vrstu vremenskih rezervi. Pri tome se uvode sledeći pojmovi:

— *puna vremenska rezerva* je vreme koje odgovara slučaju kada se susedne aktivnosti nalaze u najpovoljnijem položaju,

— *slobodna vremenska rezerva* predstavlja onu vrednost vremena za koju se može odložiti izvršenje neke aktivnosti bez posledica po druge aktivnosti. Da bi se to bolje objasnilo daje se grafička predstava i uvode se sledeći termini:

— najraniji početak izvršenja neke aktivnosti (ES) (erlier start),

— najkasniji početak neke aktivnosti (LS) (last start)

— najraniji završetak (EF) (earlier finish), i

— najkasniji završetak (LF) (last finish).

Način označavanja usvojen je prema američkoj praksi, tj. prema originalu. Kod nas je u primeni način obeležavanja (i, j), tj. onaj predodređen za mrežne palanove sa strelicama, koji su prevaziđeni od novijeg načina prikazivanja pomoću krugova. Veza ovog načina je sledeća:

$$ES = ti(^0), \quad EF = tj(^0)$$

$$LS = ti(^1), \quad LF = tj(^1)$$

Pri ovome važe sledeći odnosi:

$$ES = LEF\ (PA) \tag{1}$$

Najraniji početak neke aktivnosti jednak je najkasnijem od svih najranijih završetaka prethodnih aktivnosti.

$$EF = ES + t_n \tag{2}$$

Najranija završetak neke aktivnosti jednak je zbiru vremena najranijeg početka i vremena trajanja te aktivnosti.

$$LF = ELS\ (NA) \tag{3}$$

Najkasniji završetak neke aktivnosti jednak je najranijem od svih najkasnijih početaka narednih aktivnosti.

$$LS = LF - t_n \tag{4}$$

Najkasniji početak neke aktivnosti dobija se kada se od najkasnijeg završetka odbije vreme trajanja te aktivnosti.

$$T_u = LS - ES = LF - EF \tag{5}$$

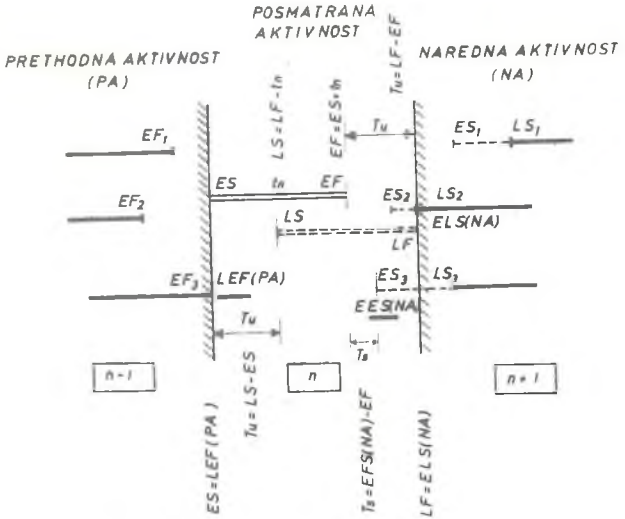
Ukupna vremenska rezerva (T_u) dobija se kada se od vremena najkasnijeg početka odbije vreme najranijeg početka.

$$T_s = EFS(NA) - EF \tag{6}$$

Slobodna vremenska rezerva dobija se kada se od najranijeg od svih najranijih početaka narednih aktivnosti odbije vreme najranijeg završetka te aktivnosti.

Svi proračuni se odnose na posmatranu aktivnost (n), što je prikazano na sl. 3. Postupak proračuna vremenskih rezervi kod faze II vrši se primenom navedenih obrazaca (1) do (6) i proračun se vrši navedenim redom, kako je to pokazano na primeru u tablici 2.

Da bi se tehnika rada bolje objasnila daje se jedan elementaran primer na kome je detaljno prikazan ceo tok rada na I i II fazi tehnike mrežnog planiranja. Potrebno je naglasiti da je rad na TMP timski rad, tj. da na njemu treba da uz neposredne izvođače učestvuju i stručnjaci specijalisti. Uz vanredno poznavanje metoda rada i tehnologije potrebno je detaljno poznavanje proračuna vremena i ekonomskih odnosa, da bi se mogao dobiti optimalan rezultat, kako u tehničko-tehnološkom pogledu tako i u ekonomskom pogledu. Posebno, rad na III fazi TMP zahteva stručnjake specijaliste, ali zato za uloženi trud može da pruži i vanredne povoljnosti.



Sl. 3. Šema odnosa i proračuna TMP

Legenda:

ES	najraniji početak
LS	najkasniji početak
EF	najraniji završetak
LF	najkasniji završetak
LEF(PA)	najkasniji od svih najranijih završetaka (*PA*)
ELS(NA)	najraniji od svih najkasnijih početaka (*NA*)
EES(NA)	najraniji od svih najranijih početaka (*NA*)
T_u	ukupna (*PANA*) rezerva vremena
T_s	slobodna rezerva vremena

Primer 1.

Treba izraditi temelj stuba za most. Ukupan broj aktivnosti je devet a podaci o njima dati su u tablici 1. Traži se merodavno vreme završetka temelja metodom kritičnog puta.

Tablica odnosa u mreži

Tablica 1

				odnos u mreži		
№	*i—j*	Aktivnost	*ti*	*PA*	*NA*	*UA*
1	1—2	Iskop zemlje	2	—	2,3	7
2	2—3	Izrada oplate	3	1	4	3,7
3	2—4	Izrada armature	2	1	6	2,7
4	3—5	Montaža oplate	2	2	5	7
5	5—6	Montaža armature	1	3	8	6,7
6	4—6	Kontrola oplate i armature	1	4	8	5,7
7	1—6	Doprema materijala	5	—	8	5,6
8	6—7	Betoniranje	3	5,6,7	8	—
9	7—8	Skidanje oplate	5	8	—	—

Polazimo od proučavanja tehnologije i razlažemo projekat na sastavne delove, tj. aktivnosti (u ovom slučaju njihov broj iznosi devet). Zatim prelazimo na proučavanje strukture pošto se u ovom slučaju radi o veoma jednostavnom poslu ispitujemo samo odnose u mreži. To vršimo na taj način što za svaku aktivnost (koja je u tom slučaju posmatrana aktivnost) utvrđujemo koje su aktivnosti u odnosu na nju prethodne, koje su naredne, a koje od njih mogu da se izvode istovremeno (tj. koje su uporedne aktivnosti). To sve unosimo u desni deo tablice 1, i to predstavlja bazu za konstruisanje mrežnog plana.

Prelazimo na sledeći korak — na konstrukciju mrežnog plana. Poslužićemo se kvadratnom raster-

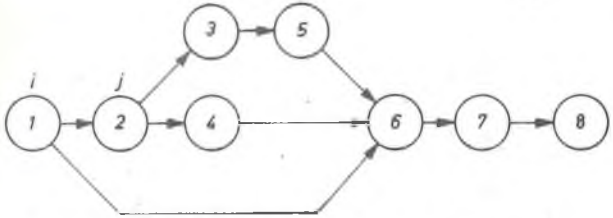
mrežom da bi odmah dobili uredan i pregledan mrežni plan, iako se on može crtati i slobodnom rukom. Daju se alternativna rešenja mrežnih planova sa strelicama (arrow diagram) sl. 4. i sa krugovima (circle diagram) sl. 5. Na levom delu tablice 1 date su oznake (numerisanja) aktivnosti (№) za mrežni plan sa krugovima i (i — j) za mrežni plan sa strelicama. Počinjemo sa aktivnosti (1): naredne aktivnosti su (2) i (3), a uporedna aktivnost je (7). Kod mreže sa strelicama imamo da je prva aktivnost (1,2), a da za njom slede aktivnosti (2,3) i (2,4), dok je uporedna aktivnost (1,6). Sada prelazimo na sledeću sekvencu (tj. na sledeći korak): za aktivnost (2) prethodna aktivnost je (1), dok je naredna aktivnost (4). Uporedne aktivnosti su (3) i (7). Za aktivnost (4) u sledećem koraku naredna aktivnost je (5), dok je za aktivnost (3) naredna aktivnost (6), a uporedne aktivnosti su za nju aktivnosti (2) i (7). U sledećem koraku imamo da je aktivnost (8) naredna aktivnost za grupu aktivnosti i to za (5), (6) i (7). Za njom sleduje kao završna aktivnost (9). Na isti način postupamo i sa mrežnim planom sa strelicama.

Posle završetka I faze prelazimo na drugu fazu. Vreme trajanja pojedinih aktivnosti je dato u tablici 1 sa (t_i). Ono se određuje bilo na bazi Privremenih tehničkih normi (ukoliko rad odgovara onom koji je predviđen normama), ili na bazi iskustvenih normi. Pri tome se podrazumeva da je tehnološki proces dobro rešen (tj. da je optimalan), kao i da je front rada poštovan.

Prvo ćemo proračun obaviti postupkom računanja napred — natrag, vidi sl. 6. Redosled računanja je sledeći:

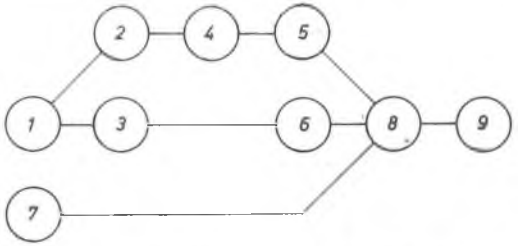
— Polazimo od prve aktivnosti (1): njeno trajanje je dva dana, te je prema tome i najraniji završetak (*EF*) jednak 2, što je i uneto u levu četvrtinu kruga. I aktivnost (7) je početna aktivnost a njeno trajanje je pet dana: dakle za nju unosimo vrednost (*EF*) pet. Naredne aktivnosti su (2) i (3). Njihov najraniji

MREŽNI PLAN SA STRELICAMA



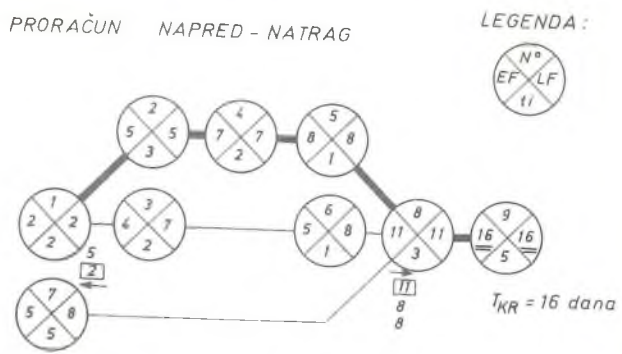
Sl. 4. — Oznake sa strelicom (Arrow diagram)

MREŽNI PLAN SA AKTIVNOSTIMA



Sl. 5. — Oznake sa krugovima (Circle diagram)

završetak izračunavamo prema obrascu (1): najraniji početak tih aktivnosti jednak je najranijem završetku prethodne aktivnosti, tj. u ovom slučaju 2. Najraniji završetak dobija se iz obrasca (2), kada tako izračunatom najranijem početku dodamo trajanje aktivnosti (2) i (3), dakle imamo



Sl. 6.

$$EF\,(2)=2+3=5$$
$$EF\,(3)=2+2=4$$

Na taj način izračunavamo (*EF*) za aktivnosti (4), (5) i (6). Kad smo došli do aktivnosti (8) moramo da uzmemo u obzir vrednost (*LEF*) *PA*, tj. najveću vrednost najranijih završetaka prethodnih aktivnosti, tj. najkasniji završetak. Te vrednosti su za aktivnost (5) osam dana, za aktivnosti (6) i (7) pet dana. Najveća vrednost je 8 i nju unosimo sabrano sa trajanjem aktivnosti (8) tri dana, što iznosi 11 dana. Tu računicu i upisujemo pored kruga aktivnosti (8) i najveću vrednost, 11, uokvirujemo. Na kraju dolazimo do poslednje aktivnosti za koju je (*EF*) jednak 16 dana. Kako je to kraj projekta, to je vrednost najranijeg i najkasnijeg završetka ista, te je prema tome i (*LF*) jednako 16, što unosimo na desnu stranu kruga.

Sada prelazimo na proračun — „natrag". Primenjujemo obrazac (4), tj. prvo izračunavamo najraniji početak osmatrane aktivnosti tako da od vrednosti (*LF*) odbijemo njeno trajanje. Zatim izračunavamo (*LF*) za prethodne aktivnosti pomoću obrasca (3). Od krajnje aktivnosti (9) od vrednosti za (*LF*) koja iznosi 16 odbijemo njeno trajanje 5, i imamo za aktivnost (8) da je (*LF*) jednako 11. Kako su sada prethodne aktivnosti (5), (6) i (7), to će za sve njih biti ista vrednost (*LF*) i to $11-3=8$, što i unosimo u desne strane krugova. Tako postupamo sve do aktivnosti (1), koja je prethodna aktivnost za aktivnosti (2) i (3). Sada moramo da primenimo striktno obrazac (3), tj. da uzmemo u obzir manju odnosno najmanju, vrednost (*ELS*) *NA*. U ovom slučaju imamo sledeće vrednosti:

za aktivnost (2) $5-3=2$
za aktivnost (3) $7-2=5$ $min.=2.$

Utvrđivanje kritičnog puta vršimo na taj način što uočimo sve aktivnosti kod kojih su vrednosti $EF=LF$ i povežemo ih debljom linijom. Aktivnosti na kritičnom putu nemaju nikakvu vremensku rezervu, tj. one se neposredno nastavljaju jedna za drugom, i one su odlučujuće za rok izvršenja projekta.

Proračun pomoću tablice može da se vrši i bez crtanja mrežnog plana i on odgovara proračunu sa kompjutorom. Ovde je od primarne važnosti odnos u mreži, i postupak proračuna se vrši primenom obrasca (1) do (4). Proračun vremenskih rezervi vrši se po obrascima (5) i (6), vidi tablicu 2.

Prvo se proračunavaju vrednosti (*ES*) i (*EF*), i to odozgo nadole. Taj deo proračuna potpuno je istovetan sa proračunom „napred". Za (*ES*) imamo da je $=LEF\,(PA)$. Gde god imamo u koloni za (*PA*) samo po jednu vrednost unosimo da je $ES=EF\,(PA)$, pošto nema izbora, tj. ne treba da tražimo najkasniji od svih najranijih završetaka prethodnih aktivnosti. Tek kada

Mrežni plan

Tablica 2

Nº	Ti	Odnos u mreži		Početak		Završetak		Rezerva			Krit. put	Krit. vreme
		PA	NA	ES	LS	EF	LF	Tu	Ts			
1	2	—	2,3	0	0	2	2	0	0		×	2
2	3	1	4	2	2	5	5	0	0		×	3
3	2	1	6	2	↑5	4	↑7	3	0			
4		2	5	5	5	7	7	0	0		×	2
5	1	4	8	7	7	8	8	0	0		×	1
6	1	3	8	4	7	5	8	3	3			
7	5	—	8	↓0	3	↓5	8	3	3			
8	3	5,6,7	9	8	8	11	11	0	0		×	3
9	5	8	—	11	11	16	16	0	0		×	5

Postupak:

	LEF	LF—	ES+	ELS	LF-EF	EES (NA)
	(PA)	tn	tn	(NA)	LS-ES	-EF
Redosled:	1	4	2	3	5	6

Tkr=16

Proračun pomoću tablice

smo došli do aktivnosti (8) moramo da tražimo najveću vrednost $LEF\,(PA)$, a to su vrednosti 8—5—5, dakle najveća je 8, i nju unosimo u koloni (ES). Kod toga uvek određujemo vrednost $EF=ES+t_n$.

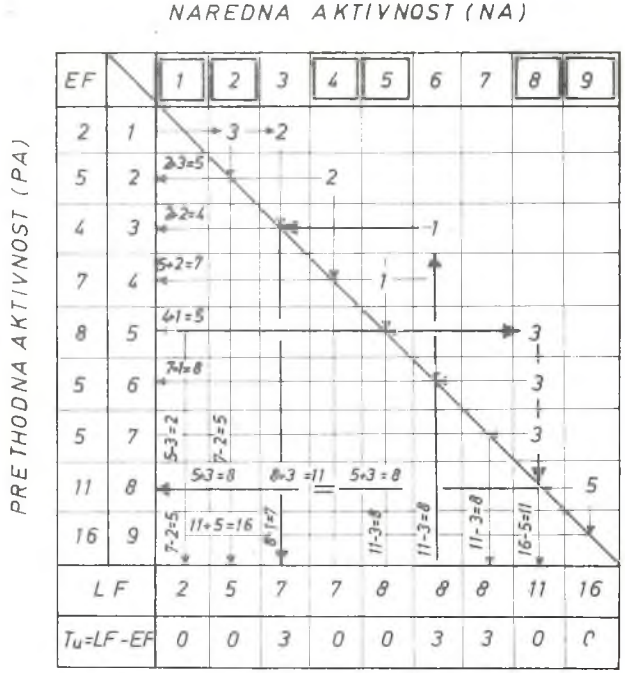
Kada smo došli do kraja, izjednačujemo vrednosti $EF=LF$ za zadnju aktivnost, i prelazimo na proračun kolona (LF) i (LS), idući odozdo na gore. Postupak proračuna opet je potpuno istovetan kao ranije, samo sa proračunom „natrag". Iamo da je za $LF=ELS\,(NA)$. Gde god u koloni (NA) imamo samo jednu vrednost unosimo da je $LF=LS\,(NA)$, jer nema izbora od većeg broja vrednosti. Tek kod aktivnosti (1) imamo da biramo između vrednosti (2, 5) i unosimo manju vrednost, tj. raniju, 2.

Proračun vremenskih rezervi vršimo bilo odozgo na dole ili odozdo na gore. Gde god imamo jednake vrednosti $ES=LS$, odnosno $EF=LF$ na tim mestima je $T_u=\phi$ i te aktivnosti su kritične aktivnosti, tj. bez ikakve rezerve u vremenu. U tim redovima unosimo (x), kao i trajanje aktivnosti (t_i). Zbir svih vremena kritične aktivnosti daje kritično vreme projekta, u ovom slučaju $T_{kr}=16$ dana.

Postupak prema trećem načinu proračuna, tj. pomoću matrice (prema Fondalu) vrši se na sledeći način; vidi sl. 7:

— Prvo popunimo matricu na taj način što za prethodne aktivnosti unesemo vrednosti trajanja narednih aktivnosti na odgovarajuća polja matrice. Npr. za aktivnost (1) naredne aktivnosti su (2) i (3) sa trajanjima 3 i 2 dana. Za aktivnost (2) naredna aktivnost je (4) sa trajanjem 2 dana itd. Kada je cela matrica popunjena, pri čemu uvek najmanje jedna aktivnost mora da je naredna, prelazimo na proračun vrednosti najranijih završetaka.

— Za početne aktivnosti (1) i (7) odmah možemo da unesemo vrednosti (EF), koje su jednake trajanju tih aktivnosti, tj. 2, odnosno 5 dana. Za aktivnost (2) imamo da je $EF=2+3=5$. Tc



PRORAČUN POMOĆU MATRICE

$$EF = ES + tn = LEF(PA) + tn$$

$$LF = ELS(NA) = \min [\, LF(NA) - tn \,]$$

Sl. 7.

smo odredili na taj način što smo pošli od *EF* aktivnosti (1) i sabrali sa trajanjem aktivnosti (2) i uneli preko dijagonale matrice u kolonu (*EF*) u redu aktivnosti (2). Na isti način dobijamo za aktivnost (3) da je $EF = 2+2 = 4$. Tako idemo redom dalje sve do aktivnosti (8), gde dobijamo veći broj vrednosti:

1. dolazimo sa *EF* (5) = 8 sabirano sa trajanjem 3 = 11
2. dolazimo sa *EF* (6) = 5 sabirano sa trajanjem 3 = 8
3. dolazimo sa *EF* (7) = 5 sabirano sa trajanjem 3 = 8

maksimum (11, 8, 8) je 11 dana, i tu vrednost unosimo za *EF* (8).

— Taj proračun potpuno je istovetan sa tzv. proračunom „napred", i kada smo odredili vrednost za (*EF*) poslednje aktivnosti, tu vrednost unosimo u red za vrednosti (*LF*) za narednu aktivnost (9), tj. vrednost od 16 dana.

— Sada prelazimo na proračun vrednosti (*LF*) za ostale aktivnosti, što potpuno odgovara proračunu „natrag". Proračun vršimo tako što od vrednosti (*LF*) naredne aktivnosti odbijamo trajanje te aktivnosti. Npr. za aktivnost (8) vrednost $LF = 16-5 = 11$. To smo dobili na taj način što smo od vrednosti *LF* (9) = 16 išli naviše do prvog trajanja od 5 dana, koje odgovara aktivnosti (9) u čijoj koloni je i uneto, pa smo zatim odbili tu vrednost od 16, išli u smeru aktivnosti (8) u redu, i zatim u preseku sa dijagonalom matrice uneli upravo nadole tu novu vrednost (16−5 = 11), kao *LF* (8). Tako idemo redom dalje sve do aktivnosti (1), kod koje imamo više vrednosti u jednom redu (3, 2). Do vrednosti (*LF*) za aktivnost (1) možemo doći na dva načina:

1. dolazimo kada od *LF* (3) = 7 odbijemo trajanje te aktivnosti od 2 dana, što daje vrednost 5, i

2. dolazimo od $LF(2)=5$ kada odbijemo trajanje od 3 dana što daje vrednost 2. Kako je potrebno da usvojimo min. (5, 2) što je 2, to tu vrednost i unosimo za aktivnost (1).

— Na kraju preostaje da se proračunaju vrednosti ukupne rezerve vremena. To se vrši prema obrascu (5), odnosno u ovom slučaju na taj način, što ćemo od korenspondentnih vrednosti (LF) odbiti vrednosti (EF):

za aktivnost (9) ... $16-16=0$

za aktivnost (8) ... $11-11=0$

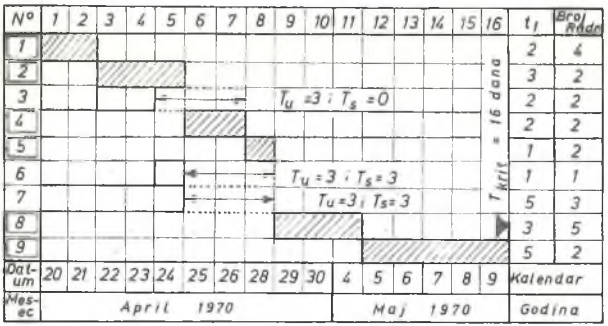
za aktivnost (7) ... $8-5=3$, itd.

Na onim mestima gde je $LF-EF=O$ imamo da su to krtičke aktivnosti, i njihovim povezivanjem dobijamo kritički put: 1—2—4—5—8—9, sa $T_r=16$.

Veza tehnike mrežnog planiranja i gantograma

Kada smo izvršili proračun pomoću tablice možemo da utvrdimo datiranje, tj. utvrđivanje početka i završetka svake aktivnosti vezano sa datumom. To je prikazano na sl. 8. Polazimo sa vremenom (ϕ) i unosimo vrednost (ES), (EF), (LS) i (LF), kao i vrednosti za T_u i T_s. Vezivanje sa datumima vrši se tako da se korenspodentno sa vremenom (t) unose kalendarski, odnosno radni dani (izostavivši nedelje, praznike i druge neradne dane zbog kiše, mraza i dr.).

Kritične aktivnosti posebno obeležavamo (šrafiranjem ili bojom). Kada smo izradili gatogram izvršenja radova (dinamički plan), možemo da obavimo i planiranje resursa (dinamičke planove radne snage, mehanizacije i materijala).



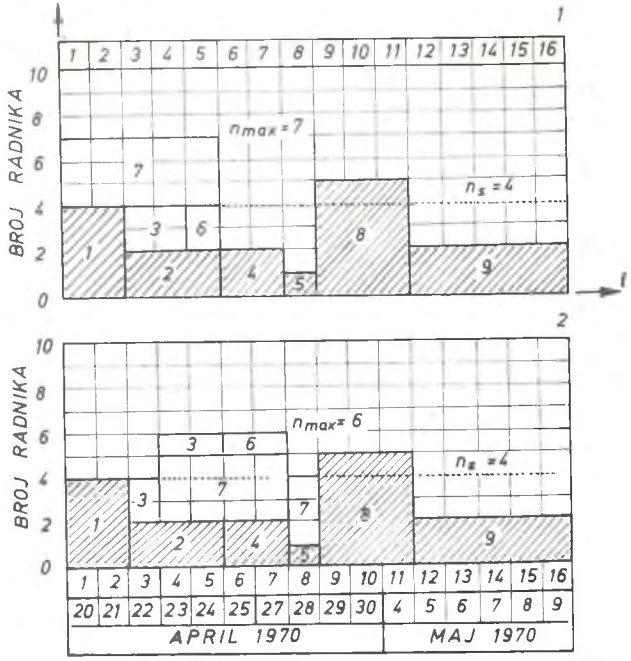
Paralelni dinamički plan — gantogram — izvršenja radova

kritične aktivnosti

nekritične aktivnosti

Sl. 8.

U pogodnoj razmeri konstruišemo dijagram sa brojem radnika (n) na ordinati i trajanjem (t) na apscisi. Da bi mogli da izvršimo ujednačenje potreba, tzv. izglađivanje, možemo da izradimo paralelni dinamički plan (gantogram) potreba za slučaj najranijeg položaja aktivnosti, tj. najranijih početaka, kao i za slučaj najkasnijeg položaja, tj. najkasnijih početaka. U granicama raspoloživih vremenskih zazora (po pravilu samo slobodnih) vršimo pomeranje nekritičnih aktivnosti. Kritične aktivnosti su bez vremenske rezerve i njihov položaj je fiksan. Na isti način postupili bi i kod planiranja materijala i mehanizacije.



Paralelni dinamički plan — gantogram — radne snage (resursa)

1. Najraniji položaj aktivnosti — $n_{max}=7$; $p_1=7/4=1.75$
2. Najkasniji položaj aktivnosti — $n_{max}=6$; $p_2=6/4=1.50$

(Ujednačenje potreba)

kritične aktivnosti

nekritične aktivnosti

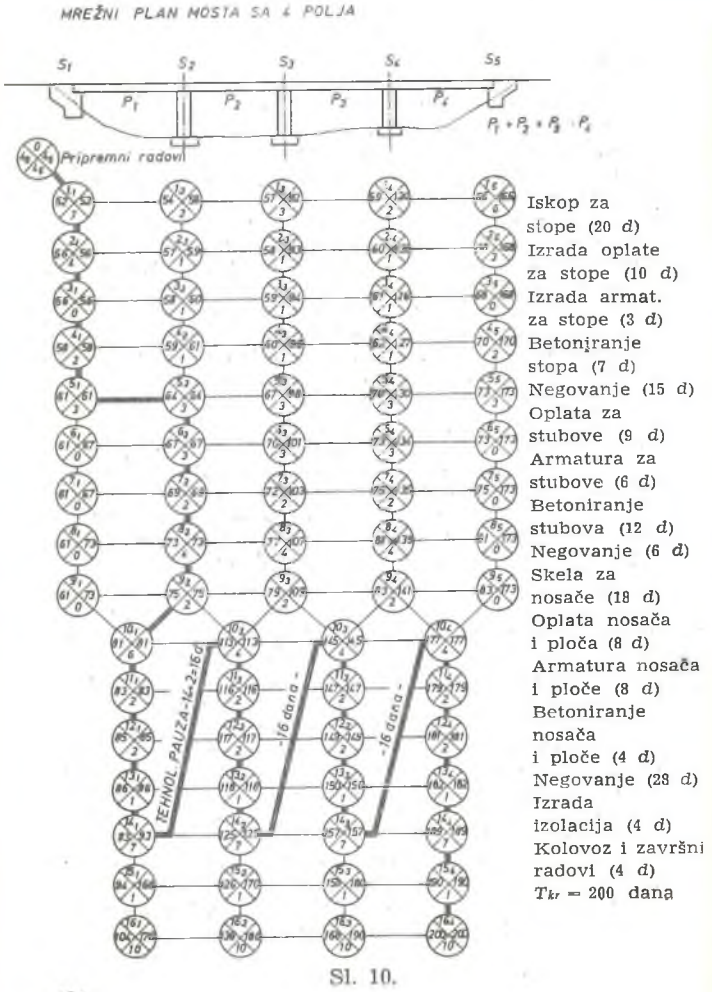
Sl. 9.

Primer 2.

Za most sa četiri jednaka polja treba izraditi mrežni plan. Pri tome su utvrđene vrednosti trajanja pojedinih aktivnosti. Kako se radi o većem broju istih, ili približno istih delova objekata, kao što su stope, stubovi, nosači, to je proračunato ukupno vreme za pojedine vrste posla, aktivnosti. Zahteva se da se ista skela i oplata za mostovske nosače koristi za sva četiri raspona radi smanjenja troškova. Na sl. 10 prikazan je gotov mrežni plan sa provedenim proračunom napred — natrag. Ukupno vreme izvršenja u ovom slučaju iznosi 200 radnih dana.

Potrebno je napomenuti da se kod objekata gde se iste vrste radova ponavljaju mnogo puta, kao što je to kod solitera, fabričkih hala i na putevima, pogodnije može koristiti tzv. ciklogramsko planiranje, jer se kod takvih objekata mogu primeniti i savremene metode proizvodnje, kao što je taktni sistem (inverzija lančane proizvodnje). Ovaj primer mosta može se smatrati kao graničan slučaj primene mrežnog planiranja kod ove vrste objekata, jer bi kod većeg broja polja rad i proračun bili dosta zanemareni.

Na kraju treba naglasiti da primena tehnike mrežnog planiranja pruža u oblasti građevinarstva vanredne mogućnosti. Kod toga ne treba zaboraviti da sama tehnika ne može da pruži nikakav efekat ukoliko se i organizaciona struktura njoj ne prilagodi. Ona zahteva određeni viši nivo rukovođenja i disciplinu u radu na svim nivoima. Za mrežne planove malog obima, do oko 200 aktivnosti, za naše uslove je još uvek ekonomičnija primena ručnog postupka od primene računara. Međutim, moguće je veće mreže podeliti u manje i zatim ih povezati. Kod kompleksnih poslova, kao što su kombinati, industrijski i energetski objekti i drugo, primena računara je nenadoknadiva i dragocena, jer se tokom rada može vršiti potrebno preračunavanje, veoma brzo i lako, što kod ručnog postupka praktično nije moguće.



Iskop za stope (20 *d*)
Izrada oplate za stope (10 *d*)
Izrada armat. za stope (3 *d*)
Betoniranje stopa (7 *d*)
Negovanje (15 *d*)
Oplata za stubove (9 *d*)
Armatura za stubove (6 *d*)
Betoniranje stubova (12 *d*)
Negovanje (6 *d*)
Skela za nosače (18 *d*)
Oplata nosača i ploča (8 *d*)
Armatura nosača i ploče (8 *d*)
Betoniranje nosača i ploče (4 *d*)
Negovanje (28 *d*)
Izrada izolacija (4 *d*)
Kolovoz i završni radovi (4 *d*)
T_{kr} = 200 dana

Sl. 10.

8.2. OPERATIVNA ISTRAŽIVANJA

8.2.1. Uvod

Operativna istraživanja su skup metoda kojima se vrši analiza uzajamnih veza između tehničkih i psiholoških faktora sa ciljem da se pripremi odluka koju treba preduzeti da bi se omogućilo postizanje racionalnih rešenja najveće moguće efikasnosti. Ona ne predstavljaju sama za sebe nauku, nego je to naučna metoda prilaženja fenomenima organizacije. Racionalan čovek se više ne zadovoljava intuicijom ili kvantitativnim ocenama. Da bi mogao da donese neku odluku, on treba da zna stvarne ili verovatne događaje pri čemu se služi aparatom matematičke statistike i teorije verovatnoće. Zato se operativna istraživanja često nazivaju naukom o pripremanju odluke.

Oblast operativnih istraživanja razvila se tokom II svetskog rata u SAD i u Engleskoj, i to specijalno za potrebe armija tih zemalja. Od 1950. god. naglo je proširena njihova primena i u privredi. Danas je ta oblast naučna disciplina sa potpuno formiranim specifičnim metodama, tehnikom i svojom oblasti primene.

Osnovni problemi koji se mogu rešavati metodama operativnih istraživanja su ovi:

— optimalizacija proizvodnih programa,
— optimalizacija rasporeda proizvodnih kapaciteta,
— minimalizacija otpadaka materijala,
— proučavanje sistema ljudi-mašine u cilju optimalizacije korišćenja kapaciteta, maksimalne dobiti i dr.

U svojoj suštini operativna istraživanja su studije koje proučavaju kompleksne sisteme sastavljene od ljudi i mašina, sa svim uzajamno povezanim komponentama, kao i cele organizacije. Kod toga je interesantno da svaka od komponenata može da ima svoje specifičnosti i posebne interese, što može da dovede do uzajamnog sukobljavanja.

Pri proučavanju i iznalaženju optimalnih rešenja treba prethodno da budu ispunjeni ovi preduslovi:

1. Optimalno rešenje koje se očekuje treba da je dugoročno, tj. ne treba da zadovoljava samo trenutne interese.
2. Optimalno rešenje treba da služi postizanju određenog cilja, a ne da je samo sebi svrha.
3. Kod postavljanja cilja treba izabrati kvantitativno merilo (kriterij), kako bi se moglo oceniti u kojo meri je postavljeni cilj ostvaren.

Jedan od osnovnih principa operativnih istraživanja kao naučne discipline je to da je rad zbog svoje kompleksnosti timskog karaktera. Kompleksno sagledavanje ekonomsko organizaciono-tehničkog problema moguće je jedino pomoću tima stručnjaka (inženjera, ekonomista, matematičara, stručnjaka i dr.).

8.2.1.1. Tehnika rada

Predmet rada operativnih istraživanja (projekt) obuhvata formulisanje i rešavanje problema neke organizacije u cilju dobijanja potrebnog rešenja. Prema Čerčmenu (Churchman) tu su sledeće faze rada:

— formulisanje problema,
— konstruisanje modela koji treba da predstavlja problem, odnosno proučavani sistem (ljudi — mašine),
— iznalaženje rešenja na bazi modela,
— testiranje modela i dobijenog rešenja,
— uspostavljanje kontrole rešenja, i
— primena rešenja u praksi.

8.2.1.2. Formulisanje problema

U fazi koja obuhvata formulisanje problema nužno je da postoji donosilac odluke. Donošenjem odluke treba jasno izraziti šta se želi, kao npr. da se poboljša neko postojeće stanje i da se dobije novo, različito od postojećeg, pri čemu to novo stanje treba da je bolje (racionalnije, ekonomičnije). Dakle, cilj treba da bude jasno definisan. Sledeća komponenta uz donosioca odluke i postavljeni cilj su potrebna sredstva (sistem). Da bi se neki problem uopšte mogao rešavati treba da postoje bar dva moguća pravca akcije. Znači da treba da postoje i alternativni pravci mogućih akcija.

Formulisanju problema treba da prethodi detaljno proučavanje njegovih komponenata. Rad „tima" otpočinje upoznavanjem „sistema". U širem smislu sistem sačinjavaju radni kolektiv, organi upravljanja, sredstva za rad i potreban kapital, društvo i društveni organi, kao i potrošači i konkurencija. Dok prve četiri komponente predstavljaju privrednu organizaciju (preduzeće), dotle su ostale tri tzv. spoljni faktori. Donosilac odluke je po pravilu organ upravljanja. Posle upoznavanja sistema tim prelazi na formulisanje problema. Dobro formulisan problem je preduslov za dobijanje dobrog rešenja. Formulaciju problema treba da obave zajednički donosilac odluke sa timom.

Pre postavljanja cilja treba prethodno utvrditi koji su uzroci stanja koje se želi popraviti. Tu leži

značajna uloga tima koji ne treba da prepusti donosiocu odluke da sam postavlja cilj. Važna uloga tima je i pri iznalaženju puteva akcije. Ovde treba voditi računa o uticaju spoljnih faktora, koji mogu da utiču na umanjenje rezultata koji se očekuju. Takođe treba voditi računa i o faktorima unutar samog preduzeća, čija reakcija može da se nepovoljno odrazi docnije na primenu rešenja.

Posle proučavanja svih komponenata pristupa se selekciji mogućih ciljeva, jer može da se desi da se pojedini ciljevi međusobno isključuju (modernizacija opreme i minimalne investicije i sl.). U tu svrhu se sačinjava spisak ciljeva. Tako isto se postupa i kod pravaca akcije. Odabira se onaj pravac koji je najpovoljniji. To se obično vrši pomoću matematičkih modela, koji predstavljaju sistem koji se istražuje. Glavna snaga operativnih istraživanja leži u eksplicitnom prikazivanju veze između akcije i rezultata koji se prikazuje kvantitativno, dakle omogućuje ocenu uspeha. Da bi se moglo odrediti koji od mogućih pravaca akcije daje najbolje rezultate treba da se oni mogu upoređivati, tj. treba da su ponderabilni, treba da budu kvantitativno izraženi.

8.2.1.3. Konstruisanje modela

Sistem se može prikazati simbolima, kao što je to slučaj kod matematičkih modela. Njihova primena je najsloženija, ali je zato i najefikasnija. Prema Krameru (Cramer) može se prići formiranju matematičke teorije pojava onda kada se može naći dokaz njihove stalne pravilnosti (regularnosti). Tada se takva pojava može smatrati matematičkim modelom skupa teorijskih podataka.

Posle dovoljnog upoznavanja sistema, međusobnih odnosa njegovih komponenata i zakonitosti uticaja, pristupa se izradi matematičkog modela. Kako su sistemi koje proučavamo obično složeni, mehanizam

rada bio bi veoma komplikovan. Iz tog razloga se modelom umesto kompletnog sistema predstavljaju samo njegove bitne karakteristike, koje su za taj sistem od primarne važnosti. Model u stvari treba da predstavlja pojednostavljenu sliku sistema. Zato treba napraviti spisak komponenata koje mogu da utiču na efikasnost budućih rešenja, i iste treba podvrći selekciji.

Pri izradi modela, za svaku od komponenata usvaja se po jedna promenljiva, i one zapravo definišu sistem. Te promenljive mogu da se podele u dve grupe i to:

— na promenljive na koje se može uticati donošenjem odluke, i
— na promenljive na koje se može uticati (npr. količina koju kupac traži i sl.).

8.2.1.4. Iznalaženje rešenja

Rešavanje matematičkih modela sastoji se u iznalaženju skupa vrednosti promenljivih na koje se može uticati, a za koje se postiže ekstremna vrednost za zadani sistem (maksimalizacija, odnosno minimalizacija rešenja). Ovim skupom vrednosti definisan je i najpovoljniji pravac akcije za postizanje postavljenog cilja. Rešavanje modela može da se vrši analitički ili numerički, što može da zahteva da se u rad tima uključi i matematičar.

8.2.1.5. Testiranje modela i kontrola

Kako je model u operativnom istraživanju pojednostavljena slika nekog sistema to on samo delimično predstavlja stvarnost. Zato rešenje dobijeno modelom treba primiti sa izvesnom rezervom, jer mogu nastati razlike između rešenja prema modelu i stvarnog rešenja problema. Te razlike se mogu odraziti u sledećem:

— ako u modelu nisu prikazane međusobne zavisnosti nekih promenljivih,
— ako su unete one promenljive koje ne utiču na efikasnost rešenja (pogrešan izbor promenljivih),
— ako u model nisu unete promenljive od kojih zavisi efikasnost rešenja, i
— ako se unesu pogrešne vrednosti pojedinih parametara.

Svrha testiranja modela je da se uoče sve moguće greške, kao i da se one blagovremeno otklone. Testiranje modela se vrši njegovim proveravanjem u celini u pogledu efikasnosti i to u onom slučaju kada se veruje da je model dobar. Kada se sumnja u ispravnost modela vrši se proveravanje da li se pojavljuje neka od mogućih grešaka.

8.2.1.6. Kontrola i primena rešenja

Tek u primeni rešenje dobija svoju punu vrednost. Zadatak tima je tek onda okončan kada sprovede rešenje u praksu, i kada izvrši kontrolu efikasnosti njegovog dejstva. Iako to zahteva od tima ulaganje znatnih napora, daje mu mogućnosti da razvije stvaralačke sposobnosti. Kako se tokom vremena mogu da izmene pretpostavke na kojima je bazirao model, ukoliko se želi da se rešenje koristi kroz duži period vremena mora se uvesti sistem kontrole. Kontrola treba da omogući uočavanje onog momenta kada će nastale promene postati toliko značajne da rešenje prema modelu više ne odgovara.

Rešenje dobijeno modelom pretvara se u akciju tek onda kada ga usvoji donosilac odluke. Da bi donosilac odluke (koji ne mora da poznaje matematički aparat za rešavanje modela) mogao da razume dobijeno rešenje, tim mora da ga obrazloži. To isto treba da važi i za mere koje treba da se preduzmu da bi se ostvario cilj. Taj posao biće znatno olakšan

ako tim u toku akcije održava stalni kontakt sa donosiocem odluke. Posle donošenja odluke o primeni rešenja treba napraviti plan njegovog sprovođenja u život. Svako rešenje treba da bude tako izraženo da ga osoblje koje treba da ga sprovodi lako može razumeti. To može u izvesnoj meri da umanji tačnost rešenja, ali zato može da dobije u efikasnosti.

Rešenje projekta operativnih istraživanja ne treba da bude shvaćeno od onih koji treba da ga sprovode kao kritika ili zamerka, nego kao savremena mera koja se ostvaruje novim, najsavremenijim metodama. Tim treba smatrati saradnikom na zajedničkom zadatku sa ciljem da se ostvari veća efikasnost poslovanja.

Začetak stvaranja metode opratívnih istraživanja leži u potrebi da se rešavaju sve složenije problematike sve složenijih sistema, a što vremenom postaje sve teže. Iz tih razloga su metode kojima se operativna istraživanja u svom radu služe prilagođena za rad sa kompjutorima. Te metode su metode linearnog programiranja (simpleks metoda, metoda multiplikatora, metoda za rešavanje transportnih zadataka i dr.), metode matematičke statistike i teorije verovatnoće, teorija igara i dr. Danas u savremenoj proizvodnji operativna istraživanja dobijaju sve veću važnost i praktično nijedna važnija odluka ne bi trebalo da se donosi a da se prethodno ne utvrdi vrednosno merilo njene efikasnosti, što neće biti moguće ukoliko se ne primene pomenute metode.

8.2.2. **Metode linearnog programiranja**

Oblast programiranja razvijena je skoro podjednako i u SAD i u SSSR. Dok je uobičajeno da se na Zapadu primenjuje naziv linearno programiranje, u SSSR-u je u primeni naziv optimalno programiranje. Pioniri su na Zapadu G. Dancig (Dantzig), fon Hojman (Neumann) i dr. a na Istoku L. Kantorovič. Od 1947. do 1949. god. vršena su u Americi intenzivna istra-

živanja za vojne potrebe. Univerzalnu metodu linearnog programiranja, simpleks metodu, obradio je 1947. god., a objavio ju je 1951. god. Danas je oblast linearnog programiranja ne bez razloga, jedna od najviše istraživanih u celom svetu, jer se većina problema iz oblasti ekonomike može rešavati primenom matematičkih metoda linearnog programiranja. Docnije je razvijeno i parametarsko i nelinearno programiranje, i sva ona predstavljaju veoma efikasne metode operativnih istraživanja.

8.2.2.1. Mogućnosti primene metoda linearnog programiranja u građevinarstvu

Iako oblast građevinarstva ima svoje specifične probleme, moguća je veoma uspešna primena metoda linearnog programiranja pošto su to univerzalne metode. Navešće se neke karakteristične oblasti, koje su inače zajedničke za sve grane privređivanja:

— problemi u vezi sa investicijama
izbor optimalnih investicionih programa, bilo da za limitarni iznos finansijskih sredstava treba naći maksimalan obim izgradnje, ili da se fiksirani obim izgradnje ostvari za minimalni obim investicija.

— problemi u vezi sa planiranjem proizvodnje
izbor optimalnih proizvodnih programa sa zadatkom da se ostvari maksimalna dobit ili da se ostvare minimalni troškovi. Zadatak može biti postavljen da se određeni asortiman ostvari uz minimalan otpadak materijala. Moguće je i iznalaženje optimalnog sistema izgradnje uz zadane početne uslove.

— problemi u vezi sa optimalnim korišćenjem sredstava
zadaci mogu da se postavljaju tako da se izvršavaju za minimalno vreme, tj. da se maksimalno koriste kapaciteti tj. da se ostvari optimalan raspored kapaciteta po pojedinim poslovima. To važi kako za mašine tako i za transportna sredstva i kadrove.

— problemi u vezi sa transportom materijala i masa
primenom specijalnih metoda za rešavanje transportnih zadataka mogu da se dobijaju rešenja sa minimalizacijom transportnih troškova, vremena transporta, odnosno sa optimalnim korišćenjem transportnih sredstava. Moguće iznalaženje optimalnog rasporeda masa (kod saobraćajnica), kao i rešavanje drugih zadataka.

Treba imati na umu da se kod pojedinih problema najbrže, tj. najefikasnije može doći do rezultata ako se primeni najpogodnija metoda za njegovo rešavanje. Iako se univerzalnom simpleks metodom mogu rešavati svi zadaci, nekada njena primena može da predstavlja krupan promašaj, jer se nekom drugom, specifičnom metodom može doći do rezultata za neuporedivo kraće vreme i uz daleko manji obim računanja.

8.2.2.2. Algoritmizacija postupka u linearnom programiranju

Kod rešavanja bilo kog problema iz oblasti linearnog programiranja, uvek se polazi od izrade matematičkog modela kojim se predstavlja određeni problem. Put do iznalaženja optimalnog rešenja predstavlja postupno približavanje i vrši se koracima (iteracijama ili aproksimacijama) uvek uz proveru optimalnosti dobijenih rešenja sve dok se ne stigne do kraja. Svakako da izrada matematičkog modela problema predstavlja najteži i najdelikatniji zadatak. No i ovde se rad vrši postupno, koracima i to na sledeći način:

1. Treba jasno definisati aktivnost sistema. Prethodno treba ceo sistem razložiti u elementarne aktiv-

nosti i za svaku od njih treba izabrati jedinicu mere za količinu, kapacitet ili dr., čime ona može da bude mera.

2. Treba tačno definisati vrstu predmeta koji se troše i za svaku od njih treba izabrati jedinicu mere. Treba izabrati jednu jedinicu kojom će se izraziti dobit, odnosno troškovi.

3. Treba utvrditi tzv. koeficijente ulaza i izlaza, tj. za svaku od jedinica koje se troše ili proizvode i oni su proporcionalni nivou aktivnosti.

4. Treba odrediti tok ulaza i izlaza za sistem kao celinu.

5. Treba odrediti jednačine materijalnog bilansa (uravnoteženja). Za sve negativne nepoznate veličine treba uvesti oznake (x_1, x_2, ... x_n). Za svaku nepoznatu treba napisati jednačinu materijalnog bilansa, tako da je algebarski zbir toka svih jedinica jednak izlaznom toku za svaku od njih.

Rezultat izrade matematičkog modela je zbir matematičkih odnosa kojim se karakterišu svi mogući programi datog sistema.

Osnovni principi linearnog programiranja su proporcionalnost, tj. ako želimo da udvostručimo kapacitet moramo udvostručiti i tokove ulaza i izlaza, zatim nenegativnost (ne možemo iz ničega da proizvedemo nešto), sposobnost sabiranja i linearna funkcija cilja. Pri tome se u sistemu jedna od jedinica može smatrati dragocenom i njom se sistem otplaćuje.

8.2.2.3. Simpleks metoda

Simpleks metoda predstavlja konačan iteracioni postupak kojim se sigurno nakon određenog broja operacija dolazi do cilja — minimalizacije odnosno do optimalizacije. Ona služi za rešavanje sistema linearnih jednačina, odnosno nejednačina i u opštem obliku matematički izraz je sledeći:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \gtrless x_j, \quad ; \quad \begin{matrix} i=1,\ 2,\ 3. \ldots m \\ j=1,\ 2,\ 3. \ldots m \end{matrix} \tag{1}$$

uz uslov $x_j \geqslant 0$ (2)

Zadatak je da se nađe $Z_{max} = c_j \cdot x_j$ (3)

Pri tome su a_{ij} koeficijenti, x nepoznate, b_i tokovi ulaza (izlaza).

Ukoliko su uslovi dati nejednačinama, prethodno treba da se one pretvore u jednačine uvođenjem tzv. pomoćnih varijabili na sledeći način:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j < b_i \ldots \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j + x_{n+1} = b_i \tag{4}$$

Postupak rada po simpleks metodi je taj da se polazi svođenjem na tzv. kononički oblik (bazis):

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n + x_{n+1} &= b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n + x_{n+2} &= b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots &\quad \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline x_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \ldots + c_n \cdot x_n - z &= 0 \\ d_1 \cdot x_1 + d_2 \cdot x_2 + \ldots + d_n \cdot x_n - \omega &= -\omega_o \end{aligned}$$

Red (c) predstavlja linearnu funkciju cilja (Z_{max}, odnosno Z_{min}) a red (d) se dobija sabiranjem svih redova materijalnog bilansa od $(1-m)$ uz davanje negativnog predznaka. Na desnoj strani $(-w)$ predstavlja zbir svih konstanti (b) od (1 do m).

Proračun po simpleks metodi obuhvata dve faze:

I. faza

— odabire se (k) stub tako da se uzima $d_k = \min d_j$,
— izabere se (r) iz odnosa $b_r/a_{rk} = {}_{min}\ b_i/a_{ik} > \phi$.
— vrši se zamena r-te bazne promenljive sa x_k i izračunavaju se vrednosti $a_{rk}x_k$. Ovo se vrši sve dotle dok se ne zamene sve bazne promenljive, tj. d_k ne budu $> \phi$. Tada se izbacuje red (d).

II. faza

— ispituje se da li je $w_o > \phi$. Ako nije izbaci se red w,
— izabire se (k) tako da je $c_k = \min c_j$ i postupa se na isti način kao kod I faze sve dok svi c_k ne budu veći od ϕ. Tako dobijena vrednost je optimalna.

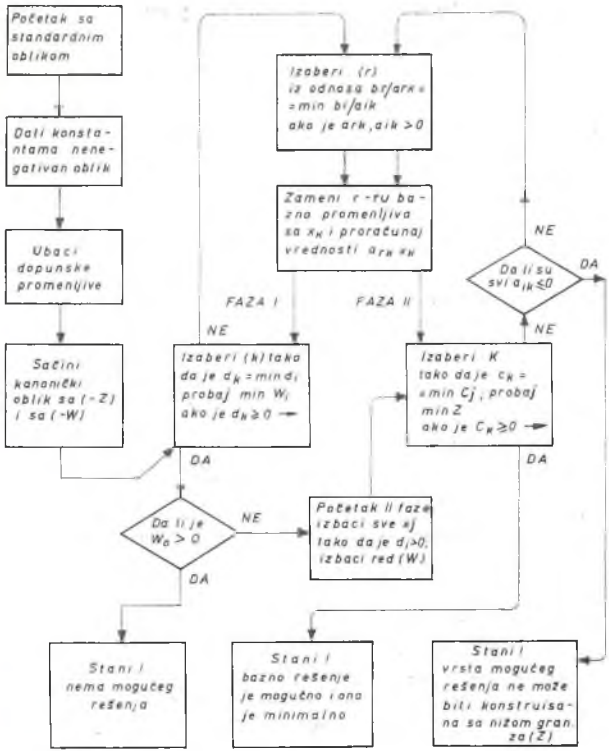
Algoritam proračuna prikazan je na dijagramu toka na sl. 1.

Posle svakog koraka vrši se preračunavanje svih elemenata matrice po sledećem ključu:

$$a''_{ij} = a_{ij} - (a_{rj}/a_{rk}) \cdot a_{ik} \qquad (5)$$

Osnovna pravila za preračunavanje su sledeća:

1. Svi elementi ključnog stuba su jednaki ϕ sem ključnog elementa koji dobija novu vrednost = 1.
2. Svaki red kod kojeg u ključnom stubu stoji ϕ prepisuje se bez izmene.
3. Svaki stub kod kojeg u ključnom redu stoji ϕ prepisuje se bez izmene.
4. Kključni stub je onaj kod kojeg je u slučaju minimalizacije najveća vrednost d_j, a u slučaju minimalizacije najmanja vrednost d_j.
5. Ključni red je onaj kod koga je $b_i/a_{rk} = \min > \phi$.
6. Nove vrednosti elemenata ključnog reda dobijaju se deljenjem sa a_{rk}, tj. $a'_{rj} = a_{rj}/a_{rk}$.


Početak sa standardnim oblikom
Dati konstantama nenegativan oblik
Ubaci dopunske promenljive
Sačini kanonički oblik sa (-Z) i sa (-W)
FAZA I
NE
Izaberi (k) tako da je $d_k = \min d_j$ probaj min W_i ako je $d_k \geq 0$
DA
Da li je $W_o > 0$
NE
DA
Početak II faze izbaci sve x_j tako da je $d_j > 0$, izbaci red (W)
Izaberi (r) iz odnosa br/ark = =min bi/aik ako je ark, aik >0
Zameni r-tu baznu promenljivu sa x_K i proračunaj vrednosti $a_{rK}x_K$
FAZA II
Izaberi K tako da je $c_K = \min C_j$, probaj min Z ako je $C_K \geq 0$
NE
DA
Da li su svi $a_{ik} \leq 0$
NE
DA
Stani ! nema mogućeg rešenja
Stani ! bazno rešenje je mogućno i ono je minimalno
Stani ! vrsta mogućeg rešenja ne može biti konstruisana sa nižom granicom (Z)

DIJAGRAM TOKA SIMPLEKS METODE

Sl. 1a.

7. Preračunavanje svih ostalih elemenata matrice vrši se prema obrascu 5.

Da bi se tehnika rada bolje objasnila daće se jedan elementaran primer, uz koji će se dati i ekonomsko obrazloženje iteracija simpleks metode.

Primer 1.

Zadan je proizvodni sistem koji proizvodi dve vrste materijala (agregat i cement). Svaka vrsta proizvoda ostvaruje određenu dobit. Zahteva se takav program koji ostvaruje maksimalnu dobit. Formulaciju zadatka prikazaćemo pomoću tablice:

Vrsta materijala	Vrsta proizvoda		kapacitet
	I	II	
I	0	4	16
II	2	1	10
Dohodak (N Din)	2	4	

Imamo sledeće uslove jednačine materijalnog bilansa:

$$x_1,\ x_2 \geqslant 0$$
$$4x_2 \leqslant 16$$
$$2x_1 + x_2 \leqslant 10$$
$$Z = 2x_1 + 4x_2 = max$$

Aproksimacija 0

Baza	x_1	x_2	x_3	x_4	$-z$	$-w$	b_i	
x_3	0	4	1				16	x_2 $16/4=4$; ← min
x_4	2	1		1			10	$10/1=10$
z	2	4			1		0	
w	−2	−5				1	−26	

* min dj

Početni program (aproksimacija 0) ništa ne proizvodi. Svi kapaciteti su slobodni što se vidi iz $w=26$ (što predstavlja zbir svih b_i). Koja promenljiva treba da bude u bazu? To je x_2 jer ona ostvaruje veću dobit (4 prema 2). Na koje mesto ulazi? Na mesto pomoćne varijable x_3. Vršimo preračunavanje matrice i prelazimo na iteraciju 1.

Aproksimacija 1

Baza	x_1	x_2	x_3	x_4	$-z$	$-w$	b_i	
x_2	0	1	1/4				4	
x_4	2	0		1			6	← x_1 $6/2=3$
z	2	0			1		−16	
w	−2	0				1	− 6	

Preostaje slobodan kapacitet od 6 jedinica. Treba da se uvede varijabla x_2 na mesto dopunske promenljive x_4. Posle iteracije rezultat je 16 N. Din, što još

nije optimum (nisu još svi kapaciteti iskorišćeni). Vršimo ponovo preračunavanje matrice i prelazimo na drugu iteraciju.

Aproksimacija 2

Baza	x_1	x_2	x_3	x_4	$-z$	$-w$	b_i
x_1	0	1	1/4				4
x_2	1	0		1/2			3
z	0	0			1		−22
w	0	0				1	0

Ovo je ujedno završetak i I i II faze, i dobijeni rezultat je optimum. Treba proizvoditi tri jedinice proizvoda 1 i četiri jedinice proizvoda 2, jer se na taj način ostvaruje maksimalan dohodak od 22 N. Din.

Provera rešenja:

$$3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 22 = Z_{max}.$$

Primer 2.

Zahteva se rekonstrukcija putne mreže jednog regiona. Ukupna dužina iznosi 1000 km. U obzir dolaze betonski kolovozi, asfaltbetonski kolovozi i tucanički kolovozi sa površinskom obradom. Zahteva se takvo rešenje koje će obezbediti vek trajanja od 10.000 km. godina uz minimalne imvesticije. Polazni podaci su sledeći:

Vrsta kolovoza	vek trajanja	investicije
1. Betonski kolovozi	50 god.	50 Mio/km
2. Asfaltbetonski kolovozi	15 god.	40 Mio/km
3. Tucan. kolovozi sa obradom	5 god.	12 Mio/km

Pri tome su ograničenja sledeća:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1.000 \\ 50x_1 + 15x_2 + 5x_3 &= 10.000 \\ 50x_1 + 40x_2 + 12x_3 &= Z_{min} \end{aligned}$$

Sledeći korak je izrada kanoničkog oblika koji se dobija pretvaranjem nejednačina u jednačine uvođenjem dopunskih promenljivih:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1.000 \\ 50x_1 + 15x_2 + 5x_3 + x_4 &= 10.000 \\ 50x_1 + 40x_2 + 12x_3 + z &= 0 \\ -51x_1 - 16x_2 - 6x_3 + w &= -11.000 \end{aligned}$$

Ovo je matematički model našeg zadanog sistema. Sada sačinjavamo tablicu bazisa, tj. „O" aproksimacije i proračun vršimo simpleks postupkom.

Ovo je optimalno rešenje jer su završene obe faze (I i II), a u redu (c) nema negativnih koeficijenata,

Interpretacija rezultata je sledeća:

Da bi se ostvario postavljeni zadatak treba prilikom rekonstrukcije putne mreže postupiti na sledeći način:

1. Treba izvesti 111,1 km betonskog kolovoza i 888,9 km tucaničkog sa površinskom obradom što daje ukupno 1.000 km kolovoza.
2. Dobijeni fond trajanja kolovoznih zastora je:

111,1x50 godina	=	5555 km. godina
888,9x 5 godina	=	4445 km. godina
U k u p n o:		10.000 km. godina

3. Investiciona suma iznosi 16.725 Mio i ona je minimum.

Aproksimacija 0

Baza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$-z$	$-w$	bi		
x_4	1	1	1	1				1000	x_1	$1000/_1 = 1000$
x_5	50	15	5		1			10.000	←	$10000/_{50} = 200$	min
z	50	40	12			1		0		
w	−51	−16	−6				1	−11.000		

Aproksimacija 1.

Baza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$-z$	$-w$	bi		
x_4	—	7/10	9/10					800	x_3	$8000/_9 = 890$	min
x_1	1	3/10	1/10		1/50			200	←	2000
	—	25	7			1		−10.000		
	—	-7/10	-9/10				1	−800		

Aproksimacija 2.

Baza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$-z$	$-w$	bi
x_3	—	7/9	1	10/9				888·9
x_1	1	2/9	—		1/50			111·1
Z	—	19*/9	—			1		−16.725
w	—	—	—				1	0

Zaključak:

Kao što se iz ovih primera može videti simpleks metoda je veoma jednostavna i za manje probleme može da se primeni ručni postupak. Za veće, kompleksnije probleme može da se proračun vrši pomoću kompjutora, za koje postoje gotovi programi.

8.2.2.4. Metoda za rešavanje transportnih zadataka

Transportni problem prvi je rešio Hičkok (Hitchcock) 1941. god., a detaljno ga je razradio Kupmans (Koopmans). Formulacija transportnog problema je sledeća: robu iz (m) skladišta — deponija — u količinama (a_i) treba otpremiti u količinama (b_j) u centre (n) sa transportni mcenama (c_{ij}) iz i-tog skladišta u j-ti centar. Zadatak se sastoji u tome da se pronađu količine x_{ij} za sve maršrute tako da ukupni troškovi transporta budu minimalni. Početni uslovi su sledeći:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = A \text{ za sve } x_{ij} > 0$$

Traži se minimalizacija min $Z = \sum_{i=1}^{m} \cdot \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij}$.

Skup ovih jednačina predstavlja zadatak linearnog programiranja sa $(m+n)$ jednačina i $(m \cdot n)$ promenljivih. Pri tome postoje ovi teoremi:

1. Svaki transportni zadatak ima rešenje i ima optimalno rešenje.
2. Postoji rešenje koje ne sadrži više od $(m+n-1)$ linearno nezavisnih prevoza (vektora).
3. Ako su količine a_i i b_j nenegativni celi brojevi i svako bazično rešenje sadržavaće samo cele brojeve.

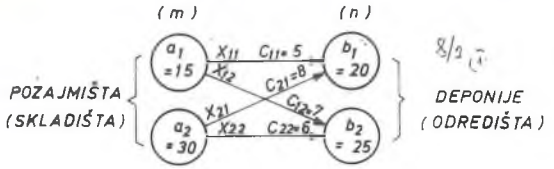
Napomena: ako su karakteristike polja (0) onda ima beskonačno mnogo optimalnih rešenja i za svako polje sa karakteristikom (0) može da se poveća broj nezavisnih vektora za onoliko koliko ima takvih polja. Ovo će biti posebno objašnjeno.

4. Sa gledišta optimalnosti programa transportni problem ostaje nepromenjen ako se elementi bilo kojeg reda ili kolone matrice troškova povećaju ili smanje za isti broj.
5. U toku programiranja angažovana polja moraju biti lančano povezana.

Tokom rešavanja transportnih zadataka opet se polazi rešavanjem po koracima (iteracijama) i svaki korak se proverava da li su ispunjeni uslovi optimalnosti. Uvek treba poći od najmanje cene a provera optimalnosti se vrši ispitivanjem karakteristika polja, bilo, pomoću lanaca ili pomoću tzv. koeficijenata. Kod objašnjenja polazimo od elementarnog primera:

Primer 1.

Iz dva iskopa treba transportovati zemlju u dve deponije. Početni podaci su sledeći:



Sl. 1b.

Matematički model sistema:

a_i \ b_j	20	25
15	$c_{11}=5$ x_{11}	$c_{12}=7$ x_{12}
30	$c_{21}=8$ x_{21}	$c_{22}=6$ x_{22}

To je prikazano na I aproksimaciji:

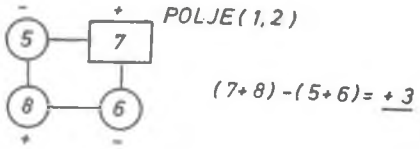
a_i \ b_j	20	25
15	(5) 15	7 —
30	(8) 5	(6) 25

$m+n-1=2+2-1=3$

$Z=5 \cdot 15+8 \cdot 5+6 \cdot 25=265$

Postupak rada je sledeći (metodom najmanje cene):

U polje (transportnu relaciju) sa najnižom cenom prevoza, a to je u našem slučaju 5 (N. Din. po jedinici mere) treba da stavimo maksimalno moguću količinu: to je manja količina od dveju (15, 20), jer iz a_1 može da se transportuje u b_1 samo onoliko koliko ima robe (materijala) u a_1, a to je 15. Kako je ovo elementaran slučaj to su na taj način odmah utvrđene količine i za sve ostale relacije, jer su lančano vezane.



Sl. 2.

Angažovano polje (1,1) sa minimalnom cenom 5 označili smo zaokružavanjem cene. Kako smo iscrpli svu količinu iz a_1, u polje (1,2) ne možemo više ništa da transportujemo i ono ostaje neangažovano. U polje (2,1) možemo da transportujemo količinu od 5, jer deponija b_1 prima ukupno 20. Dakle, u deponiju b_2 transportovaćemo ostatak od 25 iz skladišta a_2. Rezultat je dobijena ukupna suma Z=265 N. Din. Postavlja se pitanje da li je to i optimum? Da bi to utvrdili moramo da proverimo karakteristiku neangažovanog polja (1,2). To se vrši na sledeći način: polje za koje ispitujemo karakteristiku stavimo u kvadrat, a ostala vezana obeležimo kružićima, s tim da stavljamo naizmenično znak + i −. Ako dobijamo pozitivnu karakteristiku polja onda bi njegovim angažovanjem

povećali troškove transporta po jedinici prevoza za onoliko novčanih jedinica kolika je karakteristika polja. Dakle u ovom slučaju dobijeno rešenje je optimalno i Z_{min}=265 N. Din.

Primer 2.

Zahteva se da se iz tri fabrike betona vrši snabdevanje četiri gradilišta betonom, pri čemu su dnevni kapaciteti fabrika i potrošnje na gradilištu dati u tablici:

Postupamo na sledeći način:

u polje (1,3) sa cenom 4 N. Din/m³ stavljamo najveću moguću količinu — 80 m³. Fabriku betona (a_1) zadovoljavamo sa količinom od 20 m³ na polju (1,2). Prelazimo na polje (3,1) i stavljamo 150 m³, a na polje (3,4) stavljamo ostatak od 100 m³. Na taj način je fiksirano popunjavanje ostalih polja.

Kada smo popunili dozvoljeni broj polja u ovom slučaju 6, prelazimo na proveru optimalnosti, što vršimo pomoću lanaca i iznalazimo karakteristike svih neangažovanih polja. Sva su polja pozitivna sem polja (3,2), koje ima negativnu karakteristiku, te prema tome dobijeno rešenje sa Z = 2530 N. Din. nije minimalno.

Sledeći korak je da se u program ubaci polje (3,2) i dobićemo onoliko sniženje ukupne vrednosti (Z) koliko iznosi proizvod karakteristike polja i ubačene količine. Postavlja se pitanje koju količinu možemo da ubacimo? To je najmanja od količina koja se na-

APROKSIMACIJA 1

a_i \ b_j	150	100	80	170
100	5 –	(7) 20	(4) 80	8 –
150	9 –	(8) 80	11 –	(6) 70
250	(4) 150	5 –	9 –	(4) 100

$m=3,\ n=4;$
$m+n-1=6$

$Z = 2530$ ND

POLJE (1,1)
+17
−17
0

POLJE (1,4)
+12
−9
+3

POLJE (2,1)
+13
−10
+3

POLJE (2,3)
+18
−12
+6

POLJE (3,2)
+11
−12
−1

min − (80, 100) = 80

POLJE (3,3)
+22
−16
+6

Sl. 3.

lazi na poljima sa (−) znakom, u ovom slučaju min (80,100), tj. 80 m³. Sada prelazimo na aproksimaciju 2.

APROKSIMACIJA 2

a_i \ b_j	150	100	80	170
100	5	(7) 20	(4) 80	8 − +3
150	9 − +3	8 − +1	11 − +6	(6) 150
250	(4) 150	(5) 80	9 − +6	(4) 20

$Z = 2440$ ND in

Ponovno moramo da vršimo proveru optimalnosti i to za polje (1,2), jer su karakteristike svih ostalih polja pozitivne, što je i uneto u polja na matrici aproksimacije 2.

POLJE(1,1)
+10
−11
−1

min − (20, 150) = 20

Sl. 4.

Kao što vidimo provera karakteristike polja (1,2) pokazala je da dobijeno novo rešenje Z = 2440 N. Din. još uvek nije optimalno jer je karakteristika polja (−1). Opet ubacujemo u to polje sa negativnom karakteristikom manju od količina u poljima sa zna-

kom (—), a to je sada 20 m³, i izrađujemo matricu aproksimacije 3 koja nam daje optimalno rešenje.

Kao što se vidi vrednost po aproksimaciji 2. niža je od prve vrednosti za (80 x — 1) = — 80 N. Din., a minimalna vrednost niža je od ove za 20 N. Din, što je dobijeno množenjem —1 x 20 =— 20 N. Din.

APROKSIMACIJA 3

ai \ bi	150	100	80	170
100	(5) 20	7 -	(4) 80	8 -
150	9 -	8 -	11 -	(6) 150
250	(4) 130	(5) 100	9 -	(4) 20

Z = Z min = 2420 NDin

Zaključak:

Na bazi ovih prostih primera može da se sagleda tehnika računanja transportne metode kao i efikasnost i korist koju njena primena može da pruži. Ovo je samo jedna od metoda za rešavanje transportnih zadataka. Postoje i efikasnije metode, ali su one i nešto komplikovanije.

8.3. KLIZNA OPLATA

SISTEM I EKONOMIJA GRAĐENJA

Klizna oplata kao sistem za izvođenje monolitnih armiranobetonskih objekata sastoji se u tome, što se specijalnim dizalicama vuče konstrukcija oplate sa radnim podovima na čitavoj osnovi objekta, a za to vreme beton ubacuje u profil oplate. Na taj način tokom betoniranja oplata klizi u beton, i po tome je čitav sistem dobio svoje ime. Ovo neprekidno betoniranje i klizanje oplate, kraće rečeno „klizanje objekta", omogućava brzinu građenja od 2,50 m pa čak i 4 m na dan, što zavisi od procesa stvrdnjavanja betona, odnosno od spoljne temperature.

S obzirom na to da je ovde reč o mehanizovanom postupku, u tome su upravo sadržani svi elementi za racionalno i brzo građenje. U vezi s tim navešćemo nekoliko osnovnih podataka, na osnovu kojih se mogu doneti zaključci o prednostima ovog sistema i praviti analize.

1. Oplata visine 1,10 — 1,30 m montira se samo jedanput i kao takva vuče se do vrha objekta, za razliku od premeštajuće oplate koja se mora stalno sklapati i rasklapati sve dok objekat ne bude završen.

2. Radne platforme sa kojih se vrši betoniranje kreću se zajedno sa kliznom oplatom, pa je, prema tome, nepotrebna izrada skele po čitavoj osnovi i visini objekta.

3. Na konstrukciju K-oplate postavljaju se lake dizalice (motorne vinte) za podizanje betona i armature, a one na taj način zamenjuju teške i skupe kranove. Štaviše, za vrlo visoke objekte (TV-tornjeve i dimnjake) ovo je skoro jedino rešenje za podizanje materijala. I najzad,

4. Brzina izvođenja u svakom slučaju utiče na smanjeni rok građenja.

Sve u svemu, klizna oplata kao sistem ne služi samo da zameni običnu oplatu, već zamenjuje i radne skele i krakove; a pošto se pomoću klizme postiže upravo ono što se najviše želi: brzina i ekonomija građenja.

Obim primene

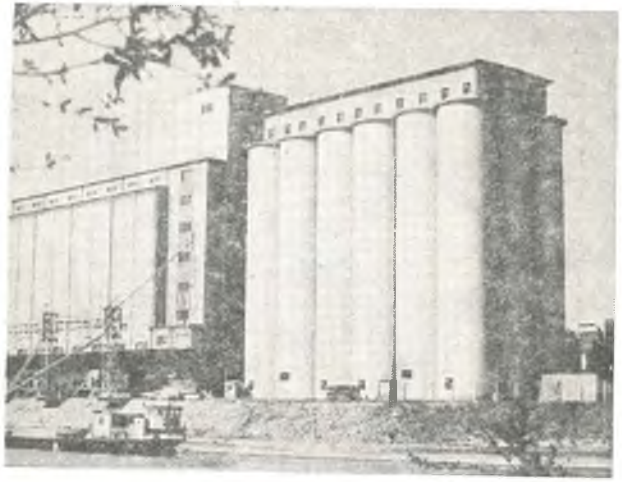
Klizna oplata je prvi put primenjena dosta davno na silocima i dugo vremena je ostala na tome. Međutim, poslednjih godina sa poboljšanjem uređaja i opreme za K-oplatu čitav sistem je znatno unapređen, pa je tako njena primena proširena u velikoj meri i na druge objekte. Ovde spadaju razni tornjevi (za televiziju, vodostanice, svetionike i dr.), zatim fabrički dimnjaci, visoki mostovski stubovi, stambene zgrade i drugi objekti.

Na priloženim skicama i planovima prikazaćemo kako sve ovo izgleda na raznim objektima.

Silosi za žito

Kao što je poznato, velike promene u poljoprivredi posle rata usled povećanja prinosa žita za više od dva put, zatim žetva putem kombajna, pri čemu se žito sa njive vuče direktno u silose, — sve je to nametnulo nužnu potrebu za izgradnju velikog broja silosa. Za ilustraciju obima izgradnje može se navesti, da je samo preduzeće „Rad" za svega tri godine (1958—61) izvelo 42 silosa sa kapacitetom od 5.000 do 40.000, tona ili ukupno 550.000 tona. sl. 1.

Ovako obimna izgradnja u izuzetno kratkom roku obavljena je pre svega, zahvaljujući tome što je preduzeće već imalo razrađeni sistem K-oplate. I ne samo to. Ovome uspehu su veoma mnogo doprineli i pro-



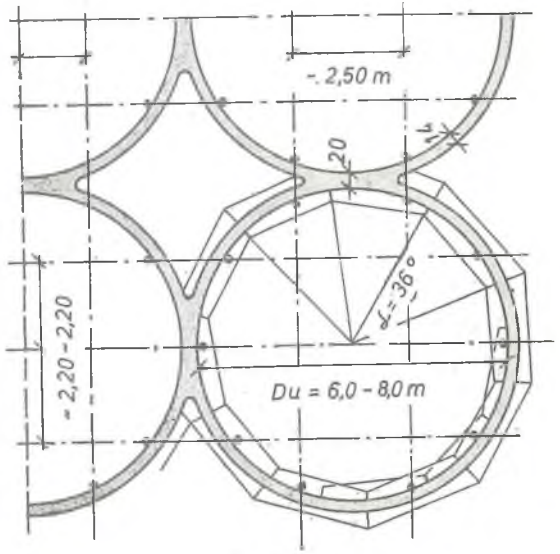
Sl. 1

jekti koji su bili strogo prilagođeni ovoj metodi rada. Uvedena je jedna novina u tome, što su ranije silosi „klizani" počev od levka, a sada se u najvešem broju ovo obavlja od temelja do krova, u roku za 10—15 dana, pa se na taj način još više dobija u brzini i ekonomiji građenja. Projektanti, znajući ovu činjenicu, daju rešenja konstrukcije silosa po kojima se levkovi ćelija mogu izvoditi naknadno.

Što se tiče mašinske kuće silosa, koja ima 6—10 spratova, i ona se projektuje za rad sa kliznom oplatom, tako da se izvodi istovremeno sa baterijom silos-

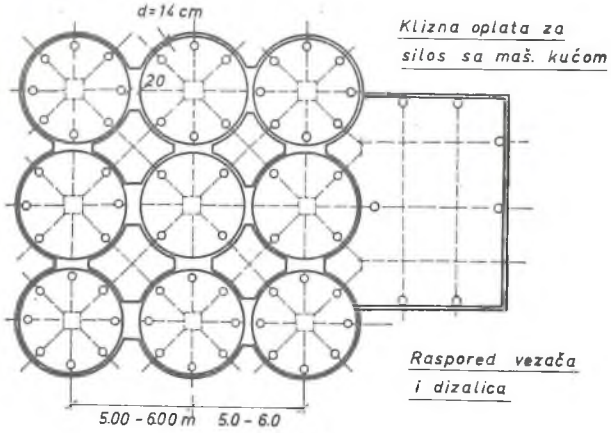
kih ćelija. U toku „klizanja" ostavljaju se otvori u spoljnim zidovima za oslanjanje nosača međuspratne ploče i stepenica.

Treba naglasiti, isto tako, da se u toku „klizanja" obavlja zagladivanje (malterisanje) betonskih zidova, i to sa viseće skele, koja je obešena o konstrukciju K-oplate.



Sl. 2

Na priloženim slikama 2 i 3 date su šeme za projekat klizne oplate silosa sa okruglim ćelijama. Rad se o tome da se nađe pogodan raspored vezača koji vezuju jarmove i nose radne podove.

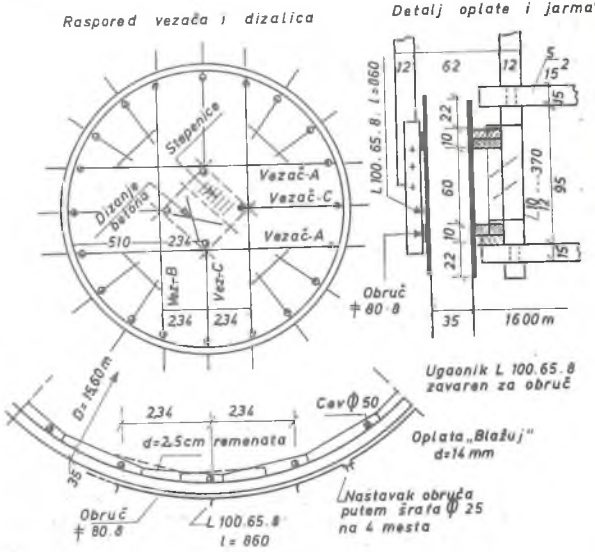


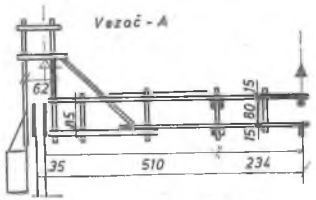
Sl. 3

Silosi za cement

Razlikuju se od silosa za žito po tome što imaju znatno veći prečnik. Na sl. 4 prikazan je silos za cement u Popovcu (kod Paraćina) prečnika 16,0 m, visine 40,0 m. Za K-oplatu ovoga silosa, koji je izveden ove godine, uveli smo neka poboljšanja u detaljima koja su se u izvođenju pokazala veoma uspešno. Umesto spoljnih drvenih remenata, kao što se vidi na slici, šperovana oplata „Blažuj" vezana je neposredno za obruče od pljosnatog gvožđa, koji se nastavljaju putem zavrtnjeva. Pomoću ovih zavrtnjeva lako se reguliše tačnost kružnog preseka silosa. Osim toga, kada nastupi povećano trenje klizanja, zavrtnjevi se malo opuste i posle toga sve se odvija u najboljem redu. Veza jarma koji vuče obruče sa oplatom pokazana je takođe

u detalju. Ovo rešenje klizne oplate sa gvozdenim obručima treba uvek primenjivati, naročito kada se radi o objektima sa usamljenim kružnim presekom, bilo da su to silosi, dimnjaci ili drugi slični objekti.





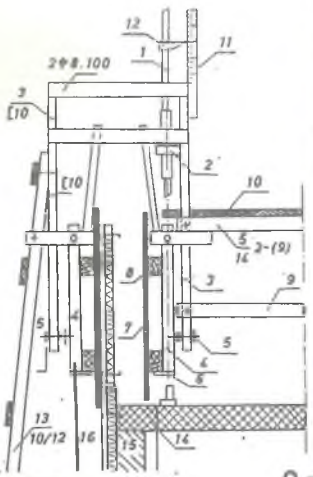
Sl. 4

Stambeni objekti

Primena klizne oplate u stambenoj izgradnji (vidi slike 5—8) obavlja se po posebnom postupku. Pre svega, zbog izrade tavanica koje sa armiranobetonskim zidovima čine monolitnu konstrukciju objekta. I drugo, što ovde treba rešavati niz pitanja koja su u vezi sa arhitekturom i konstrukcijom objekta. Ovo pogotovu kada se pođe od zadatka da se primenom klizajuće oplate obuhvati izvođenje zidova, tavanica i obrada fasade.

Postoje uglavnom dva postupka za izvođenje koji se međusobno razlikuju: postupak sa naizmeničnim izvođenjem zidova i tavanica i postupak sa naknadnom izradom tavanica.

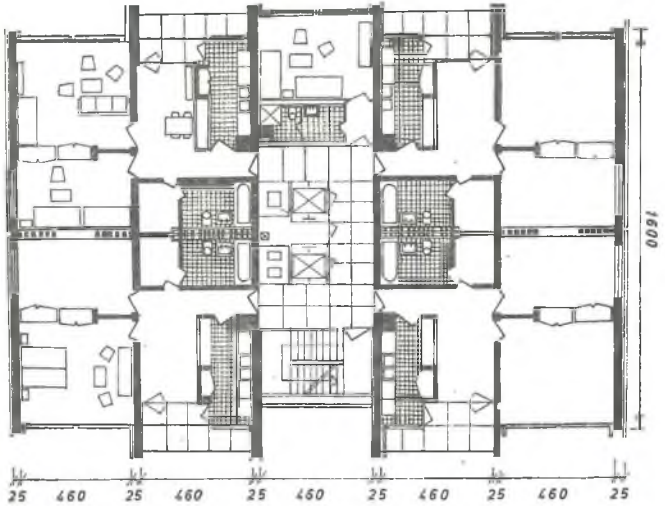
Slika 7 pokazuje K-oplatu na stambenoj zgradi kada se ova izvodi postupkom naizmeničnog izvođenja zidova i tavanica. U ovom postupku, zidovi se betoniraju do nivoa za oslanjanje tavanice, a vučenje oplate produžava „na prazno" (bez betoniranja) do položaja kada donja ivica oplate dođe na 2—3 cm iznad tavanice. U zaustavljenom položaju K-oplate izvode se tavanica, a onda nastavlja betoniranje zidova i vučenje oplate za sledeći sprat. Ovim postupkom u Beogradu i još nekim mestima izvedeno je 16 objekata. Rezultati su: tri dana sprat uz rad u dve smene (jedan dan zidovi sa fasadom + dva dana tavanica). Po našoj oceni, ovaj postupak, koji obuhvata veći obim radova na objektu, ima još jednu prednost: naizmeničnim izvođenjem zidova i tavanica mogu se zadovoljiti mnogobrojni uslovi koje postavlja arhitektura i statika objekta. Opširniji prikaz primne ovog sistema u stambenoj izgradnji autor je objavio u posebnom izdanju časopisa „Izgradnja" pod naslovom „Racionalna stambena izgradnja".



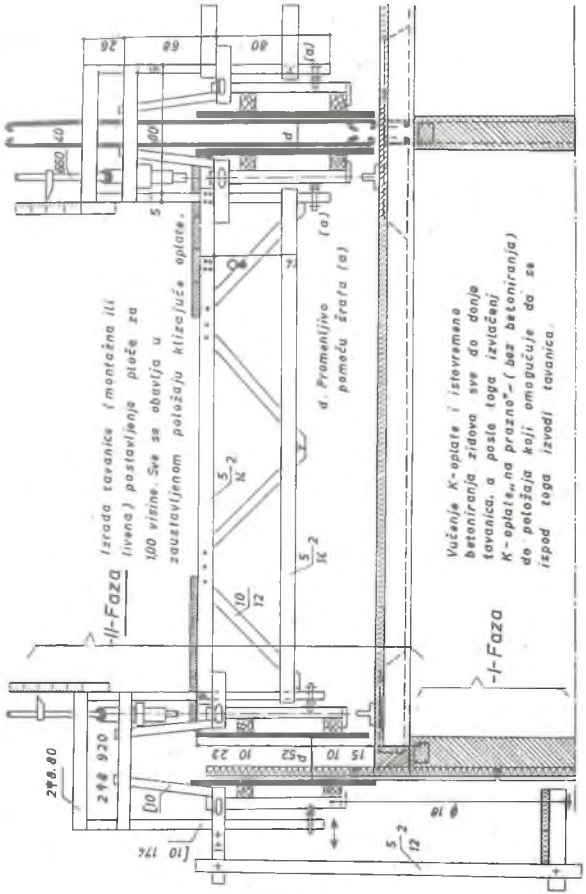
Oznake:

1. Cev ϕ 50/40 od cevaste skele
2. Dizalica klizajuce oplate
3. Gvozdeni jaram
4. Obešeni gvozdeni nosač podešen za horizontalno pomeranje i za vučenje K-oplate
5. Šraf za fino regulisanje razmaka i prema potrebi za odvajanje K-oplate od zida
6. Papuče za vezu i vučenje K-oplate
8. K-oplata visine oko 1.10m sa remenatama 10/12cm
9. Drveni vezači između gvozdenih jarmova
10. Radni patos, d= 5 cm
12. Graduisana letva sa indeksom za očitanje visinskog položaja K-oplate
13. Viseca skela
14. Međuspratna konstrukcija
15. Arm-betonski zid d= 14-20 cm
16. Ploče sa fasadnom oblogom i termičkom izolacijom

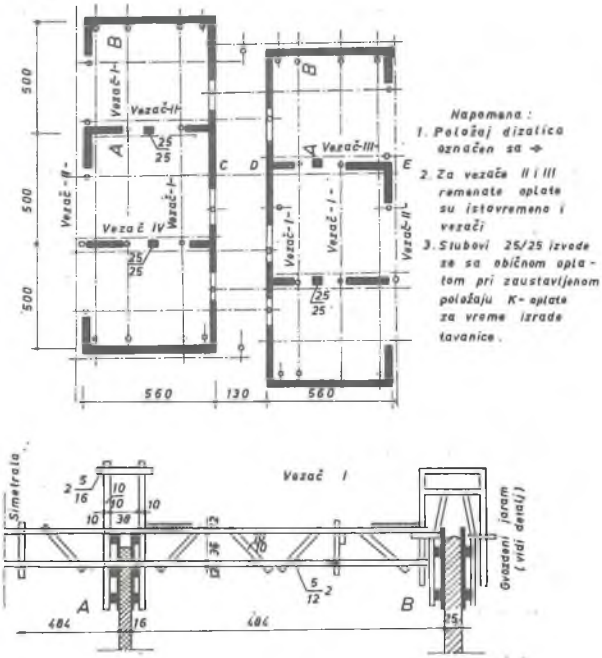
Sl. 5



Sl. 6


II-Faza
I-Faza
Izrada tavanica i montažna ili livena) postavljenja ploče za 100 visine. Sve se obavlja u zaustavljenom položaju klizajuće oplate.
d. Premeštivo pomoću šrafa (a)
Vučenje K-oplate i istevremena betoniranja zidova sve do donje tavanica. a posle toga izvlačenj K-oplate„na praznо"-(bez betoniranja) do položaja koji omogućuje da se ispod toga izvodi tavanica.

Sl. 7


Napomena :
1. Položaj dizalica označen sa ⊕
2. Za vezače II i III remenate oplate su istovremeno i vezači
3. Stubovi 25/25 izvode se sa običnom oplatom pri zaustavljenom položaju K-oplate za vreme izrade tavanice.
Vezač I
Vezač II
Vezač III
Vezač IV
Simetrala
Gvozdeni jarem (videti detalj)

Sl. 8

Postupak sa naknadnom izradom tavanica sastoji se u neprekidnom „klizanju" zidova a tavanice se rade naknadno preko ostavljenih otvora u zidovima (kao mašinske kuće na silosima). Većina preduzeća ovo obavlja posle izvlačenja K-oplate do krova, a neki rade za dva ili tri sprata ispod položaja K-oplate. Prednost

je u tome što se „klizanje" zidova obavlja kontinuirano i veoma brzo, za onoliko dana koliko ima spratova.

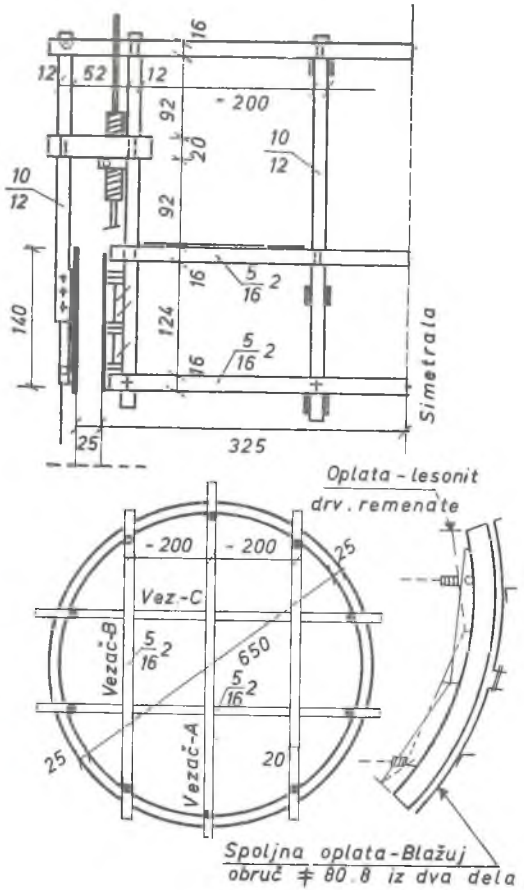
Ako se uporede ova dva postupka može se zapaziti još i ovo: po prvom postupku skoro je pravilo, da se sa „klizanjem" izvode glavni poprečni (paralelni) zidovi i podužni zidovi po sredini objekta, a glavne fasadne strane (parapeti i ograde lođija) obrađuju se naknadno prema koncepciji projektanta. Po drugom postupku skoro je obavezno da se „klizaju" svi spoljni zidovi, jer objekat u toku izvođenja bez tavanica nije stabilan, što znači da sam postupak u najvećoj meri diktira oblik fasade. U svakom slučaju, projekat i način izvodenja su tesno povezani, jer od toga zavise mnoga rešenja u detaljima, pa čak i to koji će od ova dva postupka biti usvojen.

Dimnjaci

Na slici 9 je prikazana konstrukcija K-oplate za cilindrični dimnjak čiji spoljni prečnik iznosi 7,00 m, a koristan unutrašnji prečnik obloge 5,0 m. Ovi dimnjaci, visine 90,0 m, izvedeni su u Loznici u fabrici „Viskoza". Dimnjak prečnika 8,0 m visine 120,0 m sa istom konstrukcijom K-oplate izveden je za termoelektranu „Obilić".

Podizanje betona i ostalog materijala obavlja se pomoću motorne vinte, koja je smeštena na gornji patos konstrukcije K-oplate. Na isto mesto postavlja se doboš sa namotanom tankom sajlom ili žicom prečnika 3—5 mm, koja je dole ankerisana u zemlju, i služi kao vođica za betonsku korpu ili japaner. Motorna vinta mora da ima dovoljnu jačinu, da nosi bar 0,30 m³ betona, jer svaki zastoj zbog sporog snabdevanja betonom, s obzirom na veliku visinu dizanja, može jako da ometa pravilan rad sa K-oplatom, a samim tim smanjuje i radni efekat.

Primena za konusne dimnjake, a pogotovu kada se menja debljina zidova, zahteva znatno složeniju



Sl. 9

tehniku izvođenja. Ovo pitanje je uspešno rešeno, tako da preduzeće „Vatrostalna" izvodi ove dimnjake po inostranoj licenci, a preduzeće „Crnotravac" izvelo je 1969. godine dimnjak sa konusom za Železaru Smederevo, visine 150,0 m, i to sa konstrukcijom opreme po projektu autora ovog članka.

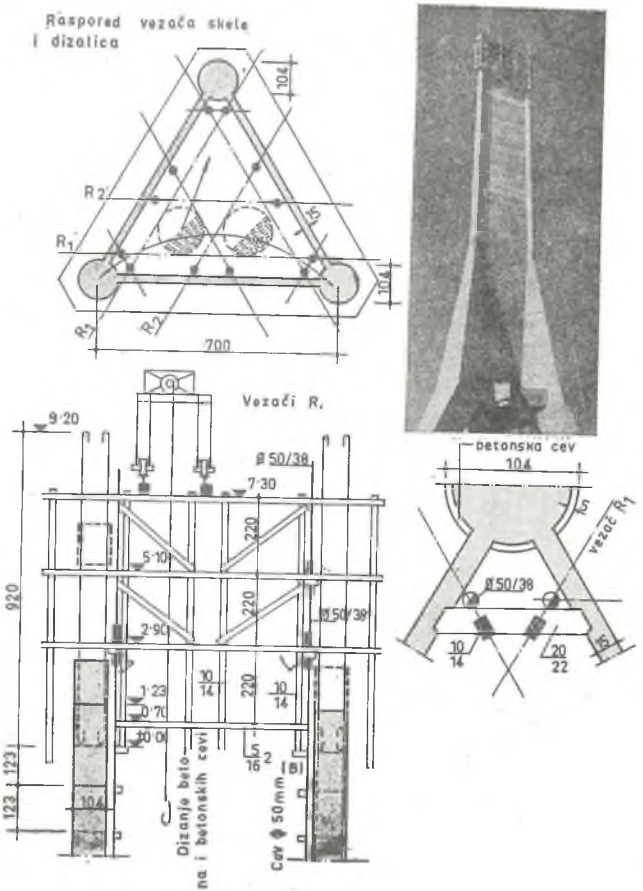
Tornjevi za televiziju

Izgradnja TV tornjeva od armiranog betona zbog njihove velike visine skoro obavezno se obavlja sa kliznom oplatom ili kliznom skelom, koja u stvari predstavlja varijantu sistema. Pošto su oblici i dimenzije ovih tornjeva uvek različiti, to su i projekti konstrukcije skele takođe različiti. Stablo ovih tornjeva najčešće ima konusni oblik, pa je u tom slučaju primena klizne oplate ili klizne skele ista kao za konusne dimnjake.

TV-toranj na Avali, kao što se vidi na slici, ima jednu posebnu konstrukciju sa trouglastom osnovom i stubovima u uglovima trougla. Čitav toranj oslanja se na tri kosa stuba na temelje u vidu zgloba. Stablo tornja od kote 36,0 m do kote 136,65 m izvedeno je sa kliznom skelom, a kruna tornja sa 5 etaža izvedena je sa skelom od konzola koje su oslonjene na već izvedeno stablo.

Opisaćemo ukratko izvođenje TV tornja na Avali, koji je izveden sa kliznom skelom. Kao što se vidi na slici ovo je rešeno na poseban način, zavisno od oblika stabla i drugih uslova, koji su diktirani samim projektom. Stubovi su izvedeni umesto daščane oplate sa betonskim cevima od centrifugalnog betona, visine 1,23 m. Pošto je dužina armature u stubovima bila 7.50 m. to je diktiralo znatnu visinu klizne skele jer je trebalo da se cevi odozgo natiču na postavljenu armaturu (vidi sliku 11). Prema tome, stubovi na uglovima i zidna platna između stubova betonirani su za visinu od 1,23 m. bez pomicanja skele, onda je oplata odmicana od

Sl. 10



Sl. 11

betona, i posle toga sve skupa sa skelom podizano na sledeći nivo pomoću 12 dizalica. Položaj dizalica u osnovi označen je punim kružićima. Ukratko rečeno, čitav posaoa bio je određen sa tri radne faze: 1. naticanje betonske cevi na prethodno postavljenu armaturu; 2. betoniranje stubova i platna; 3. podizanje skele na sledeći radni nivo. Na ovaj način toranj je „rastao" 1,23 m za 24 časa.

Transport materijala (beton, armatura i betonske cevi) obavljen je pomoću motorne dizalice (vinte) smeštene na najvišoj platformi skele i to na pokretnom portalu. Naime, betonske cevi težine 500 kg. prenošene su na sledeći način: vertikalno kroz sredinu tornja, potom horizontalno zajedno sa portalom do iznad stuba, i najzad vertikalno spuštanje preko postavljene armature.

Uopšte uzev, TV-toranj na Avali pored svoje originalnosti kao projekat, bio je u svoje vreme ozbiljan izvođački problem, čije smo rešenje upravo našli u primeni ovog sistema.

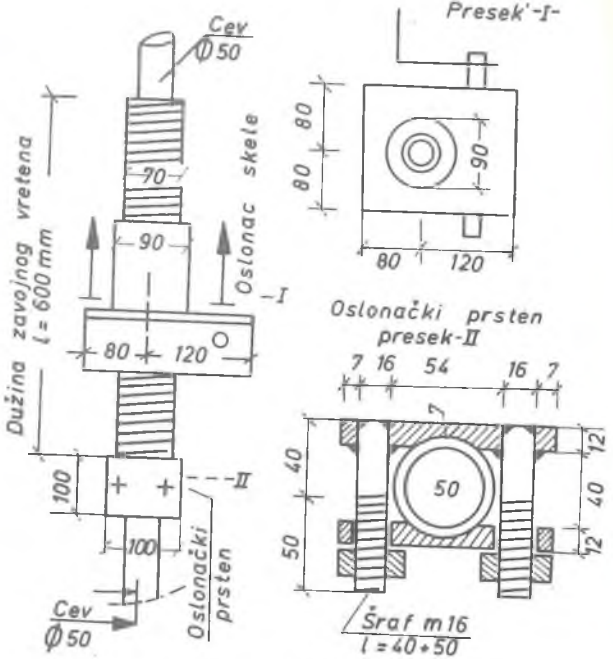
Uređaj i konstrukcija K-oplate

Uređaj za „klizanje" čine uglavnom sledeći elementi: dizalice K-oplate, jarmovi, oplata, vezači, viseća skela i cevi (šipke) za oslanjanje.

Dizalice. — One su svakako najvažniji elemenat uređaja. Uopšte uzevši, primena sistema K-oplate od početka bila je uspešnija ukoliko se više napredovalo u iznalaženju pogodnijeg mehanizma za dizanje. U raznim zemljama ovo pitanje rešavano je i još uvek se rešava na različite načine. Otuda i različita imena raznih zaštićenih sistema klizne oplate. Tako postoje sistem sa ručnim hidrouličnim, pneumatičkim pa čak i sa elektromehaničkim pokretačem.

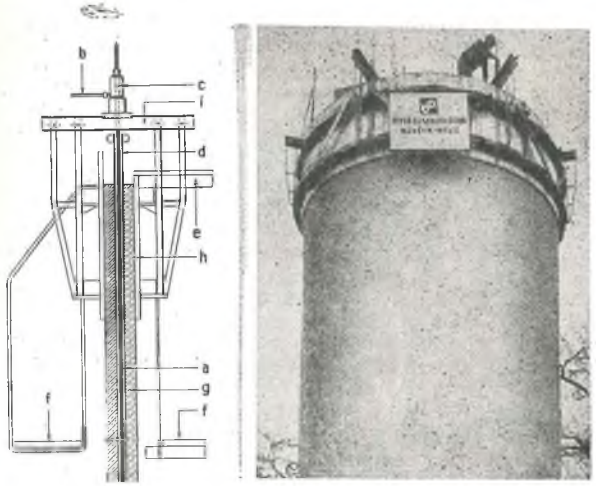
Švedski sistem „Concreto" — „promet" sa hidrauličnim dizalicama u inostranstvu svakako ima najveću primenu. (vidi sliku 13). Kod nas u Jugoslaviji svi ovde

prikazani i ostali objekti izvedeni su po sistemu „dizalice na cevastoj skeli" (vidi sliku 12) izuzev što preduzeće „Tehnika" iz Zagreba radi po švedskom sistemu.



Sl. 12

Jarmovi. — Konstrukcija jarmova proističe iz uloge koju imaju, te mogu biti drveni ili gvozdeni (vidi sl. 5, 4 i 9). Pre svega, zadatak jarma je da spreči razmicanje oplate usled pritiska betona. Izuzetak čine samo objekti sa jednim kružnim presekom, pri čemu se razmicanje spoljne oplate bolje i lakše sprečava pomoću kružnih obruča sa nastavcima sa zavrtnjima (sl. 4). Jarmovi nose vezače radne platforme i viseću skelu, a tako isto oni vuku K-oplatu. Na slikama su takođe prikazane konstrukcije gvozdenih i drvenih jarmova.



Sl. 13

Na sl. 5 prikazana je posebna konstrukcija jarma sa oplatom koja je podešena za razmicanje. Kao takva može se koristiti na dva načina: kao klizajuća ili kao premeštajuća oplata. Naime, ako postoji posebna potreba, oplata se puni do vrha (visine oko 1,50 m) pa se okretanjem zavrtnja odvaja od betona za 2—3 mm a onda slobodno vuče na

sledeći nivo. Na ovaj način, uz isti sistem klizne oplate odnosno skele, mogu se rešiti mnogo složenija pitanja izvođenja. Ovakvu konstrukciju korisno je imati i za samo „klizanje". U slučajevima kada dolazi do povlačenja betona sa oplatom — a to se događa — dovoljno je malo okretanje zavrtnja da se otpor trenja smanji i da se „klizanje" nastavi bez deformacija.

Oslonci dizalica. — Oslanjanje odnosno puzanje dizalica K-oplate rešava se na razne načine. Hidraulične dizalice po švedskom sistemu puzaju se uz čelične šipke preseka 30 mm. Ove šipke ostaju u betonu, a neki put se čine pokušaji da se vade iz njega. Mi smo ovo pitanje rešili tako da se dizalica penje uza cevi preseka 50 mm (cevi od standardne cevaste skele). Ove cevi stoje pored betonskog zida, a da bi se sprečilo izvijanje vezuju se na svakih 1,20 m visine žicom preseka 3 mm, koja je prethodno stavljena u beton, pa se posle prolaska oplate ispravlja i obavija oko cevi. Ovaj način se pokazao pogodnim, zato što se cevi lako nastavljaju, imaju dovoljnu nosivost i upotrebljavaju se za veoma veliki broj objekata. Ukoliko se radi o stambenim zgradama cevi ne moraju ići od temelja, već se oslanjaju i premeštaju od sprata do sprata.

Oplata. — Kao materijal za ove svrhe koristi se lesonit debljine 5 mm, koji se zakucava na dasku debljine 2,5 cm sa međurazmakom 3—5 cm. Table lesonita ne smeju biti duže od 1,50 m, s tim da razmak između tabli bude 4 mm radi dilatacija. Osim ovoga, umesto dasaka i lesonita uspešno se primenjuju šperovane table debljine 12—15 mm — oplata „Blažujka". Table od lima se ne preporučuju, jer se beton lepi za lim daleko više nego za ostale materijale.

Vezači. — To su male drvene rešetke koje povezuju dva naspramna jarma, i na taj način konstrukciju K-oplate na čitavoj osnovi objekta vezuju u jednu celinu. Potrebno je sračunati vezu rešetke sa jarmom s obzirom na opterećenje radnog poda. Visina rešetke iznosi 60—90 cm. što zavisi od usvojene konstrukcije jarma i raspona. Dimenzije i sastav vezača prikazani su takođe na slikama.

Viseća skela. — Sa viseće skele, koja je obešena o jarmove, vrši se zagrađivanje betona ispod oplate, odnosno oblaganja zidova fasadnim materijalom, ako je to predviđeno projektom. Može biti napravljena ovako kako je predstavljeno na priloženim slikama, ili na koji drugi način.

Projekti klizne oplate

Koristeći elemente uređaja koji su napred opisani, dalja izrada projekta konstrukcije K-oplate zavisi od oblika i vrste objekta. Pre svega, treba odrediti pogodne tačke gde se vuče oplata, odnosno položaj dizalice K-oplate, pa je time određen raspored jarmova i vezača. Rastojanje jarmova duž zida uzima se obično oko 2,00 m. Više od 2,50 m nismo išli zbog bojazni da oplata između jarmova ne dobije ugib. Treba imati u vidu da se beton za vreme vibriranja ponaša kao tečna masa i da se javljaju pritisci na oplatu veličine: $p=\gamma \cdot h$ (h=visina oplate odnosno visina svežeg betona). Svakako da ovaj pritisak dolazi do izražaja samo kod početnog punjenja oplate, a kasnije, daleko manje, jer se betoniranje vrši u slojevima visine oko 30 cm.

Ovo bi bile samo opšte napomene za projektovanje konstrukcije K-oplate. Sve ostalo može se uočiti iz pokazanih primera, koji se mogu koristiti kao orijentacije za rešavanje raznih slučajeva primene.

Opšti zaključak

Na osnovu svega što je napred rečeno, može se zaključiti da klizna oplata u mnogim slučajevima predstavlja veoma pogodan i racionalan sistem za

izvođenje visokih objekata. To je mehanizovani postupak za izvođenje monolitnih armiranobetonskih konstrukcija i, najzad, to je sistem kojim se rešava ne samo pitanje oplate već i mnoga druga pitanja gradnje: skela, vertikalni transport materijala, malterisanje itd. Budući da mnoga specijalizovana preduzeća ne samo što poznaju ovaj sistem i grade po njemu, već se još i bave njegovim unapređenjem, može se očekivati još veći razvoj ove tehnike građenja. Ovaj kratak pregled primene treba da posluži u tome smislu i da pokaže u kome se obimu i pravcu ovaj sistem razvija.

8.4. VISOKOGRADNJA

8.4.1. **Provetravanje u stambenim zgradama**

Mere i uslovi za provetravanje stambenih zgrada propisani su Pravilnikom o tehničkim merama i uslovima za provetravanje u stambenim zgradama (Službeni list SFRJ broj 35/70 od 13. VII 1970. godine). Odredbe pravilnika primenjuju se pri projektovanju i građenju stambenih zgrada i stambenih prostorija u drugim zgradama, kao i pri projektovanju i građenju prostorija društvenog standarda u stambenim zgradama.

Pod provetravanjem podrazumeva se izmena vazduha u prostorijama, tako da se vazduh koji se nalazi u prostorijama odvodi u atmosferu, a iz atmosfere dovodi svež vazduh u te prostorije, sa ciljem da se održi u prostorijama vlažnost i čistoća vazduha, kao i režim kretanja vazduha po normativima koji odgovaraju potrebama čovekovog zdravlja i udobnog stanovanja.

Prirodno provetravanje je ono pri kome se vazduh izmenjuje korišćenjem njegovih prirodnih osobina pri različitim temperaturama u i van prostorije, bez upotrebe mehaničkih i drugi uređaja. Prirodno provetravanje se vrši kroz procepe i zidove. otvorene prozore ili otvore za provetravanje, kao i kroz ventilacione kanale.

Veštačko provetravanje je ono pri kome se vazduh izmenjuje pomoću ventilatora ili sličnih uređaja.

Pravilnikom je propisana maksimalno dopuštena koncentracija štetnih materija u atmosferi naselja.

Prostorije se provetravaju na najmanje jedan od sledećih načina:

— individualne garaže	provetravanje kroz procepe, prozore, ventilacione kanale ili otvore za provetravanje u vratima i na suprotnom zidu, sa pomerenim nivoom
— kuhinje	provetravanje kroz prozore i ventilacione kanale, eventualno veštačko provetravanje
— kupatila	provetravanje kroz prozore i ventilacione kanale
— ostave za namirnice	provetravanje kroz prozore
— perionice rublja	provetravanje kroz prozore i ventilacione kanale, eventualno veštačko
— sobe za rad i boravak	provetravanje kroz prozore
— spavaće sobe	provetravanje kroz prozore
— stepeništa	provetravanje kroz prozore
— klozeti	provetravanje kroz prozore i ventilacione kanale, eventualno veštačko provetravanje
— radionice u stambenim zgradama	provetravanje veštačko i nezavisno od stanova.

Provetravanjem se mora obezbediti efikasna izmena vazduha u prostoriji. Broj izmena vazduha na čas dat je u tablici 1.

Prostorije se provetravanju kroz prozore i otvore za provetravanje otvaranjem prozora, balkonskih vrata ili otvora za provetravanje. Veličina prozora, balkonskih vrata ili otvora za provetravanje mora biti

tolika da se obezbedi efikasnost izmene vazduha u prostorijama.

Za provetravanje kroz procepe i provetravanje kroz zidove propisima je dat način proračuna i uslovi provetravanja.

Pri provetravanju kroz ventilacione kanale svaka prostorija se provetrava kroz vertikalni ventilacioni kanal koji se izvodi od te prostorije do iznad krova. Ventilacioni kanali se izvode kao pojedinačni ili kao sabirni.

Pojedinačni ventilacioni kanal je kanal koji se izvodi zasebno za svaku prostoriju koja se provetrava, i to od prostorije do iznad krova.

Pod sabirnim ventilacionim kanalom podrazumeva se kanal koji se izvodi od najniže etaže zgrade do iznad krova i na koji se priključuju prostorije sa svih spratova pomoćnim ventilacionim kanalima. Na sabirni ventilacioni kanal mogu se priključiti najviše dva pomoćna ventilaciona kanala sa jednog sprata.

Pojedinačni ventilacioni kanali izvode se uvek ako zgrada nema više od prizemlja i četiri sprata. Ako je zgrada viša izvode se po pravilu sabirni ventilacioni kanali.

Ventilacione kanale treba izvoditi pod uslovima datim u tablici 2. Odnos manje strane prema većoj strani pomoćnog ventilacionog kanala može biti najviše 1 : 1,5.

Zavisno od položaja kanala i klimatske zone, u propisima su određeni najmanji dozvoljeni otpori prolazu toplote za zidove ventilacionih kanala. Za prizemlje i spratove, osim najvišeg, u I i II građevinskoj klimatskoj zoni debljina treba približno da odgovara 1/4 pune opeke sa malterom debljine 2 cm. U III građevinskoj klimatskoj zoni ova debljina treba približno da odgovara 1/2 pune opeke sa malterom debljine 2 cm.

Ventilacioni kanali moraju biti zidani ili izgrađeni pravo, bez savijanja i moraju iznutra biti glatki.

Pomoćni ventilacioni kanal mora biti visok kao i sprat, a od toga se izuzimaju pomoćni ventilacioni kanali najvišeg sprata i sprata ispod njega. Ulaz u pomoćni ventilacioni kanal na najvišem spratu na kome se prostorija priključuje na sabirni kanal, mora biti udaljen od vrha sabirnog kanala najmanje 5 m. Pomoćni ventilacioni kanal najvišeg sprata mora biti visok najmanje 2,5 metara, računato od vrha ventilacionog kanala do ventilacionog otvora. Sabirni ventilacioni kanal kod kosih krovova mora biti viši za 0,5 m od bilo koje prepreke u krugu od 15 m, osim dimnjaka. Kod ravnih krovova ventilacioni kanal mora biti najmanje 2 m iznad površine krova.

Ventilacioni kanali postavljaju se tako da se po mogućnosti graniče sa grejanim prostorijama ili pored dimnjaka koji su često u upotrebi. Postavljanje ventilacionih kanala u obimne zidove nije dopušteno.

Ako su ventilacioni kanali udaljeni manje od 1 m od dimnjačkog kanala, materijal za ventilacione kanale mora, uz dovoljnu otpornost prema vlazi, biti i dovoljno otporan prema požaru, nepropustljiv za gasove kao i dimnjak. Za izradu elemenata za ventilacione kanale može se upotrebiti materijal od koga se izrađuju monta opeke, beton od drobljene opeke, laki beton, šamot ili drugi materijali koji imaju fizičko-hemijska svojstva kao pomenuti materijali. Najmanja čvrstoća na pritisak materijala za elemente za kanale i obloge, kao i za vezivni materijal, ne može biti manja od 40 kp/cm².

Na ventilacione kanale ne smeju se priključivati ložišta.

Dopušteno je ugrađivanje ventilatora na ulaznoj strani pojedinih ventilacionih kanala.

Nije dopušteno ugrađivanje ventilatora na ulaznoj strani pomoćnih ventilacionih kanala u sistemu sa sabirnim ventilacionim kanalom.

Dopušteno je ugrađivanje zajedničkog ventilatora na vrhu sabirnog ventilacionog kanala i svetlarnika, sa mogućnošću puštanja ventilatora u pogon iz bilo kog stana. Propisima je predviđena najveća dozvoljena buka krovnog ventilatora.

Kuhinje se ne smeju graditi bez prozora u obimnom zidu a mogu imati i ventilacioni kanal.

Veštačko provetravanje izvodi se u područjima sa jakom turbulencijom vetrova, ako prirodno provetravanje ne može ispravno da funkcioniše. Veštačko provetravanje može biti: provetravanje odsisavanjem vazduha, provetravanje dodavanjem vazduha i kombinovano provetravanje.

Provetravanje dodavanjem vazduha i komibnovano provetravanje primenjuju se samo u trgovinama i radionicama u stambenim zgradama koje nemaju nikakav pomoćni ulaz za stepenište i koje raspolažu isključivo sopstvenim ventilacionim kanalima.

Odredbe pravilnika o tehničkih merama i uslovima za provetravanje u stambenim zgradama primenjuje se na zgrade čija izgradnja je započela posle 31. avgusta 1970. godine.

Broj izmena vazduha u jedinici vremena

Tablica 1

	Pri visini prostorije u m			
	3,0	2,8	2,6	2,4
	broj potrebnih izmena vazduha na čas iznosi			
Individualne garaže	3	5	5	6
Kuhinje (za vreme kuvanja)	15	25	30	30
Kupatila	4	7	8	8
Ostave za namirnice	10	20	25	30
Perionice rublja	5	9	12	15
Sobe za rad i boravak	3	4	4	5
Spavaće sobe	3	4	5	6
Stepeništa	4	6	7	8
Klozeti	4	5	7	9

Mere elemenata ventilacionih kanala i broj priključaka na sabirni ventilacioni kanal

Tablica 2

Klimatska zona	Čist-svetli otvor ventilacionog kanala (cm × cm)	Najmanja debljina pregrade između glavnog i pomoćnog ventilacionog kanala (cm)	Najmanja debljina na obimne stene ventilacionog kanala (cm)	Najveći broj priključaka na jedan zajednički sabirni kanal
1	2	3	4	5
I	8× 8 ili 8 ϕ	—	3	pojedinačni kanal
	17×17	2	3	4
	20×20	2	3	6
	23×23	3	4	9
	26×26	3	4	12
II	8× 8 ili 8 ϕ	—	3	pojedinačni kanal
	17×17	2	3	6
	20×20	2	3	9
	23×23	3	4	12
	26×26	3	4	16
III	8× 8 ili 8 ϕ	—	3	pojedinačni kanal
	17×17	2	3	9
	20×20	2	3	12
	23×23	3	4	16
	26×26	3	4	20

8.4.2. Toplotna zaštita stambenih, javnih i poslovnih zgrada

Mere i uslovi za toplotnu zaštitu stambenih, javnih i poslovnih zgrada propisani su Pravilnikom o tehčnikim merama i uslovima za toplotnu zaštitu zgrada (Službeni list SFRJ broj 35/70 od 13. VIII 1970. godine). Pravilnikom je određen kvalitet toplotne zaštite zgrada a njegove odredbe primenjuju se pri projektovanju, građenju, rekonstrukciji i održavanju stambenih, javnih i poslovnih zgrada.

Osnovni pojmovi i veličine koji se odnose na toplotnu zaštitu zgrada su sledeći:

— toplotni fluks (ϕ) je količina toplote koja prolazi kroz neku površinu za jedan čas, a njegova merna jedinica je kcal/h;

— koeficijent toplotne provodljivosti (λ) je količina toplote koja za jedan čas prolazi kroz sloj nekog materijala debljine jedan metar, i to upravno na njegovu površinu od jednog metra kvadratnog, ako razlika temperature u stacionarnom stanju između obe površine iznosi 1°C. Merna jedinica koeficijenta toplotne provodljivosti je kcal/mh°C;

— koeficijent prelaza toplote (α) je količina toplote koja se za jedan čas izmeni između zida površine od jednog metra kvadratnog i vazduha koji dodiruje tu površinu, ako razlika temperature između vazduha u prostoriji i površine zida iznosi 1°C. Merna jedinica koeficijenta prelaza toplote je kcal/m²h°C;

— ukupna toplotna propustljivost građevinskog elementa (Λ) je količina toplote koja prolazi za jedan čas kroz građevinski elemenat debljine izražene u metrima, i to upravno na njegovu površinu od jednog metra kvadratnog, ako razlika temperature, pri stacionarnom fluksu između jedne i druge granične površine iznosi 1°C. Merna jedinica ukupne toplotne propustljivosti građevinskog elementa je kcal/m²h°C;

— otpor prolazu toplote je recipročna vrednost ukupne toplotne propustljivosti (1/Λ). Merna jedinica otpora prolazu toplote je $m^2h^0C/kcal$;

— koeficijent prolaza toplote (k) je količina toplote koja prolazi za jedan čas kroz pregradni građevinski elemenat debljine izražene u metrima, i to upravno na njegovu površinu od jednog metra kvadratnog, ako razlika temperature vazduha pri stacionarnom fluksu sa obe strane građevinskog elementa iznosi 1^0C. Merna jedinica koeficijenta prolaza toplote je $kcal/m^2h^0C$;

— celokupni otpor prolazu toplote je recipročna vrednost koeficijenta prolaza toplote (l/k). Merna jedinica celokupnog otpora prolazu toplote je $m^2h^0C/kcal$;

— relativna vlažnost vazduha (φ) ili stepen vlažnosti je odnos sadržaja vodene pare u vazduhu izražen u procentu pri određenoj temperaturi (apsolutni sadržaj vlage u vazduhu u g/m^3) i maksimalno mogućeg sadržaja vodene pare u vazduhu pri istoj temperaturi (količina vodene pare u g/m^3 kad nastupa zasićenje);

— koeficijent produvavanja vazduha (a) je količina vazduha u m^3 koja prolazi za jedan čas kroz dužni metar zastora prozora ili vrata, ako je razlika pritiska sa obe strane zastora 1 mm vodenog stuba (VS).

Pri proračunavanju toplotne zaštite primenjuju se računske vrednosti koeficijenta toplotne provodljivosti određene prema vrstama materijala ili građevinskih elemenata u tablici 1.

Materijali koji nisu navedeni u tablici 1 mogu se upotrebiti pri građenju samo pod uslovom da su računske vrednosti koeficijenata toplotne provodljivosti λ tih materijala potvrdene atestom izdatim od strane stručne radne organizacije registrovane za delatnost u koju spada ispitivanje toplotnih osobina materijala.

Računske vrednosti koeficijenta toplotne provodljivosti razlikuju se od izmerenih vrednosti koeficijenta toplotne provodljivosti na potpuno osušenom uzorku materijala, jer obuhvataju uticaj građevinske vlage koju građevinski elemnt ima pod normalnim uslovima eksploatacije.

Kako neki građevinski elementi mogu imati i vazdušne slojeve, to su računske vrednosti otpora prolazu toplote za njih date u tablici 2. Vrednosti otpora prolazu toplote iz tablice 2 važe samo za slojeve vazduha kod kojih nema velike konvekcije.

Za pregradne elemente zgrade (zidovi, tavanice, krovovi) i za prozore i vrata propisana je minimalna toplotna izolacija zavisno od građevinske klimatske zone mesta u kome se zgrada gradi.

Teritorija naše zemlje podeljena je u tri građevinske klimatske zone, obeležene na karti klimatskih zona datoj u pravilniku.

Srednje vrednosti najnižih godišnjih temperatura u građevinskim klimatskim zonama iznose:

— građevinsko-klimatska zona I	-12^0C
— građevinsko-klimatska zona II	-18^0C
— građevinsko-klimatska zona III	-24^0C

Kao kriterijum minimalne toplotne zaštite zgrada u pravilniku su date vrednosti najvećeg dozvoljenog koeficijenta prolaza toplote k odnosno, najmanjeg dozvoljenog koeficijenta otpora prolazu toplote $1/\Lambda$. Za spoljne i pregradne zidove, za tavanice između stanova, prema tavanu i podrumu i iznad otvorenih prolaza, za kose i ravne krovove i za konstrukciju poda na tlu kriterijumi minimalne toplotne zaštite da ti su u tablicama 3 i 4. Vrednosti u tablici 3 odnose se na masivne građevinske elemente sa površinskom težinom iznad 300 kp/m^2.

Zbog dobrih termohigrometrijskih osobina jednoslojnih zidova od pune opeke dozvoljene vrednosti koeficijenta prolaza toplote prema tablici 3 mogu se povećati za 10% (kod zidova od pune opeke ili opeke sa najviše do 15% šupljine).

Za lake spoljne zidove, tavanice i krovove površinskih težina ispod 300 kp/m² najveći dozvoljeni koeficijenti prolaza toplote k odnosno najmanji dozvoljeni otpori prolaza toplote $1/\Lambda$ dati su u tablici 4. Kod ovih zidova, naporedo sa opadanjem površinske težine elemenata, pooštravaju se zahtevi za toplotnu izolaciju zbog smanjene moći toplotne akumulacije ovakvih elemenata.

Vrednosti koeficijenata prolaza toplote k za spoljne zidove u tablicama 3 i 4. odnose se na zidove koji se graniče sa otvorenim prostorima ili sa prostorijama u kojima toplota preko zime može biti niža od $+10^0$C.

Pri izračunavanju prosečne vrednosti koeficijenta prolaza toplote k za spoljne zidove ne uzimaju se u obzir prozori i balkonska vrata uobičajenih dimenzija. Za slučaj da je ceo zid zatvoren samo prozorom, ovakvu situaciju treba posebno uzeti u obzir kod dimenzionisanja grejanja prostorije.

Toplotni mostovi spoljnih zidova moraju se dodatno toplotno zaštititi, tako da njihova izolacija bude jednaka toplotnoj izolaciji samih zidova.

Spoljni zidovi prostorija u kojima je relativna vlažnost, pri temperaturi nižoj od -10^0C, kroz duže vreme iznad 60%, moraju se bolje toplotno zaštititi nego što je minimalna toplotna zaštita, radi sprečavanja rošenja i vlaženja difundovanom vodenom parom. Ukoliko se ne poveća toplotna zaštita potrebno je relativnu vlažnost prostorije smanjiti efikasnim provetravanjem.

Pri izračunavanju srednje vrednosti koeficijenta prolaza toplote za tavanice moraju se uzeti u obzir i toplotni mostovi, obezbeđujući istovremeno najmanju

traženu toplotnu zaštitu po tablici 3 i na samom toplotnom mostu.

Kod garaža ispod grejnih prostorija, iste se u pogledu zaštite smatraju tavanicama koje se sa donje strane graniče slobodnim prostorom.

Tavanski prostori koji se nalaze iznad grejnih prostorija moraju se provetravati dovođenjem spoljnog vazduha.

Vrednost koeficijenata prolaza toplote k za toplotne mostove spoljnih zidova i tavanica lakših od 300 kp/m², određena u tablici 4, izračunava se vodeći računa o minimalnoj toplotnoj zaštiti na toplotnim mostovima određenoj u tablici 3, s tim što srednja vrednja koeficijenata prolaza toplote cele konstrukcije mora da odgovara zahtevima u tablici 4.

Vrednosti koeficijenata prolaza toplote k lakih kosih i ravnih krovova, određene u tablici 4, ne smeju biti veće od koeficijenata prolaza toplote ovakvih konstrukcija predviđenih u tablici 3.

Toplotna zaštita koju treba da obezbede prozori i vrata na spoljnim zidovima ili zidovima prema sredinama čija temperatura može biti manja od $+10^0$C određeni su u tablici 5. Istovremeno fasadni prozori i zastakljene površine moraju se zaštititi od sunca zavesama, roletnama i sl.

Projektanti zgrada obavezni su da u projektima proračunom dokazuju toplotnoizolaciona svojstva zidova, tavanica i krovova zgrada.

Toplotnoizolaciona sposobnost nekog građevinskog elementa ili konstrukcije može se sa dovoljnom tačnošću, za temperature vazduha koje se javljaju u našim prilikama, računski odrediti po obrascu:

$$\frac{1}{\Lambda}=\frac{d_1}{\lambda_1}+\frac{d_2}{\lambda_2}+\cdots+\frac{d_n}{\lambda_n} \qquad (1)$$

Celokupan otpor prolazu toplote dobija se kada se uzmu u obzir i koeficijenti prolaza toplote, i sračunava se po obrascu:

$$\frac{1}{K}=\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_e} \qquad (2)$$

U ovom obrascu α_i označava koeficijent prelaza toplote na unutrašnjoj površini pregrade a α_e koeficijent prelaza toplote na spoljnoj (fasadnoj) površini pregrade.

Vrednosti koeficijenata prelaza toplote određene su u tablici 6. U tablici 3 dati su za pojedine konstrukcije, zavisno od njihovog položaja u zgradi i u odnosu na okolinu, koeficijenti prelaza toplote sa kojima treba računati u određenom slučaju.

Pri izračunavanju toplotne izolacije poda na tlu uzima se debljina materijala od gornje tople površine do sloja koji služi kao prepreka za podzemnu vodu.

U svakoj prostoriji za boravak ljudi u zgradi izgrađenoj u II ili III klimatskoj zoni mora postojati mogućnost za zagrevanje. U zgradi izgrađenoj u I klimatskoj zoni mora postojati mogućnost zagrevanja najmanje jedne sobe u stanu.

Kod svih zgrada konstrukcije i elemnti zgrade moraju biti zaštićeni od vlaženja (atmosferske vode, difuzije vodene pare, podzemne vode i sl.).

Prilikom izvođenja elemenata i konstrukcija saglasno sa rešenjima datim u projektu, materijal koji se upotrebljava mora imati atest koji dokazuje njegove toplotnoizolacione osobine. Ako su osobine slabije od onih predviđenih u tablici 1 pravilnika dužan je izvođač da u zajednici sa projektantom nađe odgovarajuće tehničko rešenje radi postizanja minimalne toplotne zaštite propisane pravilnikom.

Odredbe Pravilnika o tehnikim merama i uslovima za toplotnu zaštitu zgrada primenjuju se na zgrade za čije je građenje potrebno odobrenje za građenje i čija izgradnja je započela posle 30. septembra 1970. godine.

Računske vrednosti koeficijenata toplotne provodljivosti

Tablica 1

Materijal	Zapreminska težina (kp/m³)	Vrednosti λ (kcal/mh°C)
1. *Prirodni kamen i zemlja*		
Granit, gnajs	2400---3000	3,0
Mermer	2500—2900	2,0—3,0
Peščar, amorfni krečnjak	2500	1,5
Pesak i sitni šljunak	1500—2000	1,0—1,5
Obradiva zemlja, humus	1500—2000	1,3—2,2
2. *Malter (untrašnji i spoljni)*		
Krečni malter	1700	0,75
Produžni malter	1800	0,85
Cementni malter	2100	1,10
3. *Betoni*		
Beton od kamenog agregata	2400	1,5
	2200	1,2
	2000	1,0
	1800	0,8
Laki beton i beton od lakih agregata	1400	0,53
	1200	0,42
	1000	0,33
	800	0,25
	600	0,19
	400	0,15
4. *Gips*	1200	0,50
	1000	0,45

(nastavak)

Materijal	Zapreminska težina (kp/m³)	Vrednosti λ (kcal/mh°C)
5. *Materijal za ispunu*		
Pesak	1700	0,50
Šljunak	1800	0,70
Lomljena opeka	800	0,35
Drobljena pluta	50	0,035
6. *Zidovi*		
Zid od pune opeke	1800	0,65
(šupljikavost 0—15%)	1600	0,55
	1400	0,50
Zid od giter opeke ili šuplje opeke	1400	0,52
	1200	0,48
Zid od blokova iz elektrofilterskog pepela	1500	0,50
	1300	0,45
Zid od šljako termoblokova	1400	0,50
	1200	0,40
Zid od blokova od gas i penobetona	800	0,30
	600	0,23
7. *Izolacioni materijali*		
Ploče od drvene vune	500	0,085
	400	0,075
Ploče od drvenih vlakana		
tvrde	1000	0,10
mekane	400	0,05
	300	0,045
	200	0,04

(nastavak)

Materijal	Zapreminska težina (kp/m³)	Vrednosti λ (kcal/mh°C)
Iverice presovane	600	0,12
Ploče od presovane slame	350	0,085
Ploče od ekspandovane plute	200	0,040
	150	0,037
	100	0,033
Prskani azbest	600	0,15
	400	0,10
Mineralna vuna, staklena vuna i ostala mineralna vlakna	80—200	0,040
Mineralna vuna ispod plivajućeg poda (nabijena)		0,075
Penoplasti	15—50	0,033
8. *Drvo*		
Bukva	800	0,15
Hrast	800	0,18
Smreka, bor, jela	500	0,12
Panel ploče	600	0,12
9. *Staklo*		
Ravno staklo (prozorsko)	2700	0,70
10. *Obloge*		
Azbestnocementne ploče	1800	0,40
Keramičke pločice	2000	0,90
Linoleum	1200	0,16
Gume	950—1000	0,12—0,25

(nastavak)

Materijal	Zapreminska težina (kp/m³)	Vrednosti λ (kcal/mh°C)
11. *Bitumenski materijali*		
Bitumen	1050	0,15
Asfalt	2100	0,60
Bitumenska lepenka	1100	0,16
12. *Malteri*		
Aluminijum	2800	175
Bakar	9000	330
Olovo	11500	30
Cink	7100	95
Liveno gvožđe-čelik	7800	50

Zapreminska težina, određena za zidove u tablici 1 iz stava 1. ovog člana, odnosi se na celu opeku ili na blok zajedno sa šupljinama, a ne na zidove.

Računske vrednosti otpora prolazu toplote 1/Λ za vazdušne slojeve

Tablica 2.

Položaj sloja vazduha	Otpor prolazu toplote 1/Λ (m²h°C/kal) za vazdušni sloj debljine (cm)					
	1	2	5	10	15	20
Vertikalno	0,18	0,20	0,21	0,21	0,20	0,20
Vodoravno, topla strana odozdo	0,16	0,18	0,19	0,19	0,19	0,19
Vodoravno, topla strana odozgo	0,18	0,22	0,25	0,27	0,26	0,28

Najveći dozvoljeni koeficijent prolaza toplote k za masivne građevinske elemente (iznad 300 kp/m²), odnosno najmanji dozvoljeni koeficijent otpora prolazu toplote $1/\lambda$

Red. br.	Građevinski elementi	Vrsta grejanja	k
1.	Spoljni zidovi		1,45
2.	Pregradni zidovi između stanova i prema negrejanom stepeništu	lokalno grejanje	1,70
3.	Pregradni zidovi prema stepeništu grejanom iznad 10°C	centralno grejanje	2,5
4.	Tavanice između stanova	lokalno grejanje	1,20
		centralno grejanje	2,00
5.	Konstrukcija poda na tlu		0,80
6.	Tavanice prema tavanu		1,0
			1,30
7.	Tavanice iznad podruma		0,90
			1,20
8.	Tavanice iznad otvorenih prolaza i sl.		0,60
			0,75
9.	Kosi i ravni krovovi — tavanice, iznad grejanih prostorija.		0,80
			1,30

Tablica 3

Građevinske klimatske zone							
I		II		III		Vrednosti α_i i α_e	Primedbe
$1/\lambda$	k	$1/\lambda$	k	$1/\lambda$			
0,50	1,25	0,61	1,10	0,72	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=20$	na svakom mestu
0,31	1,60	0,34	1,40	0,43	$\alpha_i=7$	$\alpha_i=7$	na svakom mestu
0,12	2,5	0,12	2,5	0,12	$\alpha_i=7$	$\alpha_i=7$	na svakom mestu
0,55	1,20	0,55	1,20	0,55	$\alpha_i=7$	$\alpha_i=7$	na svakom mestu
0,22	2,00	0,22	2,00	0,22	$\alpha_i=7$	$\alpha_i=7$	na svakom mestu
1,05	0,80	1,05	0,80	1,05	$\alpha_i=5$	$\alpha_e=0$	na svakom mestu
0,81	1,0	0,81	1,0	0,81	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=20$	srednja vrednost
0,58	1,30	0,58	1,30	0,58	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=20$	toplotni most
0,77	0,90	0,77	0,90	0,77	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=5$	srednja vrednost
0,49	1,20	0,49	1,20	0,49	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=5$	toplotni most
1,42	0,50	1,75	0,45	1,97	$\alpha_i=5$	$\alpha_e=20$	srednja vrednost
1,08	0,65	1,29	0,60	1,42	$\alpha_i=5$	$\alpha_e=20$	toplotni most
1,06	0,80	1,06	0,80	1,06	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=20$	srednja vrednost
0,58	1,30	0,58	1,30	0,58	$\alpha_i=7$	$\alpha_e=20$	toplotni most

Najveći dozvoljeni koeficijenti prolaza toplote k odnosno najmanji dozvoljeni otpori toplote $1/\lambda$ za lake spoljne zidove, krovove i tavanice površinskih težina manjih od 300 kp/m

Tablica 4

R. b.	Površinska težina (kp/m²)	Građevinska klimatska zona I		II		III	
		k	1/λ	k	1/λ	k	1/λ
		kcal/m²h⁰C	m²h⁰C/kcal	kcal/m²h⁰C	m²h⁰C/kcal	kcal/m²h⁰C	m²h⁰/kcal
1	20	0,60	1,48	0,45	2,03	0,35	2,67
2	50	0,70	1,24	0,55	1,63	0,45	2,03
3	100	0,90	0,92	0,75	1,14	0,60	1,48
4	150	1,10	0,72	0,95	0,86	0,80	1,06
5	200	1,30	0,58	1,15	0,68	1,00	0,81
6	300	1,45	0,50	1,25	0,61	1,10	0,72

Vrednost koeficijenta prolaza toplote (k) pojedinih tipova prozora i vrata

Tablica 5

Red. br.	Tip spoljnih prozora i vrata	Koeficijen k (kcal/m²h⁰C)
1.	Drveni prozor sa jednostrukim zastakljenjem	4,5
2.	Drveni prozor krilo na krilo	2,5
3.	Drveni dvostruki prozor	2,0
4.	Drveni prozor sa dvostrukim staklom u razmaku 12 mm	2,8
5.	Metalni prozor sa jednostrukim zastakljenjem	5,0
6.	Metalni prozor krilo na krilo	3,0
7.	Metalni prozor sa dvostrukim staklom u razmaku od 12 mm	3,2
8.	Vrući betonski prozori i prozori za izloge	5,0
9.	Drvena vrata	3,0
10.	Drvena vrata sa jednostrukim zastakljenjem	4,0
11.	Drvena vrata krilo na krilo	2,3

Koeficijent produvavanja vazduha (α) ne sme biti veći od 3 m³/hm¹ mm VS (m¹ = dužni metar procepa).

Vrednosti koeficijenta prelaze toplote α

Tablica 6

	α kcal/m²h°C	$\frac{1}{\alpha}$ m²h°C/kcal
Na unutrašnjim površinama zidova i prozora u zatvorenim prostorajama	$\alpha_i = 7$	$\frac{1}{\alpha_i} = 0{,}14$
Na unutrašnjim površinama tavanica		
a. toplotni fluks usmeren nagore	$\alpha_i = 7$	$\frac{1}{\alpha_i} = 0{,}14$
b. toplotni fluks usmeren nadole	$\alpha_i = 5$	$\frac{1}{\alpha_i} = 0{,}20$
Na spoljnim površinama i pri srednjim brzinama vetra (oko 2 m/sek)	$\alpha_e = 20$	$\frac{1}{\alpha_e} = 0{,}05$

8.4.3. Zvučna zaštita stambenih, javnih i poslovnih zgrada

Mere i uslovi za zvučnu zaštitu stambenih, javnih i poslovnih zgrada propisani su Pravilnikom o tehničkim merama i uslovima za zvučnu zaštitu zgrada (Službeni list SFRJ broj 35/70 od 13. VIII 1970. godine). Pravilnikom je određen kvalitet zvučne zaštite zgrada, a njegove odredbe primenjuju se pri projektovanju, građenju, rekonstrukciji i održavanju stambenih, javnih i poslovnih zgrada.

Neki osnovni pojmovi i veličine koje se odnose na zvučnu zaštitu zgrada su sledeći:

— zvuk je niz mehaničkih poremećaja ili vibracija u elastičnoj ili viskoznoj sredini, koje oseća čovečje uvo;

— oscilacije su naizmenične promene (obično u vremenu) amplitude neke veličine oko unapred određene vrednosti;

— vibracije su oscilacije koje se odnose na kretanje mehaničkih sistema;

— decibel (*dB*) je merna jedinica za logaritam (za osnovu 10) odnosa između dve istorijske veličine koje imaju prirodu snage pomnožene sa 10.

Ako postoji odnos između određene veličine i njene referentne vrednosti — decibel je mera za nivo te veličine;

— šum je zvuk proizveden statistički slučajnim oscilacijama;

— buka je neželjeni zvuk;

— zvučno apsorbovanje je osobina materijala i predmeta, uključujući vazduh, da apsorbuje zvuk;

— zvučna zaštita je mera koja se preduzima radi smanjenja intenziteta zvuka;

— zvučna izolacija je zaštitno dejstvo konstrukcije u akustičkom smislu i merilo je slabljenja zvuka;

— izolaciona moć pregrade (R) je mera zvučne izolacije te pregrade. Merna jedinica izolacione moći pregrade je *dB*;

— zvučna propustljivost (L_n) je veličina koja odgovara zvučnom nivou nastalom zbog određenih mehaničkih udara o površinu konstrukcije i pokazuje veličinu zvučne zaštite od zvuka proizvedenog udarom. Merna jedinica zvučne propustljivosti je *dB;*

— smanjenje zvučne propustljivosti ($\triangle L$) poda ili plafona je razlika između zvučne propustljivosti

tavanice bez poda odnosno plafona i zvučne propustljivosti te tavanice sa podom odnosno plafonom.

Minimalne vrednosti pojedinih veličina zvučne izolacije i zvučne propustljivosti kojima je određen kvalitet zvučne zaštite odnose se:

a) kod stambenih zgrada i zgrada sa stambenim i poslovnim prostorijama, na sledeće konstrukcije:
— pregradne zidove između stanova;
— pregradne tavanice između stanova;
— pregradne tavanice između stanova i tavana;
— pregradne tavanice između stanova i podruma;
— sve pregrade između stanova i stepeništa odnosno prolaza;
— sve pregrade između stanova i prostorija za zajedničke potrebe;
— sve pregrade između stanova i poslovnih prostorija;
— sve pregrade između stanova koji se nalaze u dve zgrade čiji se bočni zidovi dodiruju;

b) kod poslovnih zgrada sa poslovnim prostorijama:
— pregrade između prostorija različitih korisnika;
— pregrade između kabineta i ostalih prostorija istog korisnika;
— sve tavanice u pogledu zvučne propustljivosti;

c) kod hotela, motela, klinika, bolnica, škola i drugih javnih zgrada;
— sve pregrade između tihih prostorija (između gostinskih soba, bolesničkih soba, učionica i slično);
— sve pregrade između tihih i bučnih prostorija (između gostinskih soba i holova, bolesničkih soba i trpezarije, učionica i hodnika i slično);

d) kod radionica, bioskopa, noćnih lokala, gostionica i ostalih prostorija u kojima se proizvodi buka:
— sve pregrade između bučne i ostalih tihih prostorija.

Minimalne vrednosti zvučne izolacije zidova i tavanica određene su standardnim krivama R i R' po određenom dijagramu. Zvučna izolacija izražava se u funkciji frekvencije i to za frekventni opseg od 100 do 3150 herca (Hz).

Maksimalne vrednosti zvučne propustljivosti tavanica određene su standardnom krivom po određenom dijagramu. Zvučna propustljivost se izražava u funkciji frekvencije i to za frekventni opseg od 100 do 3150 herca (Hz).

Način ispitivanja zvučne izolacije i zvučne propustljivosti tačno je propisan. Ispitivanje se kod zidova i tavanica može vršiti u laboratoriji ili na zgradi. Kod prozora i vrata ono se vrši samo u laboratoriji.

Zvučna zaštita konstrukcija opisanih napred mora zadovoljiti minimalne vrednosti iz tablice 1.

Srednje odstupanje od standardne krive u nepovoljnom smeru ne sme biti veće od $2dB$. Način izračunavanja ovog srednjeg odstupanja propisan je pravilnikom.

Zvučna propustljivost podova ocenjuje se srednjim smanjenjem zvučne propustljivosti.

Zvučna zaštita (izolacija) prozora i vrata mora zadovoljiti vrednosti određene u tablici 2.

Zvučna izolacija i propustljivost pojedinih konstrukcija može se proračunom samo ocenjivati, dok se prave vrednosti dobijaju samo putem standardnih ispitivanja.

Pravilnikom je predviđeno da se odobrenje za upotrebu izgrađene zgrade može dati samo ako je atestom izdatim od strane stručne radne organizacije registrovane za delatnost u koju spada ispitivanje zvučnih osobina elemenata i konstrukcija zgrada potvrđeno da su elementi i konstrukcije zgrade izrađeni u skladu sa odredbama pravilnika.

Odredbe Pravilnika o tehničkim merama i uslovima za zvučnu zaštitu zgrada primenjuju se na

zgrade za čije je građenje potrebno odobrenje za građenje i čija izgradnja je započela posle 30. septembra 1970. godine.

Minimalni zahtevi za zvučnu zaštitu

Tablica 1

Konstrukcija	Zahteva se odstupanje od standardne krive	
	Zvučna izolacija *dB*	Zvučna propustljivost *dB*
1. Stambene zgrade i zgrade sa stambenim i poslovnim prostorijama		
— zidovi između dva stana	0	—
— zidovi između stana i prostorija za zajedničke potrebe:	0	—
— zidovi između stana i stepeništa odnosno hodnika	0	—
— zidovi između stana i poslovnih prostorija	+3	—
— zidovi između stana i prolaza za garažu i slično	+3	—
— zidovi između susednih stanova u dve zgrade	0	—
— sve tavanice osim onih iznad prolaza za garaže i sličnih	0	0
— tavanice iznad prolaza za goaraže i sličnih	+3	−3

(nastavak)

2. Poslovne zgrade sa poslovnim prostorijama:		
— zidovi između prostorija dva korisnika	0	—
— zidovi između radnih kabineta i ostalih prostorija istog korisnika	0	—
— sve tavanice	0	0
3. Hoteli, moteli, klinike, bolnice, škole i slično:		
— zidovi između tihih prostorija (između gostinskih soba, između bolesničkih soba, između učionica i slično)	0	—
— zidovi između tihih i bučnih prostorija (između gostinskih soba i holova, između bolesničkih soba i trpezarije, između učionica i hodnika i slično)	+5	—
— sve tavanice	+5	−10
4. Radionice, bioskopi, noćni lokali, gostionice i slične prostorije:		
— zidovi između bučne prostorije i ostalih tihih prostorija	+8	—
— sve tavanice	+8	−10

Zvučna zaštita prozora i vrata

Tablica 2

Konstrukcija	Stambene, poslovne i javne zgrade	Bolnice
Prozori	30 *dB*	35 *dB*
Vrata	25 *dB*	30 *dB*
Ulazna vrata stana	30 *dB*	

Prof. B. TRBOJEVIĆ

IX

MEHANIZACIJA U GRAĐEVINARSTVU

TEHNIKA

SADRŽAJ

9.1. Mehanizacija građevinskih radova — — 563
1. Mašine za radove u zemlji — — — — 564
1.1. Univerzalni bageri — — — — — — 566
1.2. Dozeri — — — — — — — — — 582
1.3. Skreperi — — — — — — — — 586
1.4. Grejderi — — — — — — — — 590
9.2. Transportna sredstva — — — — — 592
1. Pneumatici za vozila — — — — — 593
2. Proračun učinka vozila — — — — — 596
9.3. Mehanizacija za proizvodnju materijala 606
9.4. Kalkulacija mehanizovanih radova — — 620

9.1. MEHANIZACIJA GRAĐEVINSKIH RADOVA

Mehanizacija u savremenom građevinarstvu je preduslov primene savremenih metoda rada i savremene tehnologije. Dobro poznavanje svih karakteristika pojedinih mašina, kao i mogućnosti koje one pružaju, osnova su njihovog racionalnog korišćenja. Pogrešan izbor vrste mašina i rđavo korišćenje mogu da dovedu do kompromitovanja i osetnih gubitaka. Da bi primena mašina pružila najveće ekonomske povoljnosti neophodno je da se prethodno izvrši ekonomska analiza. Pri tome odlučujuću ulogu treba da ima tzv. uži izbor mašina, tj. ekonomsko upoređenje mogućih varijantnih rešenja i izbor najpovoljnijeg od njih.

Ne treba nikada smetnuti s uma da mašine mnogostruko povećavaju proizvodnost radnika, da se njima može vanredno skratiti vreme građenja a time i ostvariti ekonomske prednosti. Iako je rad mašina u nas u odnosu na radnu snagu još uvek dosta skup, ipak kad god se radi o većem broju radova njihova primena je opravdana. Da bi korišćenje mašina bilo racionalno, one treba da rade u dve smene, kod čega treću smenu treba organizovati za njihovo održavanje.

1. Mašine za radove u zemlji

Kod projektovanja i izvršenja zemljanih radova mora se voditi računa o vrsti i karakteristikama zemljišta. Podela zemljišta prema Privremenim tehničkim normama na I, II, III i IV_1 kategoriju kod mehanizovanih radova nije dovoljno prihvatljiva. Klasifikacija Organizacije proizvođača bagera SAD (Power Crane and Showel Association) više vodi računa o geomehaničkim i eksploatacionim karakteristikama zemljišta:

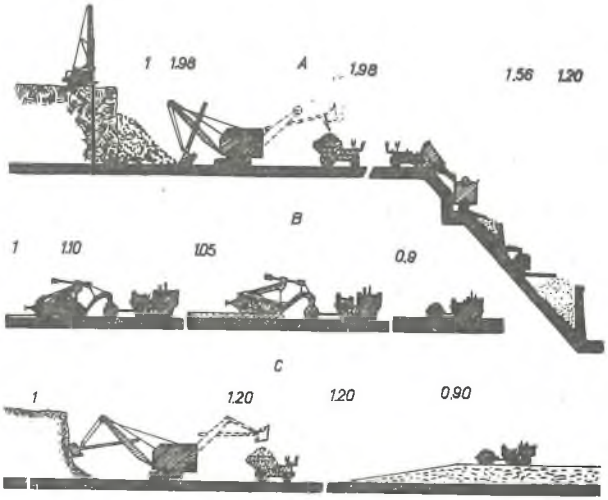
— laka peskovita ilovača, razmekšana glina,
— pesak i šljunak,
— obična zemlja,
— ilovača, tvrda i žilava,
— dobro minirana stena,
— običan iskop sa komadima stene i korenjem,
— lepljiva glina,
— slabo minirana stena.

Neophodno je poznavati kako težine materijala tako i njihovu rastresitost. Odnos težine u rastresitom stanju prema težini u raslom stanju (zdravici) izražava se koeficijentom rastresitosti (k_r). Za pojedine vrste zemlje podaci se daju u tablici 1.

Da bi se dobio tačan uvid kako treba operisati sa koeficijentom rastresitosti na sl. 1 daju se karakteristični slučajevi sa sledećim objašnjenjem:

A — rad u majdanima, gde je koeficijent k_r za raslu stenu $=1$. Kod miniranja povećava se zapremina a prostorna težina opada, tako da je $k_r=1{,}0/1{,}98=0{,}505$, da bi na kraju za fini agregat bila vrednost $k_r=1{,}0/1{,}20=0{,}835$.

B, C — za iskop, nasipanje i valjanje, gde imamo slučaj da na kraju dobijemo veću zbijenost (manju rastresitost) u nasipu od raslog terena (zdravice, tj. u nasipu je $k_r=1{,}0/0{,}9=1{,}11$.



Sl. 1

Kod izbora građevinskih mašina odlučujuće su sledeće okolnosti:

— obim radova i rok izvršenja,

— lokalni uslovi, kao konfiguracija, terena, klimatsko-meteorološki uslovi i uslovi podzemnih voda i nadzemnih vodostaja,

Težina materijala

Materijal	Težina u uraslom stanju kg/m³
Suva glina	1370
Laka glina	1660
Zbijena, žilava ili vlažna glina	1780
Suva zemlja	1660
Vlažna zemlja	2000
Zemlja pomešana sa peskom i šljunkom	1840
Mešavina zemlje i kamena (šut)	1490—1780
Suvi šljunak	1930
Mokar šljunak	2140
Mešavina ilovače i humusa	1600
Tvrda stena dobro minirana	2380
Drobljeni kamen i stena	1930—2330
Škriljac ili meka stena	1780

— uslovi dopreme mašina (kao stanje saobraćajnica i objekata, mostova i njehova nosivost, gabariti tunela i dr.), i
— uslovi snabdevanja energijom.

Za zemljane radove na saobraćajnicama uglavnom dolaze u obzir bageri, buldozeri, skreperi i grederi, kao i mehaničke utovarne lopate (utovarivači) za iskop, utovar i pokretanje zemljanih masa.

1.1. Univerzalni bageri

Danas se do zapremine kašike uglavnom proizvode univerzalni bageri sa priključnim oruđima: čeonom

i rastresitost (K_r)

Tablica 1

Rastresitost %	Koeficijent rastresitosti K_r	Težina u rastresitom stanju kg/m³
25	0,80	1090
30	0,77	1280
33	0,75	1340
25	0,80	1330
25	0,80	1600
18	0,85	1570
30	0,77	1140—1370
12	0,89	1720
14	0,88	1900
20	0,83	1330
50	0,67	1590
35	0,74	1430—1720
33	0,75	1340

(ili visinskom) kašikom, skreperskom (ili povlačnom) kašikom, zahvatnom kašikom (grajferom) i dubinskom kašikom.

Pri tome je zbog različitih uslova pri kopanju i u odnosu na stabilnost sledeći odnos zapremina kašike za istu snagu pogonskog motora:

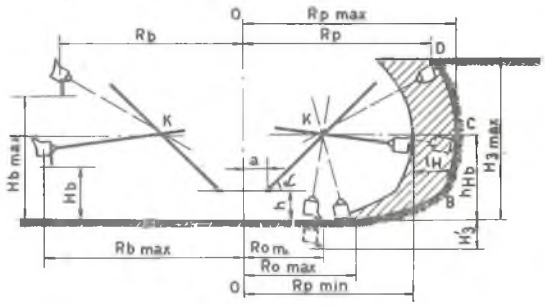
za čeonu kašiku	za dubinsku kašiku	za zahvatnu kašiku	za skrepersku kašiku
1,0	0,9	0,8	1,20

Obično se grubo računa da je za svaki kubni metar zapremine (čeone) kašike potrebna snaga motora 100 KS. Danas su u primeni sve više i više bageri na hidraulični pogon. Oni uz hidraulične komande imaju i kretne uređaje sa hidrauličnim motorima, što im daje znatnu veću brzinu u radu radi povećane pokretljivosti i sposobnosti manevrisanja. Dok je dugo vremena granična veličina hidrauličnih bagera bila oko 0,4 m^3 zapremine kašike danas se ona kreće do 2,0 m^3, a ima i prototipova i sa 3,0 m^3.

Osnovni radni parametri za projektovanje izvršenja zemljanih radova (metoda rada, radnih etaža i tehnologije) prikazani su za pojedina priključna oruđa na sledećim slikama:

za bager sa čeonom kašikom:

— minimalan domet kopanja R_p min,
— maksimalan domet kopanja R_p max,
— maksimalna vis. istovara H_b max,

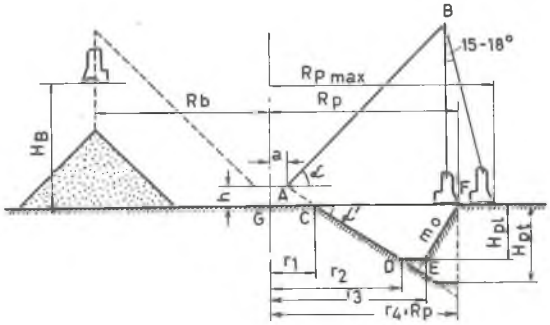


Sl. 2

— optimalna radnog čela hH_b, (data u tablici)

za bager sa skreperskom kašikom:

— maksimalni domet kopanja R_p max,
— maksimalan domet istovara R_b,
— maksimalna visina istovara H_b,
— optimalna dubina kopanja daje se u tabl.

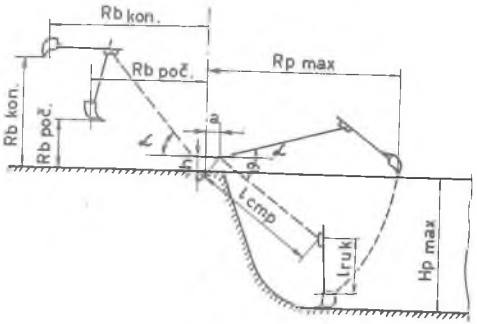


Sl. 3

za bager sa dubinskom kašikom:

— maksimalni domet kopanja R_p max,
— maksimalna dubina kopanja H_p max,
— maksimalni domet i visina pri istovaru R_b kon.

Kod proračuna učinaka bagera mora se voditi računa o sledećim uticajima:



Sl. 4

— o položaju bagera prilikom kopanja u odnosu na mesto istovara (istresanja materijala iz kašike, što se izražava koeficijentom k_z),

— o stepenu punjenja kašike, (k_p),
— o korišćenju radnog vremena, (k_v), i
— o stepenu organizacije gradilišta (zavisno od sinhronizacije rada, rukovođenja, snabdevanja i održavanja mašina).

Za bagere sa čeonom i skreperskom kašikom daju se podaci o vrednosti koeficijenta (k_z) u tablicama 2 i 3.

Korekcioni koeficijenti za ugao zaokreta i visinu radnog čela različitu od optimalne (K_z)

Tablica 2

Odnos u procentima od optimalne visine radnog čela	Bager sa čeonom kašikom						
	Ugao zaokreta u stepenima						
	45°	60°	75°	90°	120°	150°	180°
	Korekcioni koeficijent						
20%	0,93	0,89	0,85	0,80	0,72	0,65	0,59
40%	1,10	1,03	0,96	0,91	0,81	0,73	0,65
60%	1,16	1,07	1,00	0,94	0,84	0,75	0,68
80%	1,22	1,12	1,04	0,98	0,86	0,77	0,69
100%	1,26	1,16	1,07	1,00	0,88	0,79	0,71
120%	1,20	1,11	1,03	0,97	0,86	0,77	0,70
140%	1,16	1,08	1,00	0,94	0,84	0,75	0,68

(Nastavak)

160%	1,12	1,04	0,97	0,91	0,81	0,73	0,66
180%	1,07	1,00	0,93	0,88	0,78	0,70	0,64
200%	1,03	0,96	0,90	0,85	0,75	0,67	0,62

Trajanje radnog ciklusa u sekundama za ugao zaokreta 90°

Vrsta iskopa	Zapremina čeone bagerske kašike m³								
	0,38	0,57	0,75	0,95	1,15	1,53	1,91	2,30	3,06
	Trajanje ciklusa u sekundama (T_c)								
lak	20	24	24	24	24	24	26	29	32
srednje težak	24	26	26	26	26	26	29	32	35
težak	32	35	35	35	35	35	38	40	42

Za ugao veći ili manji od 90° za svakih 10° dodaju se odnosno oduzimaju po 2 sekunde.

Korekcioni koeficijenti za ugao zaokreta i visinu radnog čela različitu od optimalne (K_z)

Tablica 3

Odnos u procentima od optimalne visine radnog čela	Bager sa čeonom kašikom							
	Ugao zaokreta u stepenima							
	30°	45°	60°	75°	90°	120°	150°	180°
	Korekcioni koeficijent							
20%	1,06	0,99	0,94	0,90	0,87	0,81	0,75	0,70
40%	1,17	1,08	1,02	0,97	0,93	0,85	0,78	0,72
60%	1,24	1,13	1,06	1,01	0,97	0,88	0,80	0,74
80%	1,29	1,19	1,09	1,04	0,99	0,90	0,82	0,76
100%	1,32	1,17	1,11	1,05	1,00	0,91	0,83	0,77
120%	1,29	1,17	1,09	1,03	0,98	0,90	0,82	0,76
140%	1,25	1,14	1,06	1,0	0,96	0,88	0,81	0,75

(Nastavak)

160%	1,20	1,10	1,02	0,97	0,93	0,85	0,79	0,73
180%	1,15	1,05	0,98	0,94	0,90	0,82	0,76	0,71
200%	1,10	1,0	0,94	0,90	0,87	0,79	0,73	0,69

Trajanje radnog ciklusa u sekundama za ugao zaokreta 90°

Vrsta iskopa	Zapremina skreperske bagerske kašike								
	0,38	0,57	0,75	0,95	1,15	1,53	1,91	2,30	3,06
	Trajanje ciklusa u sekundama (T_c)								
lak	26	29	32	32	32	35	38	40	42
srednje težak	32	35	38	38	38	43	45	48	52
težak	40	42	48	48	48	53	54	56	60

Za ugao veći ili manji od 90° za svakih 10° dodaju se odnosno oduzimaju po 2 sekunde.

Vrednosti koeficijenata punjenja za različite slučajeve daju se u tablici 4.

Vrednosti koeficijenata punjenja kašike (K_p)

Tablica 4

Vrsta zemljišta i vrsta radova	Koeficijent punjenja	
	čeona kašika %	skreper kašika %
Laki iskop — rastresiti materijal kao pesak, sitan šljunak, rastresita zemlja, peskovita ilovača. Dobro punjenje kašike sa izvesnim viškom koji kompenzuje rastresitost.	95—100	95—100
Srednji iskop — tvrdi materijali kao ilovača vlažna ili suva, krupan šljunak, zbijena zemlja.	85—90	80—90
Srednje tvrd iskop — materijal koji zahteva primenu eksploziva, kao dobro miniran krečnjak	70—80	65—75
Tvrdi iskop — materijal isprskan u blokovima ili pločama pomešan sa finim materijalom, kao kompaktni krečnjački škriljci, peščari, konglomerat i tvrda ili plastična ilovača	50—70	40—65

Vrednost koeficijenta korišćenja radnog vremena (k_v) daje se u tablici 5:

Korišćenje radnog vremena — koeficijent (K_v)

Tablica 5

Radni uslovi	(procenat) K_v	Trajanje radnog časa (minuta)
odlični	0,92	55
prosečni	0,83	50
nepovoljni	0,67	40

Kod proračuna koji polaze od optimalnih uslova eksploatacije i optimalnih radnih uslova kao i onda kada se žele koristiti grafikoni iz pojedinih priručnika, potrebno je izvršiti redukciju tih „optimalnih" rezultata. To se vrši uvođenjem u račun koeficijenta gradilišta (K_g), vidi tablicu 6.:

Vrednost koeficijenta organizacije gradilišta (K_g)

Tablica 6

Rukovođenje radovima	Organizacija gradilišta			
	odlična	dobra	srednja	loša
odlično	0,84	0,81	0,76	0,70
dobro	0,78	0,75	0,71	0,65
srednje	0,72	0,69	0,65	0,60
loše	0,63	0,61	0,57	0,52

Proračun učinka bagera može da se vrši na dva načina i to:

— polazeći od vremena trajanja radnog ciklusa i teorijskog učinka, koji se zatim primenom koeficijenata redukuje na praktičan učinak.

Proračun učinka po prvom načinu:

$$U_p\,(\mathrm{I}) = U_t\,(\mathrm{I}) \cdot k_z \cdot k_p \cdot k_v \cdot k_r\ (\mathrm{m^3/h})$$

gde je $U_t\,(\mathrm{I}) = 3600\ q/T_c$,

q je zapremina kašike bagera, (m^3)

T_c trajanje radnog ciklusa, (s) vidi tablice 2 i 3,

k_z koeficijent zavisan od ugla i visine radnog čela za ugao od 90^0 i optimalnu visinu radnog čela vrednost $k_z = 1$,

k_p koeficijenat punjenja kašike (vidi tabl. 4),

k_v koeficijenat korišćenja radnog vremena (vidi tabl. 5),

k_r koeficijenat rastresitosti (vidi tab. 1).

— po drugom načinu proračuna polazi se od optimalnih radnih uslova (na opitnom poligonu), tj. od učinaka datih u tablicama 7 i 8 uz redukciju:

$$U_p\,(\mathrm{II}) = U_t\,(\mathrm{II}) \cdot k_z \cdot k_p \cdot k_r \cdot k_g\ (\mathrm{m^3/h}),$$

gde je k_g koeficijent gradilišta prema tablici 6.

Radi ilustracije daje se proračun učinka bagera primenom metode:

Optimalni učinci bagera sa čeonom kašikom

Tablica 7

Vrste zemljišta	Zapremine čeone kašike m³								
	0,28	0,38	0,575	0,760	0,950	1,15	1,34	1,53	1,91
	Učinak u m³/h i optimalna visina iskopa								
Raskvašena zemlja malo peskovita ilovača	63 0,95	88 1,4	126 1,6	156 1,85	191 1,95	218 2,15	245 2,25	276 2,35	310 2,55
Pesak i šljunak	61 0,95	84 1,4	118 116	153 1,85	175 1,95	206 2,15	229 2,25	252 2,35	298 2,55
Obična dobra zemlja	53 1,3	72 1,7	103 2,05	133 2,25	160 2,6	183 2,8	206 2,9	229 3,1	267 3,4
Ilovača tvrda zbijena	38 1,85	57 2,15	84 2,45	110 2,75	138 2,95	160 3,2	180 3,45	202 3,7	237 4,05

(nastavak)

Vrste zemljišta	Zapremina čeone kašike m³								
	0,28	0,38	0,575	0,760	0,950	1,15	1,34	1,53	1,91
	Učinak u m³/h i optimalna visina iskopa								
Stena dobro minirana	30	45	72	96	118	137	157	175	210
Zemlja sa kamenjem i korenjem	23	38	61	80	99	118	137	153	187
Ilovača vlažna i lepljiva	19 1,85	30 2,15	54 2,45	73 2,75	92 2,95	110 3,2	126 3,45	141 3,7	175 4,05
Stena slabo minirana	11	19	38	57	73	89	107	122	149
Zapremina kašike u kubnim jardima (cu. yds)	0,37	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,0	2,5

(Prema Power and Crane Association USA).

Vrednosti se odnose na optimalnu visinu radnog čela, na ugao zaokreta 90° i na optimalnu organizaciju gradilišta.

Optimalni učinci bagera sa skreperskom kašikom

Tablica 8

Vrste zemljišta	Zapremina povlačne (skreperske) kašike m^3								
	0,28	0,38	0,575	0,76	0,95	1,15	1,34	1,53	1,91
	Učinak u m^3/h i optimalna dubina iskopa								
Raskvašena zemlja malo peskovita i ilovača	53 1,25	73 1,67	99 1,82	122 1,98	150 2,13	168 2,23	187 2,31	202 2,43	233 2,56
Pesak i šljunak	49 1,52	69 1,67	96 1,82	119 1,98	142 2,13	160 2,23	179 2,31	195 2,43	226 2,56
Obična zemlja dobra	42 1,82	57 2,0	80 2,23	103 2,43	126 2,56	145 2,74	161 2,87	176 2,97	202 3,17
Ilovača tvrda zbijena	27 2,21	42 2,43	69 2,61	84 2,81	103 3,04	126 3,22	138 3,42	149 3,55	176 3,73
Ilovača vlažna i lepljiva	15 2,21	23 2,43	42 2,61	57 2,81	83 3,04	84 3,22	99 3,42	111 3,55	133 3,73
Zapremina kašike u kubnim jardima (cu. yds)	0,37	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,0	2,5

(Prema Power and Crane Association USA)

Vrednost se odnosi na optimalnu visinu radnog čela, na ugao zaokreta 90° i na opimalnu organizaciju gradilišta.

Primena različitih vrsta opreme univerzalnog bagera prema vrsti rada

Tablica 9

Operacija	čeona kašika	dubinska kašika	skreper. kašika	dizalica hvatač, k.	dizalica
Iskop uopšte			odlična	upotrebljiva	
Iskop sa transportom	odlična (sa vozil.)	upotrebljiva	upotrebljiva	odlična (sa vozil.)	
Raščišćavanje	odlična	upotrebljiva retko	upotrebljiva	odlična	
Otkrivanje	upotrebljiva	retko	odlična	upotrebljiva	
Škarpiranje	retko	retko	retko	retko	
Priprema terena	retko			retko	
Nasipanje	retko	retko	upotrebljiva	upotrebljiva	
Iskop rovova	retko	odlična	upotrebljiva	upotrebljiva	
Tovarenje			retko	odlična	upotrebljiva
Dizanje	retko	retko	retko	retko	odlična
	uz upotrebu samo jednog užeta				

Za bager sa čeonom kašikom zapremine 1,0 m^3 treba izračunati učinak ako su polazni podaci sledeći: klasifikacija zemlje je obična zemlja (dobra), koeficijent rastresitosti $k_r = 0{,}80$, $k_z = 0{,}69$ (ugao zaokreta je 180^0, a visina radnog čela je 80% od optimalne visne), $k_v = 0{,}75$ a $k_g = 0{,}69$, $k_p = 0{,}95$.

Proračun po I načinu:

U_t (I) $= 3600 \cdot 1/24 = 150$ m^3/h,

T_c iz tablice 2: $= 24$,

U_p (I) $= 150{,}0 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}69 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}95 = 59{,}0$ m^3/h.

Proračun po II načinu:

U_t (II) $= 166$ m^3/h (vidi tablicu 7).

U_p (II) $= 166{,}0 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}69 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}69 = 59{,}0$ m^3/h.

Za naše uslove se preporučuje primena prvog načina proračuna jer je koeficijent gradilišta (k_g) prilično subjektivan, a koeficijenti k_r, k_z, k_v, i k_p su ipak mnogo egzaktniji te su i dobijene vrednosti tačnije.

Primena raznih vrsta priključnih oruđa univerzalnih bagera daje se u tablici 9.

1.2. Dozeri

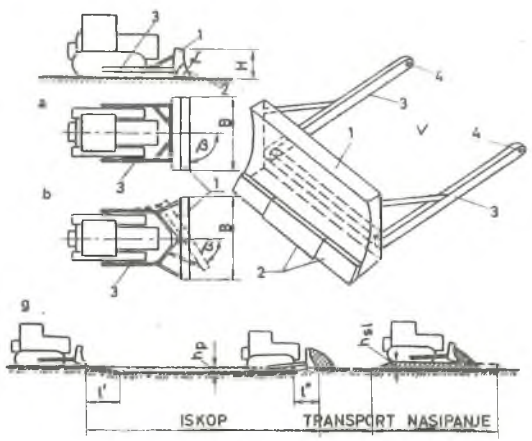
To su mašine koje služe za iskop u slojevima, (tj. po zemlji). Osnovna podela dozera je prema položaju i pokretljivosti noža i to:

— buldozeri, kod kojih je nož fiksan i postavljen upravo na smer kretanja,

— angldozeri, kod kojih se nož može pokretati u odnosu na smer kretanja, i

— tiltdozeri, kod kojih nož može menjati ugao u odnosu na horizontalu, (tj. može da se naginje u smeru kretanja koso na dole u levo ili desno).

Na sl. 5 daju se osnovne karakteristike buldozera:



Sl. 5

Konstrukcija buldozera i šema rada

a — dozer sa fiksnim nožem (buldozer), b — angldozer, v — elementi konstrukcije buldozerskog uređaja (1 nož, 2 — sečiva, 3 — držači noža, 4 — zglobovi), g — šema iskopa, transporta i nasipanja.

Primena angldozera na izradi zaseka za put prikazana je na sl. 6.

Proračun učinka buldozera

Računa se sa brzinama kretanja za vreme iskopa od 3 km/h, a kod povratka sa 6 km/h. Učinak zavisi od širine noža, motora i tipa dozera (buldozer ili angldozer). Iz tablice uzimaju se vrednosti (C) za

iskop po 1 hodu. Preporučuje se da se u praksi za svaki pojedini slučaj vrednosti (C) proveri za određenu mašinu. Praktičan učinak po 1 času je:

$U_p = (T/T_c) \cdot C \cdot K_v \cdot K_r$, gde je

K_v — koeficijent iskorišćenja radnog vremena,

K_r — koeficijent rastresitosti.

Tablica 10

Snaga traktora u *PS*	Zapremina iskopa u m³ po 1 hodu (C)	
	za buldozer	za angldozer
45	1,250	1,800
60	1,500	2,000
90	2,200	2,500
125	2,400	3,000

Trajanje radnog ciklusa T_c obračunava se na bazi transportne daljine. Uz to se uzimaju u račun i gubici na menjanju brzine, dva puta po 10 do 15 sekundi.

Primer: Proračunati učinak angldozera snage 125 *KS*, na iskopu obične zemlje kod daljine transporta od 50 m. Koeficijent korišćenja radnog vremena 0,80, a koeficijent rastresitosti 0,80.

Proračun radnog ciklusa T_c.

Vreme trajanja pune vožnje $L/v = (50/3000) \cdot 60 = 1$ min

Menjanje brzine $2 \cdot (15/60) = 0{,}5$ min

Vreme trajanja praz. vožnje $L/V = (50/6000) \cdot 60 = 0{,}5$ min

2,0 min

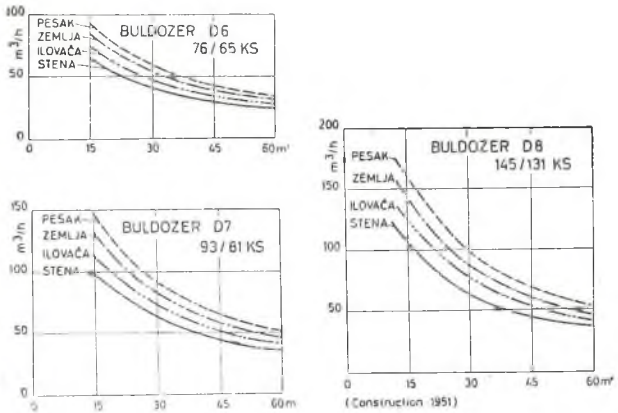
Iz tablice 10 uzima se vrednost C za snagu od 125 KS za angldozer

$$C = 3{,}00 \text{ m}^3.$$

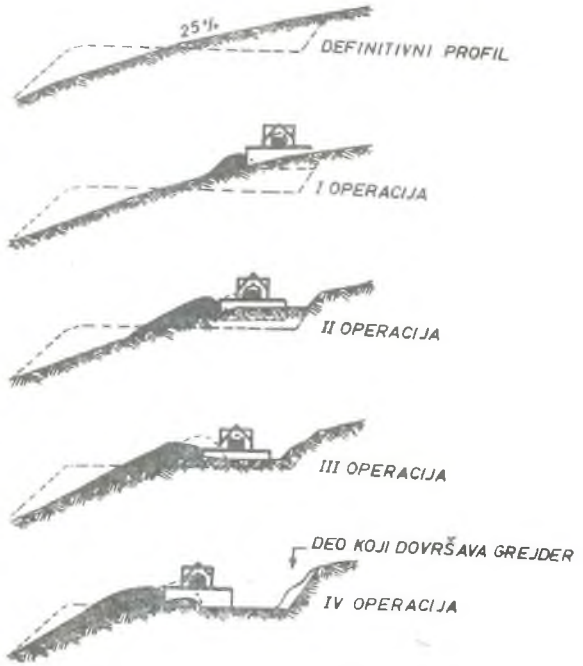
Odatle sledi praktični učinak

$$U_p = (60/2) \cdot 3{,}00 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}80 = 57{,}5 \text{ m}^3$$

(Približno ista vrednost se dobija primenom dijagrama učinka buldozera vidi sl. 7.



Sl. 6. Primena angldozera na izvoru zaseka

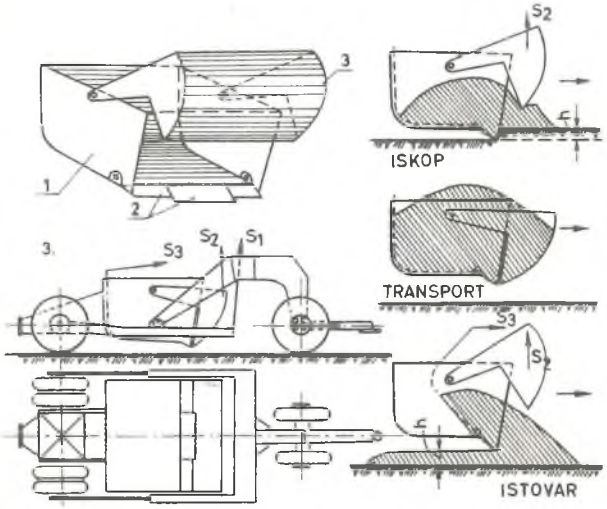


Sl. 7. Časovni učinak buldozera za pojedine vrste zemljišta

1.3. Skreperi

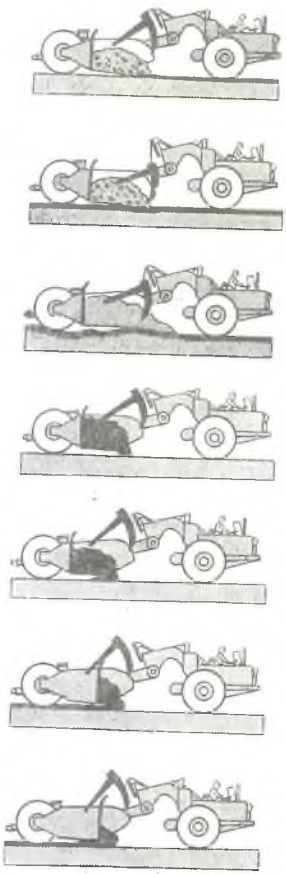
Skreperi su univerzalne mašine za zemljane radove jer su u stanju da same vrše sve radne operacije: iskop sa utovarom, transport i istovar sa razastiranjem u sloju željene debljine. Njihova podela je prema načinu vuče, i to vuča pomoću kuke —

vučeni skreperi i vuča preko sedla — samohodni skreperi. U poslednje vreme se proizvode i skreperi sa ugrađenim elevatorom za ubrzanje i olakšanje punjenja skreperskog koša, što je naročito pogodno za sipke materijale koji se teško utovaruju.

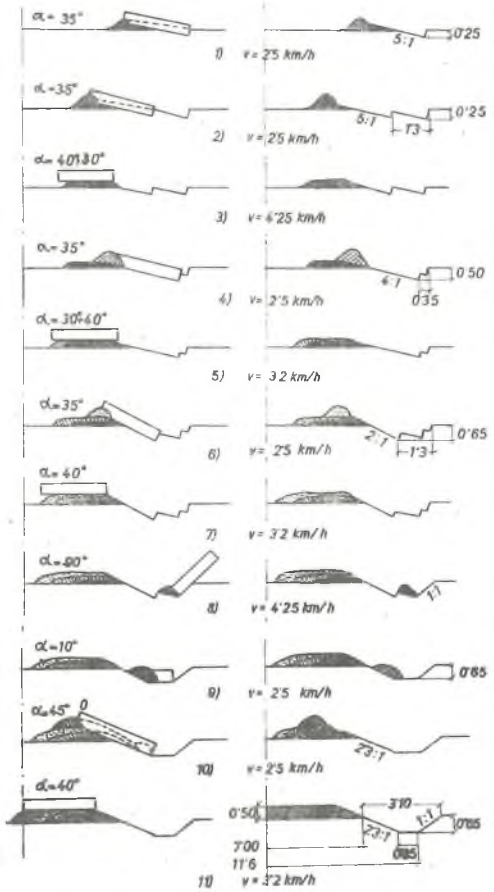


Sl. 8. Konstrukcija skreperskog koša. 1 — koš, 2 — noževi, i 3 — poklopac sa čela

Da bi efekat skrepera u radu bio pun iskop treba da se izvrši na dužini od 300 do 600 m', tj. za vreme od 60 do 120 s. Kada to nije moguće treba primeniti traktore gurače dovoljne snage. Kod skrepera sa traktorom guseničarem snaga gurača treba



Sl. 9



Sl. 10 Šema rada grejdera

da iznosi oko 10 KS/m³ skreperskog koša, a kod vuče na pneumaticima oko 17—20 KS/m³ zapremine skreperskog koša (npr. za motoskreper od 9 m³ snaga gurača treba da je oko 160 KS, čemu odgovara TG 160. Efikasnost u radu se postiže i radom u nagibu, kod čega se za svaki % nagiba dobija na snazi vuče za 9 kp/Mp bruto težine traktora sa skreperom. Po potrebi treba koristiti riljače kada je zemljište previše tvrdo. Kod iskopa peska i lake peskovite zemlje veoma su efikasni skreperi sa ugrađenim elevatorom. Na sl. 9 daju se pojedine operacije motoskrepera od iskopa do nasipanja.

1.4. **Grejderi**

Grejderi su mašine za fine zemljane radove, kao što su doterivanja površina iskopa, razastiranje materijala, iskop i fino planiranje posteljice, mešanje i sjedinjavanje različitih materijala i skidanje humusa. Rad grejdera se mora tačno planirati, jer oni treba da rade na većoj dužini, traku po traku, kako je to prikazano na sl. 10 (prema Gabaju). Svaka operacija treba da se izvodi u zavisnosti od veličine otpora odgovarajućom brzinom, i one se daju u sledećoj tablici 11:

Uobičajene brzine grejdera

Tablica 11

Brzina	I	II	III	IV	V	VI	VII	VII	Unazad I	Unazad II
min km/h	1,6	2,0	2,9	4,0	4,8	6,6	7,9	12,0	2,2	3,0
max km/h	2,8	4,3	6,1	8,3	10,0	13,7	16,4	25,0	4,7	6,3

Proračun učinka se vrši na taj način da se za svaki posao utvrdi potreban broj prelaza (traka), profil iskopa kao i njegova dužina (deonica). Potrebno vreme rada za izvršenje jedne deonice je:

$$T = n \cdot 1/v \qquad (h)$$

a učinak

$$U_p = F \cdot L \cdot k_v \cdot k_m / T \qquad (M^3/h)$$

gde su: n potreban broj hodova (prelaza),
L dužina deonice (m)
v brzina kretanja za svaki hod (m/h),
F površina preseka iskopa (m^2)
k_v koeficijent korišćenja vremena, obično 0,80,
k_m koeficijent manevre, radi potrebe okretanja zavisi o dužini deonice:

Dužina deonice L (m)	400	200	100
vrednost (k_m)	0,95	0,90	0,80

9.2. TRANSPORTNA SREDSTVA

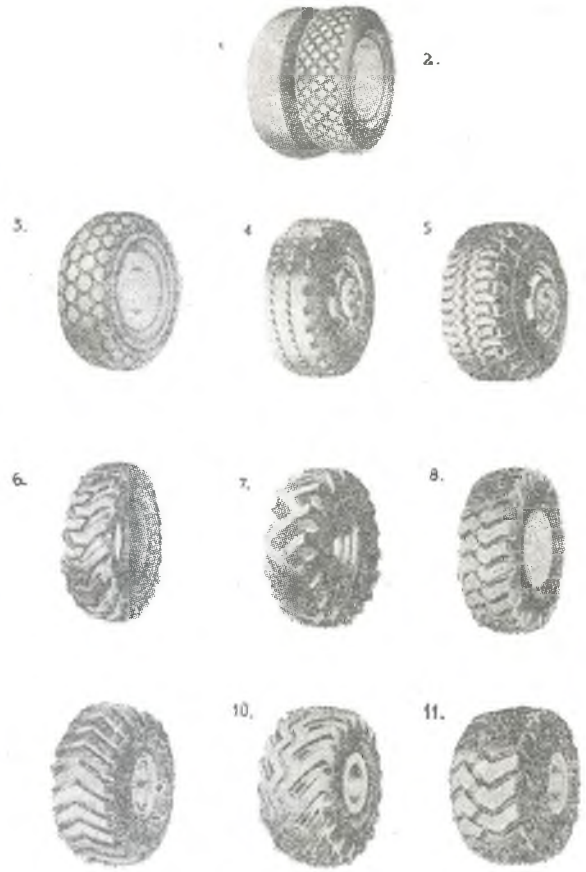
Nagli razvoj vozila na pneumaticima potpuno je potisnuo transport po koloseku, koji se održao još jedino kod tunelskih radova, i to kod dužih tunela, kao i tunela sa manjim presecima. Prema svojim osnovnim karakteristikama, vozila na pneumaticima dele se na drumska vozila, koja podležu propisima o gabaritima i uslovima drumskog saobraćaja, i vozila van javnih puteva (off the road), koja su specijalno građena za rad na teškim terenima i ne podležu propisanim gabaritima, tako da ih ima i veoma velikih dimenzija. Osnovna razlika je u njihovoj konstrukciji. Dok je kod drumskih vozila odnos težine konstrukcije prema korisnoj težini vozila 0,7 : 1 do 0,8 : 1 sa snagom motora oko 20 KS/Mp, dotle je kod vozila van javnih puteva taj odnos oko 1 : 1, a snaga motora je od 12,5 do 15 KS/Mp. Vozila van javnih puteva su, dakle, znatno sporija od drumskih vozila, imaju veći broj prenosa, kao i posebne servo-uređaje za upravljanje, kao i često i specijalne menjače obrtnog momenta (konvertore), tako da se lakše prilagođavaju promenljivim uslovima terenske vožnje.

Vozila van javnih puteva se deli na dampere, koji imaju uređaj za brzi istovar pozadi (samoistresači), na istovarivače pozadi i na istovarivače kroz dno. Damperi se proizvode sa zapreminom koša do 4,0 m^3 i mogu da imaju pokretno (obrtno) upravljačko mesto.

Brzine kretanja su im male, uglavnom do 30 km/h. Istovarivači pozadi (rear dump) su teška vozila od 10 do 100 Mp, a u građevinarstvu se danas primenjuju do težine od 25 Mp (ređe do 35 Mp). Naročito su pogodna za krupan kamen, kada istovar treba da se vrši na određenom mestu, za rad sa velikim bagerima i kada se zahteva velika elastičnost pogona i savlađivanje velikih uspona. Istovarivači kroz dno (bottom dump) su takva vozila koja mogu veoma brzo i lako da istresu ceo sadržaj kroz dno u sloju određene visine (slično kao skreperi). Kod nas još nisu u primeni i pogodni su za velike radove spregnuti uz specijalne iskopne mašine (lodere i elevejting-grejdere).

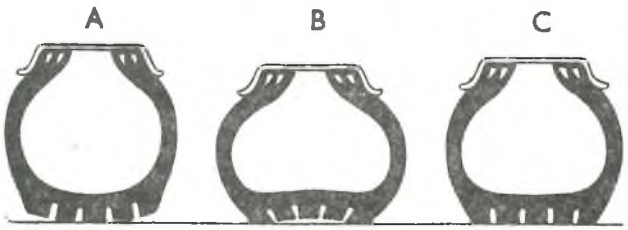
1. Pneumatici za vozila

Nagli razvoj kako drumskih vozila, tako još i više vozila van javnih puteva, kamo u izvesnom smislu spadaju i skreperi kao iskopno-transportne mašine, posledica je vanrednog razvoja pneumatika, koji danas dozvoljavaju kako velike transportne brzine kretanja (kod drumskih vozila), tako i nošenje tereta velike težine (kod vozila van javnih puteva). Osnovne karakteristike modernih pneumatika su te da se konstruišu za određene eksploatacione uslove, da se specijalno ojačavaju određenim brojem tekstilnih uložaka (od najlona i rajona), i da su veoma kvalitetni. Kako su kod teških vozila i skrepera dimenzije pneumatika često veoma velike (oznake su: unutrašnji prečnik gume/prečnik balona uz broj uložaka, npr. 18×33/16, znači 18″×33″ sa 16 uložaka), to treba dobro poznavati njihove karakteristike jer su takve gume veoma skupe. Na sl. 1 daju se osnovni tipovi guma za transportna sredstva:



Sl. 1. (Objašnjenje na sledećoj strani)

Sl. 1. Primena guma za različite vrste prevoza. 1,2. Za nabijanje tla valjcima sa pneumaticima; 3. za prikolice kod mašina za zemljane radove (vučeni skreperi, stovarivači kroz dno); 4. za vuču teških tereta po javnim putevima i van njih; 5. za dugačke transporte van javnih puteva; 6. vučne gume za grejdere — obezbeđuju maksimum vuče i same se čiste; 7. gume za maksimalnu vuču — za buldozere na gumenim točkovima, kada rade kao gurači; 8. za rad po zemljištu sa kamenjem — daju maksimalan otpor zasecanju; 9. teške gume za rad u kamenu (u majdanima), veoma su otporne protiv zasecanja; 10. gume koje odlično „plivaju" u mekom zemljištu i koje se same čiste; 11. gume pogodne za veoma oštre eksploatacione uslove, koje su pogodne za rad u kamenu, kao i za meka zemljišta jer dobro „plivaju"



Sl. 2

Od posebne važnosti je za trajanja gume da su one pravilno naduvene, što je prikazano na sl. 2. Guma sa oznakom (A) odviše je naduvana, (B) nedovoljno naduvana a (C) pravilno naduvana. Gume (A) i (B) neravnomerno će trošiti abajući sloj, te će im vek trajanja biti kraći od gume koja je pravilno naduvana (C).

2. Proračun učinka vozila

Proračun učinka vozila znatno je kompleksniji od proračuna drugih građevinskih mašina, jer je vozilo podvrgnuto znatno većem broju spoljnih uticaja. Uz uticaje koji deluju na motor (kao što su temperatura vazduha i nadmorska visina uz unutrašnje otpore prenosa) postoje i uticaji koji deluju na vozilo. To su otpori usled kotrljanja guma, otpor savlađivanja uspona i vazdušnih masa uz unutrašnje otpore. Polazi se od nominimalne snage motora na vozilu (N_o) i ona treba da se smanji za vrednost ukupnih otpora. To se vrši uvođenjem koeficijenata, koji za vrednost unutrašnjih otpora (usled prenosa i istrošenosti motora) $\eta_u = 0.85$, dok se uticaj temperature i nadmorske visine izražava sa η_t, i vrednosti se daju u tablici 1.

Otpor kotrljanja može kod vozila van javnih puteva da bude veoma velik. Pri tome odlučujuću ulogu ne igra vrsta materijala od koga je kolovoz izgrađen, nego njegovo fizičko stanje, naročito rapavost i neravnost. Podaci o veličini otpora kotrljanja daju se u tablici 2, a izražavaju se u kp/Mp ukupne (bruto) težine vozila, pa su prema tome veći kod punog, nego kod praznog vozila.

Otpor savlađivanja uspona ima uz otpor kotrljanja najveći uticaj. On zavisi od uspona i njegova vrednost može da se uzme sa 10 kp po 1 Mp težine vozila za svaki procenat uspona, na pr. za vozilo bruto težine 10 Mp, za uspon od 5% otpor uspona $w_u = 10 \cdot 10 \cdot 5 = 500$ kp. Način obračuna biće prikazan na primeru.

Otpor vazdušnih masa (ne obračunava se kod vozila van javnih puteva jer je do brzine od oko 45 km/h zanemarljiv) obračunava se po sledećem obrascu:

$w_v = A \cdot k$ gde je (k) koeficijent zavisan od brzine kretanja vozila prema tablici 3, a (A) je površina vozila ... (m^2).

Učinak motora na različitim nadmorskim visinama i temperaturi (η_t)

Tablica 1

Nadmorska visina	Temperatura u °C								
	42	32	21	15	10	4	−6	−18	
0	95,4	97,1	99,1	100,0	100,8	101,8	103,9	106,2	
305	92,0	93,7	95,5	96,4	97,4	98,4	100,3	102,5	
610	88,7	90,4	92,1	93,0	93,8	94,8	96,8	98,8	
915	85,5	87,2	88,8	89,6	90,3	91,4	93,3	95,2	
1220	82,5	84,5	85,6	86,5	87,3	88,2	89,9	91,3	
1525	79,5	80,9	82,5	83,3	84,2	84,9	86,7	88,5	
1830	76,5	78,1	79,5	80,3	81,1	82,0	83,6	85,3	
2135	73,8	75,2	76,7	77,5	78,2	79,0	80,6	82,3	
2440	71,2	72,5	73,9	74,6	75,4	76,2	77,6	79,3	

Otpori kotrljanja vozila na pneumaticima od trenja, okretanja točkova i vožnje (W_k)

Tablica 2

Stanje transportnog puta	Ukupan otpor u kp/Mp težine		
	prema W. Müller u	prema Herdingu	prema američkim podacima
Tvrdi kolovoz — beton, asfalt, šljunak ili zemlja, glatko uvaljano, dobro održavano, tvrdo i suvo	15—25	15	15—20
		20	20—25
Šljunak ili zemlja slabije nabijeni, delimično nevezan materijal, suvo meka zemlja, slabo održavana, mokra, blatnjava površina na čvrstoj podlozi		30	20—30
		40	
sneg sabijen	50—150	40	30—70
sneg nesabijen, 100 m		25	
meko razbijeno zemljište		45	
ili meki nasip		80	
Nesabijen pesak ili šljunak	do 300	100	80—400
Duboko izbrazdana ili meka savitljiva podloga		160	

Napomena: Kod prikolica se otpori kotrljanja povećavaju za 20%.

Tablica 3

Brzina kretanja km/h	40	50	60	70	80	90	100	110
k (kp/m²):	8,62	13,5	19,4	26,5	34,6	43,7	54,0	59,4

U slučaju da vozilo vuče prikolicu otpor vazdušnih masa se povećava i dobijene vrednosti treba množiti sa 1,5.

Osnovni obrazac za proračun brzine kretanja vozila je:

$$V = \frac{270 \cdot N_o \cdot \eta \cdot \eta_t}{(G_s + G_k) \cdot (w_k \pm w_u) + w_v} \quad \text{(km/h)}$$

gde je: N_o nominalna snaga motora vozila,
unutrašnji otpori (vidi ranije),
G_s sopstvena težina vozila (Mp),
G_k korisna težina vozila (Mp),
w_k otpor kretanja (kp/Mp),
w_u kod pada se uzima znak (−)
w_v otpor vazdušnih masa (kp).

Ovako dobijena vrednost brzine kretanja vozila je *maksimalna brzina* u slučaju da nema nikakvih smetnji i da se vozilo kreće na dužoj relaciji. Međutim, na gradilištima su relacije obično kratke i proračunate vrednosti treba redukovati na sledeći način, vidi tablicu 4.

Tablica 4

Dužina transportnog puta	Vozilo polazi u pokret	Vozilo ulazi u deonicu kad je već u pokretu
0— 100 m	0,20—0,50	0,50—0,60
100— 250 m	0,35—0,60	0,60—0,75
250— 450 m	0,50—0,65	0,70—0,80
450— 750 m	0,60—0,70	0,75—0,80
750—1000 m	0,65—0,75	0,80—0,85
preko 1000 m	0,70—0,85	0,80—0,90

Pri praznoj vožnji u povratku uzimaju se ove redukcije (vidi tabl. 5).

Tablica 5

	dužina ispod 150 m	dužina preko 150 m
povoljni uslovi	0,65	0,85
prosečni uslovi	0,60	0,80
nepovoljni uslovi	0,55	0,75

Trajanje radnog ciklusa vozila proračunava se pomoću obrasca:

$$T_c = t_u + t_v + t_i + t_m \qquad \text{(u min ili u h)}$$

gde su: t_u vreme utovara vozila (min ili h),
t_v vreme pune i prazne vožnje (min ili h),
t_i vreme istovara vozila (min ili h),
t_m vreme manevre kod utovara i istovara (min ili h).

Vreme utovara (t_u) zavisi od kapaciteta utovarne mehanizacije i proračunava se prema:

Vreme manevre kod utovara t_m (bez vremena utovara)

Tablica 6

uslovi rada:	skreperi	istovarivači pozadi	istovarivači kroz dno
povoljni	0,5 min	0,15 min	0,15 min
prosečni	0,65 min	0,30 min	0,50 min
nepovoljni	0,90 min	0,50 min	1,00 min

Vreme okretanja i istovara vozila t_i (za skrepere, kipere, dampere i istovarivače kroz dno)

Tablica 7

uslovi rada:	skreperi	istovarivači pozadi	istovarivači kroz dno
povoljni	0,4 min	1,0 min	0,3 min
prosečni	0,7 min	1,3 min	0,6 min
nepovoljni	1,5 min	1,5—2,0 min	1,5 min

$$t_u = 60\ q/U_p \quad \text{(min)}$$

gde je U_p praktični učinak utovarnog sredstva (npr. bagera, vidi 6.3.1.).

Vreme vožnje se proračunava prema ranijem obrascu za (v), a biće prikazane i na primeru. Podaci za ostale elemente ciklusa daju se u sledećim tablicama 6 i 7:

Kod skrepera, koji se sami utovaruju (jer su iskopne mašine), vreme utovara (t_u) daje se u tablici 8.

Vreme trajanja iskopa (t_u)

Tablica 8

uslovi rada	iskop sa guračem	iskop bez gurača
povoljni	0,8—1 min	1,0—1,25 min
prosečni	1,2 min	1,5 min
nepovoljni	1,4—2,1 min	1,8—2,2 min

Kada su svi elementi radnog ciklusa utvrđeni učinak vozila se određuje pomoću obrasca:

$$U_p = (T/T_c) \cdot q \cdot k_v \cdot k_p \cdot k_r \quad (m^3/h,\ Mp/h)$$

(Objašnjenje se daje na jednom primeru).

Pri proračunu treba postupiti na sledeći način: transportni put treba podeliti na karakteristične deonice u zavisnosti od otpora kotrljanja i otpora uspona. Odvojeno se vrši proračun za puno, odnosno za prazno vozilo. Proračun je pogodno raditi tabelarno (vidi tablicu 20). Kod duže transportne daljine i više deonica preporučuje se operisanje sa konstantom (K):

$$K = \frac{270 \cdot N_0 \cdot \eta_t \cdot \eta_u \cdot \eta_t}{(G_s + G_k)},$$

tako da je

$$v = \frac{K}{w_k \pm w_u},$$

što predočeno grafički daje familiju hiperbola. Radi objašnjenja postupka rada daje se sledeći primer:

Za zadani put treba za moto-skreper Euclid S-7 izračunati eksploatacionu brzinu kretanja, odnosno vreme trajanja pune i prazne vožnje. Na bazi toga za prosečne uslove rada izračunati praktičan rad vozila. Karakteristike skrepera su:

Snaga motora $N_o = 125$ KS
Koristan teret 9,5 t
Koeficijent istrošenosti motora i redukcije prenosa (η) 0,85

Sopstvena težina 11,6 t
Ukupna težina vozila: $(G_k + G_s)$ ... 21,1 t
nadmorska visina 450 m
temperat. vazduha 30°C
koeficijent (η_t) 0,92

Vrednosti konstante (K):

$$\text{za puno vozilo } K_1 = \frac{270 \cdot 125 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}92}{21{,}1} = 1197$$

$$\text{za prazno vozilo } K_2 = \frac{270 \cdot 125 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}92}{11{,}4} = 2230$$

Ukupna vrednost $(t_v) = 11{,}7 + 5{,}11 = 16{,}18$ min.

Za usvojeni koeficijent korišćenja radnog vremena $(k_v) = 0{,}83$, za punjenje koša sa $(k_p) = 1{,}00$ i za koeficijent rastresitosti za vlažnu glinu $(k_r) = 0{,}80$ a za zapreminu koša skrepera $(q) = 6{,}00$ m³ imamo sledeće:

Trajanje radnog ciklusa skrepera:

Vreme trajanja utovara uz pomoć gurača (vidi tabl. 8)	1,5 min
Vreme trajanja vožnje	16,18 „
Vreme trajanja istovara (vidi tabl. 7)	0,7 „
Vreme trajanja manevre kod utovara (vidi tabl. 6)	0,65 „
Svega trajanje radnog ciklusa (T_c)	19,03 „

Proračun brzine kretanja

Tablica 9

Deonica puta br.	Dužina deonice	Karakter deonice	Otpori kretanja w_k	Otpori kretanja w_u	Σ_w	K	K $v=\frac{K}{\Sigma_w}$	Redukc. brz.	Eksploatac. brz.	Vreme transp. (min)
1	800	horizont.	80	—	80	1197	14,95	0,70	10,5	4,57
2	500	uspon	40	50	90	1197	13,30	0,75	10,0	3,00
3	700	horizont.	80	—	80	1197	14,95	0,80	12,0	3,50
						Vreme trajanja pune vožnje:				11,07
3	700	horizont.	80	—	80	2230	27,90	0,70	19,5	2,16
2	500	pad	40	—50	—10*	2230	40,5	0,80	32,4	0,92
1	800	horizont.	80	—	80	2230	27,9	0,85	23,7	2,03
						Vreme trajanja prazne vožnje:				5,11

Praktični učinak skrepera je:

$$U_p = \frac{60}{19{,}73} \cdot 6{,}0 \cdot 0{,}83 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}80 = 12{,}60 \text{ m}^3/\text{h}$$

Napomena: Kada se u proračunu brzina dobiju negativne vrednosti, što se može desiti ako je vrednost otpora (w_u) kod vožnje u padu veća od (w_k), onda treba postupiti po jednoj od sledećih varijanti:

— usvojiti maksimalnu brzinu za tu vrstu vozila (ako je put dobar), ili

— usvojiti onu brzinu kojom bi se vozilo kretalo u usponu, ali bez ikakve redukcije (što važi kao šofersko pravilo: vozi nizbrdo onom brzinom kojom bi se kretao uzbrdo).

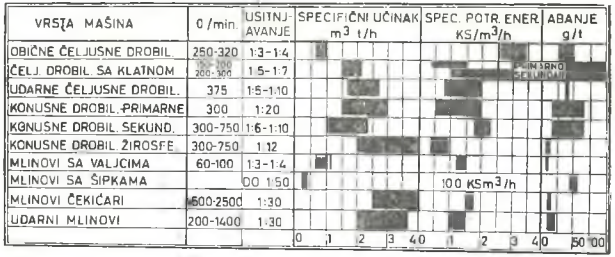
9.3. MEHANIZACIJA ZA PROIZVODNJU MATERIJALA

Potreba za preradom prirodnih sirovih materijala, kamena i šljunka, veoma je česta u građevinarstvu. Prema zahtevanoj potrebi, stepen prerade može biti veoma različit te će biti potrebno da se uključe odgovarajuće mašine kojima će se na najbliži i najekonomičniji način ostvariti zadatak. U svakom slučaju potrebno je tačno utvrditi kakvim se materijalom raspolaže, šta se zahteva, kakav učinak treba obezbediti, uz to treba raspolagati podacima o lokaciji izvorišta, kao i mesta gde će se materijal prerađivati.

Osnovna podela mašina za preradu kamena i šljunka je sledeća:

— drobilice za kamen, koje se dele na obične čeljusne drobilice, drobilice sa klatnom, udarne drobilice i konusne (kružne drobilice). Svaka od navedenih vrsta ima svoje karakteristike, prednosti i nedostatke, i prilikom izbora treba voditi računa da se za određeni zadatak izabere ona koja najviše edgovara. U tom smislu se daju karakteristike u tablici 1. Za finu preradu postoje mlinovi (udarni i sa čekićima, sa valjcima i sa šipkama).
— sita za prosejavanje, koja se dalje dele na rotaciona i rezonantna i hidraulični separatori (na bazi protivstrujnog toka i taloženja),

Tablica 1

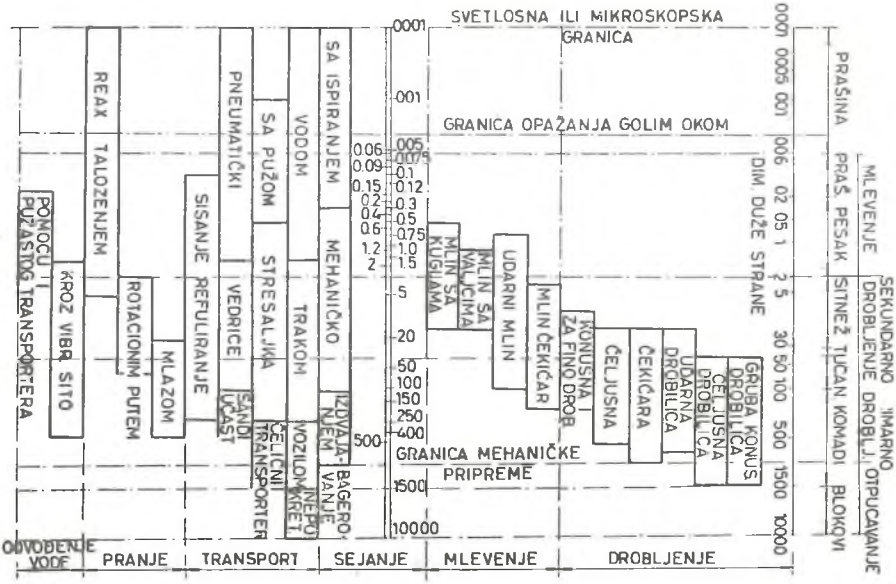


Karakteristike mašina za drobljenje

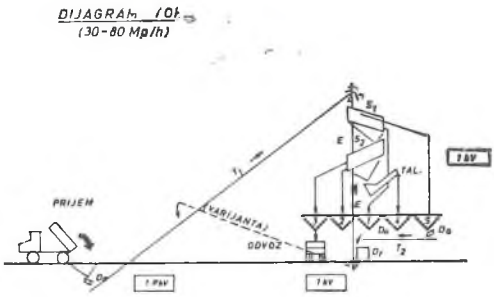
— uređaji za odvajanje finih frakcija od vode (dehidratori),
— uređaji za pranje i uređaji za hranjenje.

Samo kod posve jednostavnih zadataka malog obima radiće se o primeni pojedinačno izolovanih mašina, dok će kod imalo kompleksnijih zadataka, kao što je priprema agregata za beton većeg kapaciteta, biti potrebno da se primeni ceo kompleks mašina sklopljenih u pogon drobilane sa separacijom, ređe samo separacije. Da bi se dobio uvid koje mašine dolaze za koju operaciju prerade daje se opšti pregled primene sredstava za preradu na sl. 1 (prema Garbocu):

U rešavanju tehnološkog procesa prerade treba voditi računa o tome da će retko kada biti moguće ostvariti cilj samo sa jednim stepenom prerade, tj. samo sa jednim drobljenjem, jer drobilice ne daju dovoljno sitnog materijala. Obično će biti potrebno da se prerada izvrši u dva stepena (betonski radovi za obične konstrukcije), odnosno u tri stepena kada se radi o hidrotehničkim radovima i vodonepropustvljivom betonu. Kod studije tehnologije prerade korisno

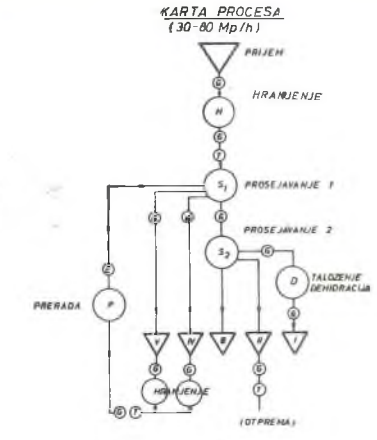


Sl. 1



UTROŠAK RADNE SNAGE:

0,1 – 0,04 h/Mp BONOSNO
0,2 – 0,08 h/M³



Sl. 2

služe metode dijagrama toka i karte procesa. Na sl. 2 daje se primer separacije sa dodatnim drobljenjem (tzv. korekcijom), kapaciteta 30—80 Mp/h. Sirovi materijal (šljunak sa oblucima) doprema se transportnim sredstvima (npr. kiper-kamionima). Materijal iz prijemnog silosa dospeva preko uređaja za hranjenje na transportnu traku do sistema sita (S_1 i S_2), gde se vrši i njegovo pranje. Odatle pojedine frakcije dospevaju gravitacijom (G) u određene pregrade silosa, a najfinija frakcija (od 0—1 mm) dolazi zajedno sa vodom u taložnik (T) gde se od nje odvaja (dehidrira) i zatim sipa u silos. Suficitne krupne frakcije (od 10—30 mm i od 30—60 mm) šalju se po potrebi na preradu: one dolaze gravitacijom na uređaj za hranjenje (tzv. davač) do drobilice, a zatim pomoću elevatora (ili transportne trake) ponovno se uključuju u lanac prerade (pranje sa prosejavanjem itd.). Tako je lanac prerade zatvoren. Na sl. 3. prikazana je šema toga postrojenja sa dispozicijom pojedinih mašina.

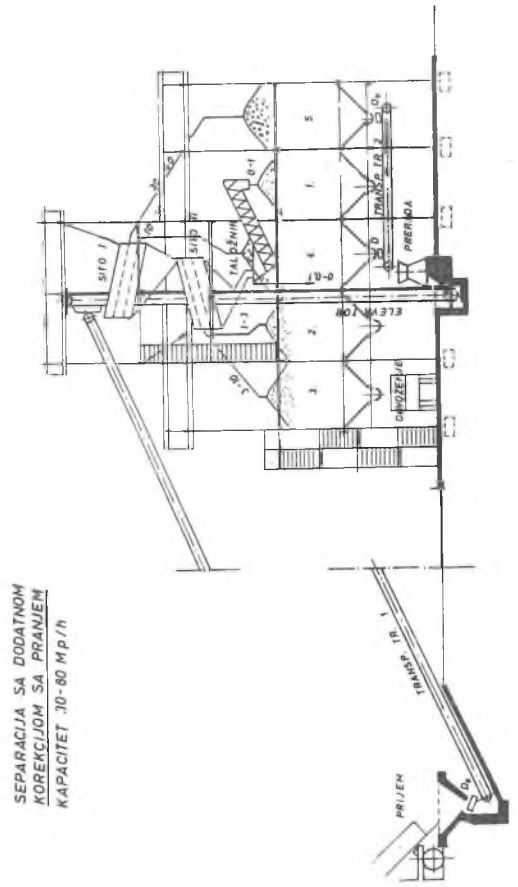
Pri projektovanju i rešavanju tehnologije prerade treba se pridržavati sledećih principa:

— treba izbegavati svaki ručni rad na usitnjavanju kamena pre drobljenja (ovo treba da se reši ili odvajanjem krupnih komada ili boljom metodom eksploatacije kamena u majdanu).

— hranjenje mašina treba da bude ravnomerno, tj. treba koristiti gde god je to potrebno uređaje za hranjenje,

— mašine ne treba opterećivati sitnijim materijalom od onog koji ona prerađuje (jer to predstavlja nepotreban balast),

— gde god je to moguće treba koristi silu gravitacije, tako da materijal u procesu prerade dolazi od mašine do mašine gravitacijom, i



SL. 3

— treba predvideti dovoljne deponije (silose) kako neprerađenog tako i prerađenog materijala da bi se obezbedio kontinuitet proizvodnje.

Proces prerade može da se podeli na tri stepena:

prvi (primarni) stepen obuhvata drobljenje obično na tzv. primarnoj drobilici i može da zadovolji obično potrebe dobijanja tucanika,

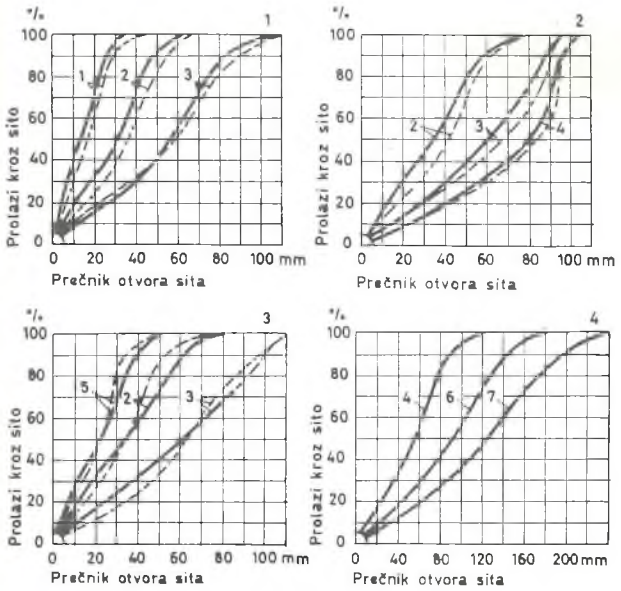
drugi stepen (sekundarni) kod kojeg se vrši dopunsko drobljenje posle prosejavanja,

treći stepen (tercijarna prerada), ili kompenzacija, kod kojeg se vrši prerada suficitnih krupnijih frakcija da bi se popunili deficiti u sitnijim.

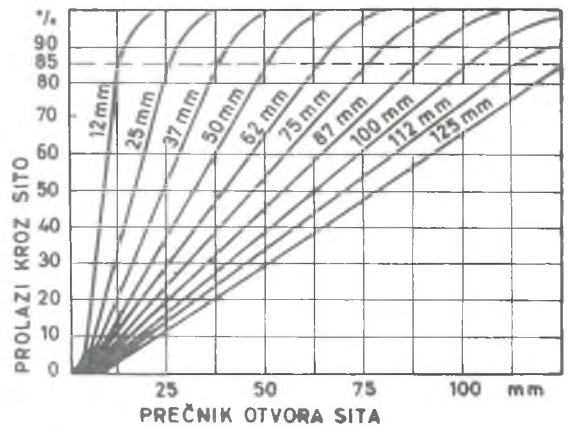
Da bi se proces prerade učinio što racionalnijim, potrebno je da se mašine za preradu tako odaberu da se na najbrži i najekonomičniji način dođe do cilja. U tu svrhu treba koristiti tzv. karakteristične krive prosejavanja za pojedine vrste mašina (vidi sl. 4, 5, 6. i 7), koje se koriste na sledeći način:

za maksimalno zrno od 60 mm, za preradu na sekundarnoj (tercijarnoj) konusnoj drobilici treba naći liniju prosejavanja, tj. učešće pojedinih frakcija. Na ordinati za 95% (vidi sl. 7.) nađemo presek sa prečnikom 60 mm i odaberemo odgovarajuću krivu, odnosno interpolujemo je, i sledimo do ishodišta. Tako dobijamo učešće od 30 do 60 mm — 60%, od 15 do 30 mm — 24%, od 8 — 15 mm — 8% itd. (odnosno prema zahtevanoj podeli frakcija).

Ceo postupak prerade pre projektovanja treba da se proračuna, što se vrši pomoću tablice, kako je to pokazano na primeru (vidi tablicu 2).



Sl. 4. Krive drobljenja za čeljusne drobilice (Spravočnik — Stroiteljnije mašini). 1. za drobilice otvora 250×900 mm za donji otvor čeljusti: 1 — 25 mm, 2 — 50 mm, 3 — 100 mm. (——— za granit, - - - - za krečnjak. 2. za čeljusnu drobilicu otvora 400 × 600 mm za donji otvor čeljusti: 2 — 70 mm, 3 — 90 mm i 4 — 100 mm. 3. za čeljusnu drobilicu otvora 500 × 800 mm za donji otvor čeljusti: 5 — 50 mm, 2 — 80 mm i 3 — 100 mm. 4. za čeljusnu drobilicu otvora 600 × 900 mm, za donji otvor čeljusti: 4 — 120 mm, 6 — 160 mm i 7 — 240 mm

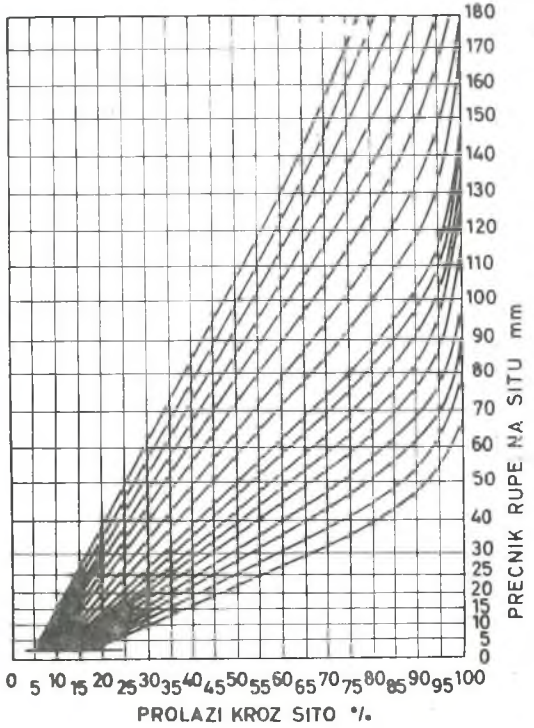


Sl. 5. Krive drobljenja za čeljusnu drobilicu sa klatnom (Spravočnik — Stroiteljnije mašini, Mašgiz 1959)

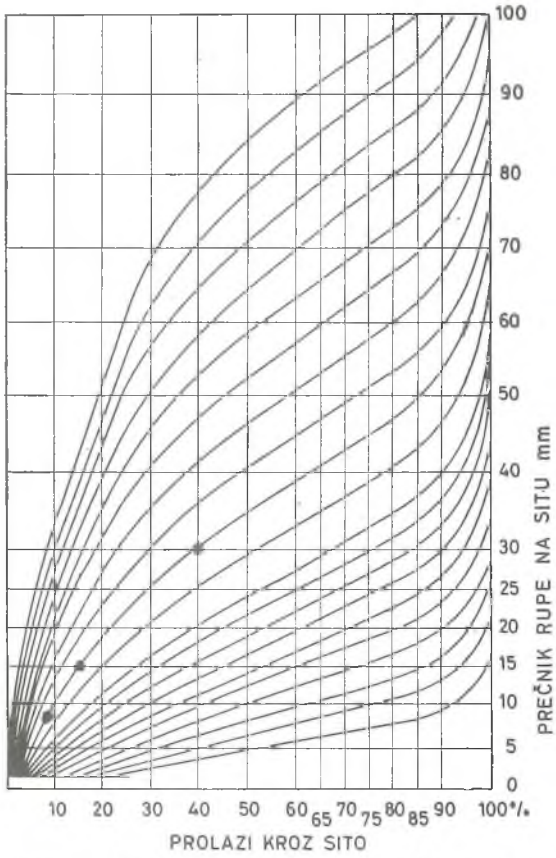
Primer:

Zahteva se proizvodnja agregata za beton prema utvrđenoj granulometrijskoj krivi. Materijal je krečnjak iz majdana, maksimalne krupnoće 500 mm, a zahtevani kapacitet drobiličnog postrojenja je 100 Mp/h (oko 70 m^3/h).

Kako se radi o sirovom materijalu iz majdana uzeto je da nema komada sitnijih od 120 mm, koliko iznosi maksimalno zrno zahtevane granulometrije. Kod utvrđivanja rubrika rezultata po-



Sl. 6. Krive drobljenja za primarnu konusnu drobilicu (Alis Čalmers — hidrokon)



Sl. 7. Kriva drobljenja za sekundarnu konusnu drobilicu (Alis Čalmers — hidrokon)

Tablica proračuna prerade

Tablica 2

		0.1–1	1–3	3–10	10–30	30–60	60–120	Σ
		I	II	III	IV	IV	V	
1.	Raspoloživo %	—	—	—	—	—	—	100 Mp/h
2.	Zahtevano %	17·5	8·5	16·0	15·0	16·0	27·0	100%
3.	Zahtev. količ. Mp	17·5	8·5	16·0	15·0	16·0	27·0	100 Mp/h
4.	Razlika (1–3)	−17·5	−8.5	−16·0	−15·0	−16·0	−27·0	−100 Mp/h
5.	I stepen prerade konus. drobilica	3.0	5·0	12·0	23·0	29·0	28·0	100 Mp/h
6.	Rezultat posle I stepena	−14·5	−3·5	−4·0	+8·0	+13·0	+1·0	± 22·0 Mp/h

(Nastavak)

7.	II-a stepen prerade konus. drobil. 14 Mp	+1·4	+1·4	+2·8	+8·4	— II-a	—	II-a-14 Mp/h
8.	II-b stepen prerade konus. drobil. 16·4 Mp	+1·7	+3·2	+11·5	II—b —	—	—	II-b-16·4 Mp/h
9.	Rezultat posle II-a i II-b	−11·4	+1·1	+10·3	—	—	—	± 11·4 Mp
10.	III-a stepen prerade mlina sa valjcima 10 Mp	+5·0	+5·3	III-a —	—	—	—	III-a-10·3 Mp/h
11.	III-b stepen prerade mlina sa šipkama 64 Mp	+6·4	III-b —	—	—	—	—	III-b-6·4 Mp/h
12.	Rezultat posle III stepena prerade	17·5	8·5	16·0	15·0	16·0	27·0	100 Mp/h

sle pojedinih stepena drobljenja (I, II-a, II-b, III-a i III-b) korišćene su krive drobljenja (sl. 6 i 7). Prerada u II i III stepenu morala je da se podeli na po dva podstepena iz razloga što bi bila prevelika razlika u veličini zrna (od 10 — 120 mm, i od 1 do 10 mm) i ne bi se dobilo racionalno rešenje primenom samo po jedne mašine. Kao što se vidi, princip rada je taj da se posle svake prerade napravi bilans (stanje) i utvrdi šta treba dalje da se radi.

9.4. KALKULACIJA MEHANIZOVANIH RADOVA

Pravilan proračun troškova mehanizovanih radova ima sve veći značaj kako se stepen mehanizovanosti (mehanoopremljenosti) preduzeća povećava. Kako su kod nas mašine još uvek veoma skupe, to je neophodno da se kod svakog konkretnog slučaja primene mehanizovanog rada raspolaže sa dovoljno podataka, tako da se uz proveru opravdanosti primene mašina može usvojiti i optimalno rešenje. Iako je primena mehanizovanog rada progresivna mera racionalizacije proizvodnje, ona ne mora uvek i na svakom mestu da bude i ekonomski opravdana. To naročito važi za radove malog obima i kratkog trajanja, jer u takvim slučajevima troškovi uključenja mašina u rad, tzv. jednokratni troškovi (troškovi dopreme, montaže i puštanja u rad, kao i otpreme mašina) mogu da budu toliki da nadmaše razliku između cene nemehanizovanog i mehanizovanog rada, koji po pravilu treba da bude jeftiniji.

U izradi analize cene (kalkulacije) mašine polazimo od koštanja jednog radnog časa. Analiza cene sadrži ove osnovne elemente:

1. Troškove osnovnog sredstva — koji obuhvataju troškove amortizacije, investiciono održavanje, kamatu na osnovno sredstvo i osiguranje. Uz ovo dolaze i specifični jednokratni troškovi (zavisni od lokacije i uslova rada).

2. Eksploatacioni troškovi — koji obuhvataju troškove održavanja (srednje i male opravke), troškove abajućih delova, troškove i održavanje guma (ovo se odnosi samo na vozila), troškove pogonskog goriva, troškove podmazivanja sa mazivom i troškove rukovanja mašinom.

Da bi se dobila prodajna cena radnog časa mašine, zbir troškova osnovnog sredstva i eksploatacionih troškova treba pomnožiti sa određenim faktorom, kojim se obuhvataju troškovi režije. U tom smislu se daje napomena da je primena tzv. konvencionalnog „kalkulativnog" faktora za mehanizovane radove potpuno nepodesna jer se masa režije ne raspodeljuje podjednako na sve elemente troškova, iako ih u stvari sve tereti.

Kalkulativni elementi analize cene koštanja radnog časa

Troškovi amortizacije

Jedini ispravan način obračuna amortizacije je da se ona obračunava proporcionalno trošenju mašine (osnovnog sredstva). Za sada još uvek u nas važi obračun po tzv. propisanoj stopi amortizacije (u slaboj vezi u pogledu intenziteta rada). Iiako privredne organizacije mogu da donese svoje pravilnike o minimalnim i maksimalnim stopama amortizacije, kod forsiranog višesmenskog rada neće biti moguće pokriti stvarnu amortizaciju mašina.

U tu svrhu u svetu (u zemljama Zapada, a i u nas) postoje podaci o tzv. ekonomičnom broju radnih sati (drugim rečima, veku trajanja mašina) posle kojeg se mašina može smatrati praktično otpisanom, tj. rad sa njom postaje nerentabilan. Ti podaci se daju u tablici 1.:

Ekonomičan broj radnih sati mašina (h)

Tablica 1

Red. broj	Naziv mašina	Narodne novine NRH 14/47	Na Zapadu	Napomena
1.	Bageri, univerzalni dizel	11.500	15.750	
2.	Buldozeri	7.200	8.000	
3.	Skreperi (na pneumat.)	—	10.000	
4.	Grejderi	—	10.000	
5.	Utovarivači	—	10.000	
6.	Ježevi za nabij. zemlje	—	8.000	
7.	Valjci svih vrsta (dizel)	9.400	—	
8.	Vučeni vibro-valjci	—	13.500	
9.	Kamioni	(175.000 km)	10.000	
10.	Damperi	—	10.000	
11.	Transportne trake	11.500	11.250	
12.	Dizel-lokomotive	9.400	11.250	
13.	Baterijske lokomotive	—	10.000	
14.	Žičane železnice	—	22.500	
15.	Autodizalice	(21.600)	15.500	
16.	Kabel-kranovi, derik-kran.	(21.600)	(22.500)	
17.	Toranjski kranovi	(21.600)	22.500	
18.	Čeljusne drobilice	17.300	22.500	
19.	Konusne drobilice	17.300	22.500	
20.	Mlinovi sa valjcima	17.300	22.500	
21.	Mlinovi čekićari	9.400	22.500	
22.	Vibraciona sita	9.400	12.500	
23.	Pokretna drobična postrojenja	17.300	12.500	
24.	Kompresori stabilni	14.400	22.500	
25.	Kompresori pokretni	9.400	11.250	
26.	Pneumatske bušilice	5.800	6.750	
27.	Bušilice perkusione	—	11.250	
28.	Mešalice za beton			
	— manje	9.400		
	— veće	11.500	11.250	
29.	Fabrike betona	—	11.250	
30.	Pervibratori	—	2.500	
31.	Vibratori	9.400	4.500	
32.	Betonski topovi	—	11.250	
33.	Pumpe za beton	7.200	10.000	
34.	Injekcioni i torkret aparati	14.400	11.250	
35.	Centrifugalne pumpe	14.400	11.250	(bez motora)
36.	Ventilatori	11.400	22.500	(bez motora)
37.	Elektromotori	—	22.500	
38.	Dizel-motori	—	6.750	
39.	Parni i eksplozivni maljevi	—	12.500	
40.	Elevatori sa kofama	11.500	—	
41.	Transformatori	21.600	—	
42.	Elektrogeneratori	9.400	—	
43.	Mašine alatljike (strugovi, bušilice, testere . . .)	14.400	—	
44.	Električni aparati za zavarivanje	7.200	—	

Iz podataka se vidi da je kod nekih mašina veliko neslaganje između naših i inostranih podataka. Verovatnije su manje vrednosti, a u nekim slučajevima je bolje da se odabere srednja vrednost.

Troškovi investicionog održavanja

Ovi troškovi se odnose na generalne opravke i kod nas su regulisani propisom privrednih organizacija (od 10 do 12%) od nabavne vrednosti mašine godišnje).

Troškovi kamate na osnovno sredstvo i osiguranje

Ovi troškovi se obračunavaju na „sadašnju" vrednost osnovnih sredstava, i uobičajeno je da se nekada uzima srednja vrednost propisanih procenata, tj. umesto 6% za kamatu i 2,5% za osiguranje uzima se (4+1,75=5,75%).

Jednokratni troškovi

Ovi troškovi obuhvataju troškove transporta (dopreme) mašina sa manipulacijom, troškove montaže i puštanja u rad (probni pogon), kao i povraćaj sa manipulacijom. Za svaki posao (učešće mašina) treba utvrditi vreme u radnim časovima i koliko će biti terećenje po jednom radnom času. (Ovo može da se utvrdi i po jedinici proizvoda pa se taj iznos pomnoži sa učinkom mašine za jedan čas.)

Troškovi održavanja (srednje i tekuće opravke)

Ovi troškovi mogu da se proračunaju prema obrascu fabrike teških mašina „Euclid":

$$\text{Troškovi održavanja} = \frac{\text{Nabav. cena maš.} \cdot p}{15.000} \text{ (N. Din/h)}$$

gde se vrednost koeficijenta (p) daje u tablici 2:

Tablica 2

Radni uslovi:	Vrsta mašina		
	skreperi	damperi	istovarivači kroz dno
povoljni	0,45	0,40	0,50
prosečni	0,55	0,50	0,60
nepovoljni	0,65	0,60	0,80
vrlo nepovoljni	0,75	0,70	0,95

Za ostale gradevinske mašine van zemljanih radova mogu se prihvatiti vrednosti od 1/3 do 2/3 navedenih, prema uslovima rada i vrsti posla.

Troškovi abajućih delova

Pod ovim treba obuhvatiti kod mašina sa mehaničkim komandama čeličnu užad (npr. kod bagera i buldozera), sečiva na kašikama i noževima i sl. Vek trajanja je obično od 200 do 300 (rede 500) časova. Ovamo dolaze i čeljusti za drobilice, žičana pletiva sita, lopatice za mešanje i dr.

Troškovi zamene i održavanja guma

Gume na vozilima i građevinskim mašinama (skreperima i vučnim traktorima) obračunavaju se po radnom času i vek trajanja (prema fabrici „Euclid") iznosi (vidi tablicu 3):

Tablica 3

		Vrsta vozila		
		skreperi	damperi	istovarivači
Uslovi rada	povoljni	5000 h	4000 h	8000 h
	prosečni	3500	3000—3500	5000
	nepovoljni	2000	2000—2500	3500

Kod drumskih vozila vek trajanja guma obično se određuje sa brojem kilometara koji one mogu da pređu. Taj broj za gume domaće proizvodnje iznosi oko 20.000 km, a za uvozne gume oko 30.000 km. To po jednom radnom času iznosi oko od 0,000125 do 0,00003 od nabavne cene guma. Troškovi održavanja guma računaju se 10% od ovog iznosa. Ne treba zaboraviti da se mašina isporučuje sa novim gumama (početna nabavka izostaje!).

Troškovi pogonskog goriva

Kod proračuna utroška goriva kao osnova služi snaga pogonskog motora, opterećenje motora u radu i specifična potrošnja po KS/h. Opterećenje motora može da se uzme od 0,45 do 0,75 od punog opterećenja, odnosno 0,60 kao srednja vrednost. Specifična potrošnja iznosi kod manjih motora oko 0,220 kg/KS/h, a kod većih motora prema njihovoj usavršenosti od 180 do 200 kg/KS/h. Troškovi maziva i rada na podmazivanju mogu se obuhvatiti sa dodatkom od 15% od iznosa troškova na gorivo.

Troškovi rukovaoca mašinama

Treba znati kakva se kvalifikacija zahteva za određenu vrstu mašina, kao i koliki je njihov broj. Pojedina preduzeća to propisuju pravilnicima. Lični dohodak po radnom času treba da je u bruto iznosu.

Kako se neki troškovi, kao kamata i osiguranje, odnose na godinu dana, to treba poznavati i prosečne godišnje vrednosti fonda radnih časova. Ove vrednosti podležu velikom broju uticaja, ali se mogu uzeti sledeće vrednosti (tablica 4):

Tablica 4

	Broj radnih dana		
	1	2	3
nepovoljni	1000	1600	2100
povoljni	1600	2560	3360
veoma povoljni	2000	3200	4200

Da bi se prikazala primena svih navedenih vrsti troškova i pokazatelja daje se sledeći primer.

Primer

Za skreper S-7 sa košem zapremine 6,5 m^3, čija nabavna vrednost iznosi 450.000 N. Din., a troškovi dopreme i vraćanja 2000 N. Din., treba izračunati koštanje jednog radnog koša. Usvojen broj časova godišnje je 1500*, a na tom poslu 1000** h.

I. *Troškovi osnovnog sredstva*

Amortizacija 450.000/10.000 . . .	45,00	N. Din.
Invest. održ. 450.000·0,10/1500* . .	30,00	„
Kamata i osigur. 450.000·0,6/1500*	18,00	„
Jednokratni troškovi 2000/1000** .	2,00	„
	95,00	N. Din.

II. *Eksploatacioni troškovi*

Troškovi održav. 450.000·0,55/15000	16,50	N. Din.
Troškovi abaj. delova (usvojeno) .	1,00	„
Troškovi guma 4×6000 (1,1/3500 — 1/10.000)	5,80	„
(Nabavna vrednost guma je 6000 N. Din. po kom. Vek je usvojen sa 3500 h. Odbija se vrednost novih guma koje dolaze sa mašinom, i one se računaju sa vekom od 10.000 h kao mašina).		
Troškovi goriva i maziva 1,15 (150·0,190·0,60·1,20)	23,76	„
Troš. rukovaoca — vozač 4,50·1,70	7,65	„
— pomoćnik 3,35·1,70	5,61	„
	60,32	N. Din.
Ukupni troškovi po radnom času:	155,32	N. Din.
Troškovi režije 0,30×155,32 . . .	46,59	N. Din.
	201,91	N. Din.
Zaokruženo prodajna cena radnog časa mašine	202,00	N. Din.

SADRŽAJ

Predgovor izdanju — — — — — — — — 3
Lista autora — — — — — — — — — 5
Napomena — — — — — — — — — — 6
I — Opšti deo — — — — — — — — 9
II — Matematika — — — — — — — 53
III — Otpornost materijala — — — — — 81
IV — Statika — — — — — — — — 105
V — Hidrotehnika — — — — — — — 149
VI — Projektovanje puteva — — — — — 327
VII — Drvene konstrukcije — — — — — 411
VIII — Novo u građevinarstvu — — — — 459
IX — Mehanizacija u građevinarstvu — — 561